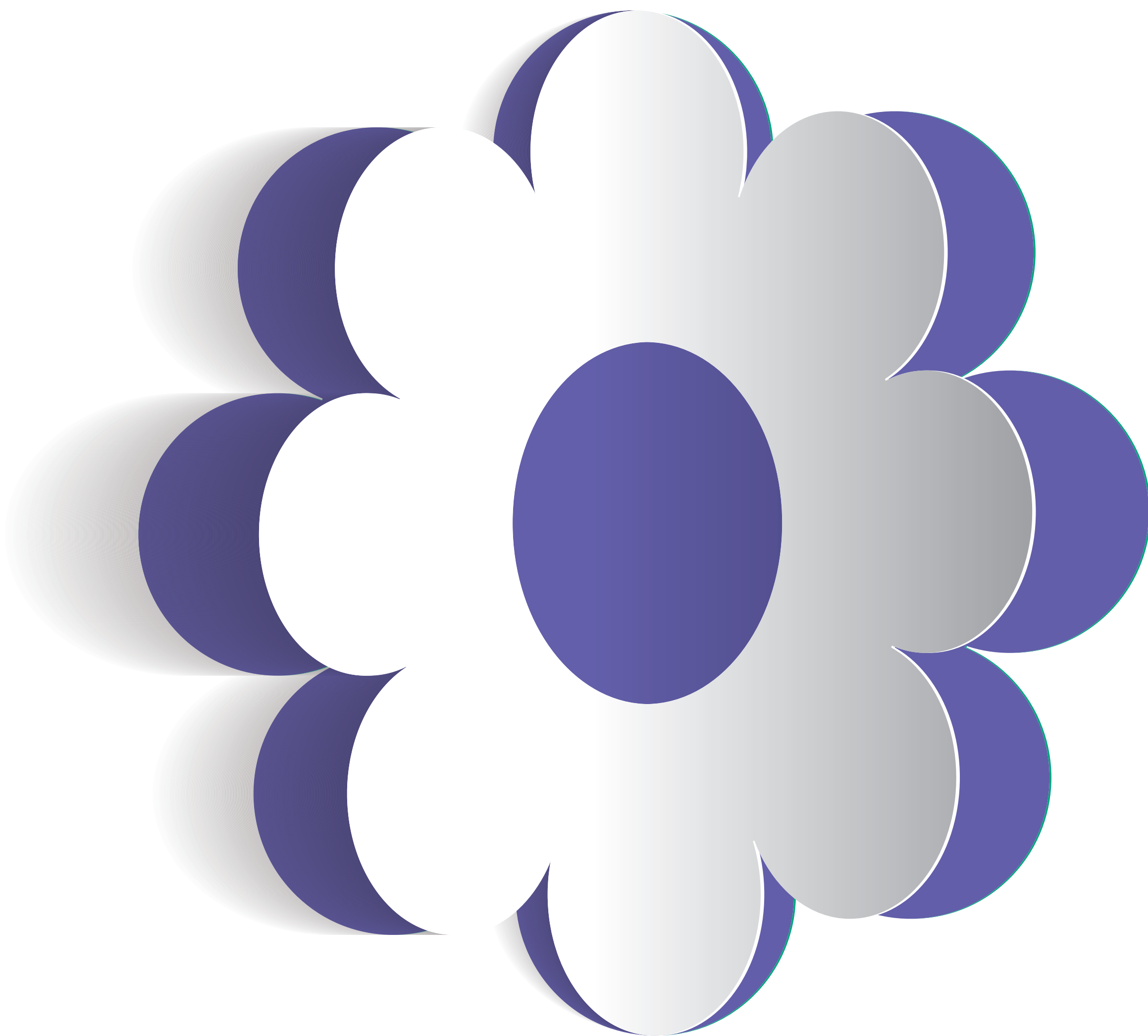
교사용 지도서

고등학교

기초 수학



신항균

이광연

조준모

윤기원

(주)지학사

고 등 학 교

기초 수학

교사용 지도서

(주)지학사

머리말

현대 과학 문명은 미처 예상하지 못한 분야까지 급속도로 발전하고 있으며, 그 발전의 중심에는 언제나 수학이 자리해 왔습니다. 이러한 상황 가운데 수학 교육의 중요성은 더욱 부각되고 있습니다. 하지만 수학은 일반적으로 어려운 교과로 인식되기 때문에 하고자 하는 의욕이 있음에도 효율적인 학습이 이루어지지 않는 경향이 많습니다. 그 이유는 여러 가지가 있지만 다음과 같이 두 가지로 요약할 수 있습니다.

첫째, 방법론의 문제입니다. 수학은 어느 교과보다도 체계적이고 논리적이기 때문에 단계적인 학습을 통하여 단원 상호 간의 연계적 이해가 이루어져야 합니다. 또한 수학은 누적적인 학문입니다. 오늘날의 수학은 오래전부터 발견되고 발전해 온 수학을 기초로 이루어져 있으므로 이를 무시하면 수학 학습은 마치 사상누각이 되는 것입니다. 따라서 수학은 반드시 기초부터 시작해야 하고, 이를 바탕으로 체계적이고 논리적으로 확장해 나가야 합니다. 그러나 수학을 학습하는 데 이와 같은 수학의 특징을 중요하지 않게 여기는 경향이 있습니다.

둘째, 응용력의 문제입니다. 이미 언급했듯이 수학은 논리적인 전개를 바탕으로 합니다. 그러므로 체계적인 이해를 전제로 하지 않은 단순한 암기와 기계적인 응용은 심도 있는 수학 학습에 한계를 불러옵니다. 즉, 어떠한 문제가 주어졌을 때, 문제의 성격과 해결 과정에 대한 철저한 사고 없이 문제 유형과 공식을 대응하여 해결하려는 식의 요령은 오히려 다양한 문제에 적용하는 데 한계를 가져오고 수학 학습을 보다 어렵게 느끼게 합니다.

본 교사용 지도서는 위와 같은 점들을 고려하여 단원 간의 연계와 원리의 이해 및 적용에 중점을 두고 편찬하였습니다. 그리고 선생님께서 학생들에게 수학을 지도할 때, 학생들이 보다 흥미와 관심을 가지고 쉽게 이해할 수 있도록 교과서 체계에 맞추어 구성하였습니다. 아울러 교과서의 활용에 도움이 되는 사항들을 함께 수록하였으며, 구체적인 활용 방법은 따로 설명하였습니다.

교육 현장에 계신 선생님께서 본 교사용 지도서를 효율적으로 사용하여 보다 알찬 수학 교육의 결실을 거두기 바랍니다.

지은이 씀

구성과 특징

교사용 지도서는 크게 총론과 각론으로 나누어, 교사들의 전문성 신장에 도움을 줄 수 있는 내용과 교과서의 각 단원 지도에 유용한 자료들을 제공하였습니다.

총론

수학 교육의 필요성 및 목적, 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 이해, 수학 교과서의 개발 동향, 수학적 문제 해결, 수학과 평가의 특징 및 방법, 좋은 수업의 의미, 수학과 수업 평가 등을 설명하였고, 교과서의 구성과 연간 지도 계획안을 제시하였습니다.

Ⅰ. 수학 교육의 필요성 및 목적

수학 교육은 한마디로 21세기 자유 민주주의 체제하의 정보 산업 사회를 살아갈 학생들에게 수학적 소양과 수학적 힘을 기르기 위해서 필요하다(NCTM, 1989). 전미수학교사협의회(NCTM)는 수학의 학습 목표로 수학의 가치를 알고, 수학을 하는 자신의 능력을 확신하며, 수학적으로 문제를 해결할 수 있으며, 수학적으로 의사소통할 수 있고, 수학적으로 추론할 수 있어야 한다는 것을 들고, 초 · 중등 수학 교육을 통해 일관되게 이러한 목표를 달성하기 위한 다양한 경험을 학생들에게 제시할 것을 요구하고 있다(1989, 2000).

또한 우리나라의 수학과 교육과정에서는 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고, 사물의 현상을 수학적으로 관찰하여 해석하는 능력을 기르며, 실생활의 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르도록 설정하고 있다. 그리고 수량 관계나 도형에 관한 수학적 개념의 이해, 논리적인 사고력, 합리적인 문제 해결 능력과 태도는 과학을 비롯한 대부분 교과들의 성공적인 학습을 위해 필요하므로 수학은 다른 교과의 효율적인 학습에 기초가 되는 교과라고 기술하고 있다(교육과학기술부, 2011).

이러한 수학 교육의 필요성은 수학 교육의 목적과도 연계되어 있다. 그러나 운전 교습이나 수영 등과 같이 본인의 필요에 의하여 배우는 경우와는 달리, 학교 교육은 강제성을 띨 뿐만 아니라 그 교육 목적이 다분히 추상적이기 때문에 모든 사람들의 공감대를 형성하기는 쉽지 않다. 그럼에도 어떤 이유에서든 학교에서 수학 교육이 필요하다는 의견에 반대할 사람은 거의 없을 것이다. 이는 그리스 시대 이래로 이천 년 동안 수학이 어떤 식으로든 지도되어 왔다는 것에서 알 수 있으며, 현재의 수학 교육을 개선하기 위한 연구는 많지만 수학 교육의 필요성을 근본적으로 부정하는 연구는 없다는 사실에서도 입증된다.

일반적으로 수학 교육 관련 전문가들은 수학 교육의 목적으로 정신 도야성, 실용성, 문화적 가치 및 심미성을 강조하고, 이러한 목적들을 학생들이 실감할 수 있도록 학교 수학 교육의 목표, 내용 및 방법 등을 정선하는 일이 중요하다고 지적한다.

01 정신 도야성

수학은 수학을 학습하는 학생들에게 논리적으로 추론하는 정신적 능력을 배양하는, 이른바 정신력 도야의 소재가 되며, 이러한 수학적 추론 과정은 정신적 능력의 훈련에 적합한 몇몇 요인들을 포함하고 있다(강완 외, 1998).

■ 엄밀성

수학적 활동에서 사고의 정확성, 엄밀성은 수학의 아름다움과 그 기능을 구성하는 필수적 요소이다. 수학적 활동을 통하여 학생들은 일반적 사고에도 수학적 엄밀성을 적용할 수 있게 되며, 결과적으로 이를 자신의 사고 활동의 한 성향으로 동화시킬 수 있게 된다.

■ 간결성

수학에서 사용되는 정의를 비롯하여 수학적 성질이나 사실, 원리, 정리 등은 모두 최소한의 언어로 최대한의 의미를 표현하려는 수단이다. 수학 학습을 통하여 훈련된 간결한 표현 능력은 자신의 생각이나 의도를 간단명료하게 표현하고 이해하는 데 또는 이해시키는 데 도움을 준다.

■ 논리성

수학적 활동에서 논리 정연한 추론 과정은 필수적 요소이며, 이에 대한 객관적 검증의 과정 등은 모두 일반적 문제 상황에서도 요구되는 것이다. 이는 수학적 추론 훈련을 통하여 얻을 수 있는 주요 정신 능력이다.

■ 일반성

수학적 아이디어나 개념은 추상화 과정을 거쳐 일반화됨으로써 그 적용 범위가 확대된다. 주어진 특정 상황을 분석하고, 그 결과를 추상화시켜 유사한 다른 상황에 적용하고자 하는 일반화 능력 역시 수학 학습을 통해 훈련될 수 있는 주요 정신 능력이다.

지금까지 언급한 바를 토대로 하면 수학은 엄밀성, 논리성, 합리성 등의 고등 정신 능력을 많이 사용하고 있는 교과목이라고 할 수 있다. 예를 들어 수학 교육에서 다루어지는 증명 과정, 문제 해결의 진행 단계를 통해서 학생들은 어떤 주장이나 이론의 근거를 분명히 하는 논리적인 엄밀성을 습득하게 되고, 이러한 논리적인 태도는 일상생활에서 자신이 어떤 주장이나 의견을 내세울 때나 어떤 일을 추진하기 위해 상대방을 이해시킬 때 절대적으로 필요한 요소이다. 더 나아가 이러한 태도나 능력은 실제의 문제 상황을 해결해 가는 과정에서 그 문제를 명확히 파악하여 합리적인 결과를 가져올 수 있게 하는 중요한 요소가 된다.

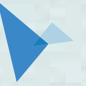
02 실용성

흔히 고등학교에서 배우는 정도의 수학조차도 일상생활에서 쓰이지 않는다고 한다. 예컨대 미적분은커녕 제곱근이나 인수분해 등과 같이 학교 교육에서 중요시되어 왔던 계산조차 좀처럼 쓸 일이 생기지 않는다고 한다. 따라서 일상생활에서 중학교 이상에서 다뤄진 수학 내용을 직접적으로 손쉽게 활용할 수 있는 실례가 그다지 많지 않으며, 여전히 수학을 실제로 필요로 하는 경우는 예전과 크게 다를 바 없이 특정 소수인을 위한 것이라고 여겨진다. 그러나 이처럼 '실용성'의 의미를 대중을 위한 학교 밖의 주변에서의 실용성으로 한정한다면, 비단 수학 교과뿐만 아니라 다른 교과에서도 학교 교육의 목적이 무의미해질 수밖에 없다. 가령 수학 교과의 지식을 통해 계산을 하고, 사회 교과의 지식을 통해 지도를 보고, 가정 교과의 지식을 통해 꽃밭 가꾸기를 하는 것에만 그 실용성의 의의를 둔다면, 학교 교육의 존재 가치 여부는 더 이상 논의될 필요가 없을 것이다. 따라서 물건을 사고 난 후의 거스름돈의 계산과 같은 간단한 문제 상황뿐만 아니라 어떤 상품을 구입하기 위해 여러 자료를 조사하고 가격을 비교하며 구매 조건 등을 분석하여 최선의 선택을 하는 과정까지도 실용성의 범주에 포함시켜야 할 것이다.

또한 학생들이 어린 시절부터 문학이나 과학 등에 소질을 보일 수도 있으나 현실적으로 초 · 중등 시절에는 장래의 직업에 대하여 아직 명확하다고 볼 수 없으므로, 장래의 직업 선택에 도움이 될 수 있도록 여러 방향의 가능성을 열어 놓은 상태의 교육이 필요함도 간과할 수는 없다. 이와 같은 의미에서 수학 교과의 학습은 더 의미 있고 필요한 것이라고 하겠다.

03 문화적 가치 및 심미성

학교에서 다뤄지는 수학은 학생들로 하여금 수학의 매력과 위력을 알게 함으로써 수학의 문화적 가치 및 심미성을 느끼고 표현할 수 있게 하며, 단지 필요에 의하여 개발하는 기술이나 도구에 비하여 한 차원 높은 사고를 경험하게 한다. 주어진 공간과 조건에 맞도록 대칭성과 반복을 활용하여 수학적인 균형과 완성미를 추구한 문화 유물에는 극소수의 전문가만이 느낄 수 있는 아름다움이 아니라 대다수 학생들도 충분히 느낄 수 있는 아름다움



각론

단원별 지도에 참고할 수 있는 지도 목표, 교수 · 학습상의 유의점, 지도 계획, 이론적 배경, 차시별 교수 · 학습 과정안(예시), 교과서 내용의 해설과 문제 풀이 및 교과서 내용 지도 시 유용한 자료들을 제시하였습니다.

단원의 지도 목표

1. 수의 연산
① 제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하게 한다.
② 무리수의 개념을 이해하게 한다.
③ 근호를 포함한 식의 사칙계산을 할 수 있게 한다.

2. 문자의 사용과 식의 계산
① 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 표현하고, 그 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.
② 식의 값을 구할 수 있게 한다.
③ 일차식을 계산할 수 있게 한다.

3. 다항식의 계산
① 지수법칙을 이해하게 한다.
② 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.
③ (단항식)×(다항식), (다항식)÷(단항식)을 할 수 있게 한다.
④ 다항식의 곱셈의 원리를 이해하여 곱셈을 할 수 있게 한다.
⑤ 인수분해의 뜻을 알고, 인수분해를 할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① '근호를 포함한 식의 사칙계산'에서 수의 연산에 대한 복습을 할 수 있다.
② 일차식의 계산에서는 하나의 문자에 대한 일차식만 다룬다.
③ 지수법칙은 지수가 자연수인 범위에서 단항식의 곱셈과 나눗셈을 하는 데 필요한 정도로만 다룬다.
④ 다항식을 단항식으로 나눌 때에는 몫이 다항식이 되는 것만 다룬다.
⑤ 곱셈 공식은 다음의 경우만 다룬다.
$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$, $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$
⑥ 인수분해 공식은 다음의 경우만 다룬다.
$ma+mb=m(a+b)$, $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$, $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$
$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$
⑦ 복잡한 형태의 인수분해는 다루지 않는다.
⑧ 좌변, 우변, 양변 용어는 교수 · 학습 상황에서 다루어질 수 있다.

교수 · 학습의 계열

본 단원

1. 수의 연산
제곱근과 그 성질
무리수
실수의 대소 관계
제곱근의 곱셈과 나눗셈
제곱근의 덧셈과 뺄셈

2. 문자의 사용과 식의 계산
문자의 사용
식의 값

3. 다항식의 계산
다항식의 덧셈과 뺄셈
지수법칙
다항식의 곱셈과 나눗셈
곱셈 공식
인수분해
인수분해 공식

후속 학습

[수학 I]
다항식의 연산
나머지정리
인수분해
복소수와 이차방정식
[수학 II]
유리함수와 무리함수

단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관		1~3	10~11	• 단원의 개관 • 준비 학습	
1. 수의 연산	중단원 도입		12	• 동적 대칭	
	01 제곱근과 그 성질		13~19	• 제곱근의 뜻과 표현 • 제곱근의 성질 • 제곱근의 대소 관계	제곱근, 근호, $\sqrt{\ }$
	02 무리수	4~5	20~22	• 무리수의 개념	무리수, 실수
	03 실수의 대소 관계	6	23~26	• 무리수를 수직선 위에 나타내기 • 실수의 대소 관계	
	04 제곱근의 곱셈과 나눗셈	7~8	27~34	• 제곱근의 곱셈 • 제곱근의 나눗셈 • 분모의 유리화	분모의 유리화
	05 제곱근의 덧셈과 뺄셈	9~11	35~42	• 제곱근의 덧셈과 뺄셈 • 제곱근의 값 구하기 • 컴퓨터의 활용	
	중단원 마무리	12	43	• 정리 확인 학습	
2. 문자의 사용과 식의 계산	중단원 도입	13~14	44	• 기호	
	01 문자의 사용		45~48	• 문자를 사용하여 식으로 나타내기 • 문자를 사용한 식을 간단히 나타내기	
	02 식의 값	15	49~50	• 식의 값 구하기	대입, 식의 값
	중단원 마무리	16	51	• 정리 확인 학습	
3. 다항식의 계산	중단원 도입	17~20	52	• 태양과 지구의 크기 비교	
	01 다항식의 덧셈과 뺄셈		53~62	• 다항식의 뜻 • 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈 • 동류항의 뜻 • 일차식의 덧셈과 뺄셈 • 이차식의 덧셈과 뺄셈	항, 다항식, 상수항, 계수, 단항식, 차수, 동류항
	02 지수법칙	21~23	63~70	• $a^m\times a^n$의 계산 • $(a^m)^n$의 계산 • $a^m\div a^n$의 계산 • $(ab)^n$과 $\left(\frac{b}{a}\right)^n$의 계산	
	03 다항식의 곱셈과 나눗셈	24~25	71~77	• 단항식의 곱셈 • (단항식)×(다항식) • 단항식의 나눗셈 • (다항식)÷(단항식)	전개, 전개식
	04 곱셈 공식	26~27	78~84	• $(a+b)(c+d)$의 전개 • $(a+b)^2$, $(a-b)^2$의 전개 • $(a+b)(a-b)$의 전개 • $(x+a)(x+b)$의 전개 • $(ax+b)(cx+d)$의 전개	
	05 인수분해	28	85~86	• 인수분해의 뜻	인수, 인수분해
	06 인수분해 공식	29~30	87~92	• $a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$의 인수분해 • a^2-b^2의 인수분해 • $x^2+(a+b)x+ab$의 인수분해 • $acx^2+(ad+bc)x+bd$의 인수분해	
	중단원 마무리	31	93	• 정리 확인 학습	
단원 마무리		32	94~95	• 대단원 평가 문제	

단원의 지도 목표

교육과정에 명시된 대단원의 지도 목표를 중단원 별로 제시하였습니다.

교수 · 학습상의 유의점

대단원의 지도에 있어서 유의해야 할 사항 중 교육과정에 명시된 내용을 설명하였습니다.

교수 · 학습의 계열

단원과 관련하여 선수 학습과 후속 학습의 연계성을 제시하였습니다.

단원의 차시별 지도 계획

중단원과 소단원별 교과서 쪽수, 지도 내용, 교육과정에 명시된 용어와 기호 등을 쉽게 알아볼 수 있도록 표로 정리하였습니다.

단원의 이론적 배경

단원의 이론적 배경과 이론이 발전되어 온 수학사적 배경을 설명하였습니다.

차시별 교수 · 학습 과정안(예시)

두 개의 차시에 해당하는 교수 · 학습 과정안을 예로 제시하였습니다.

구성과 특징

중단원을 시작하며
교육과정에 명시된 중단원의 지도 목표를 제시하였습니다.

중단원의 구성
중단원의 소단원명과 각 소단원의 지도 내용을 제시하였습니다.

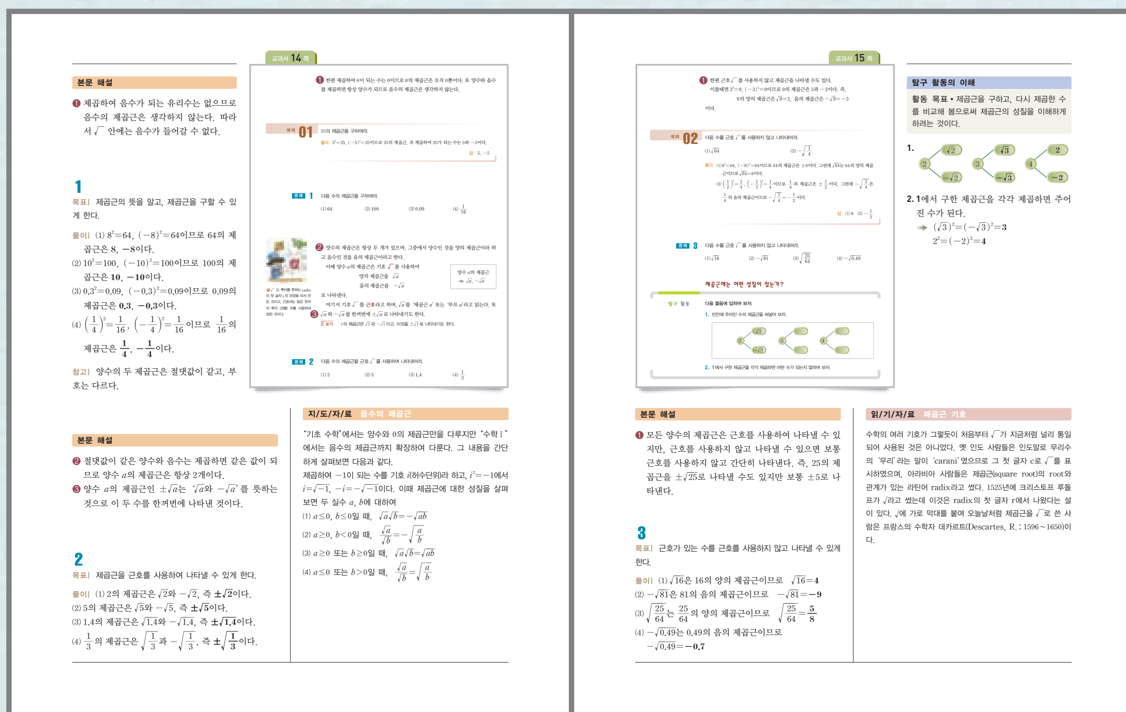
들어가면서
중단원 도입에 소개된 실생활 소재와 단원과의 관련성을 설명하였습니다.

성취 기준과 성취 수준
교육과정에 제시된 단원의 성취 기준 및 상, 중, 하 수준별 성취 수준을 제시하였습니다.

소단원 지도 목표
소단원별로 세부적이고 구체적인 지도 목표를 제시하였습니다.

교수 · 학습상의 유의점
소단원의 지도에 있어서 특별히 유의해야 할 사항을 정리하였습니다.

새로 나온 용어와 기호
소단원에서 새로 배우게 될 교육과정에 명시된 용어와 기호를 제시하였습니다.



생각 열기 참고 자료

생각 열기와 관련된 내용에 대한 충분한 설명을 제시하였습니다.

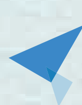
탐구 활동의 이해

탐구 활동의 목표와 자세한 풀이를 제시하였습니다.

본문 해설

교과서에 제시된 학습 내용을 해설하고, 보다 자세한 설명을 덧붙였습니다.

지도 자료



내용 지도 시 필요한 보충 설명이나 기호에 대한 설명을 제시하였습니다.

읽기 자료

수학사, 생활 속 수학 등 각종 읽기 자료를 제시하였습니다.

문제의 해설

교과서 본문에 있는 모든 문제의 출제 의도 및 지도 목표와 자세한 풀이를 제시하였습니다.

수행 과제

수행 과제의 출제 의도와 구체적인 예시 답안을 제시하였습니다.

대단원 학습 내용 정리

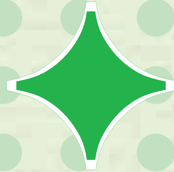
단원에서 배운 내용을 요약 · 정리하였습니다.

대단원 평가 문제

단원 마무리에 나온 대단원 평가 문제의 지도 목표 및 풀이를 제시하였습니다.

수학 플러스

단원과 관련된 수학, 과학, 공학, 예술, 문학, 실생활, 역사 등의 이야기를 소개하였습니다.



그들과 이야기를 나누며

가장 크게 깨달은 것은 자기가 진정으로

하고 싶어하는 것이 무엇인지 깨닫는다면

그 일을 미래의 어느 날로 미루지 말고,

또 그 일을 할 수 없는 이유들을 찾지 말고

'바로 지금' 시작해야 한다는 것이다.

흘러가는 시간은 언제가 이룰 꿈을 위해

마냥 기다려주지 않으니까.

– 용서해의 《삶의 마지막 축제》 중에서 –

차례

총론

Ⅰ. 수학 교육의 필요성 및 목적

수학 교육은 한마디로 21세기 자유 민주주의 체제하의 정보 산업 사회를 살아갈 학생들에게 수학적 소양과 수학적 힘을 기르기 위해서 필요하다(NCTM, 1989). 전미수학교사협의회(NCTM)는 수학의 학습 목표로 수학의 가치를 알고, 수학을 하는 자신의 능력을 확신하며, 수학적으로 문제를 해결할 수 있으며, 수학적으로 의사소통할 수 있고, 수학적으로 추론할 수 있어야 한다는 것을 들고, 초·중등 수학 교육을 통해 일관되게 이러한 목표를 달성하기 위한 다양한 경험을 학생들에게 제시할 것을 요구하고 있다(1989, 2000).

또한 우리나라의 수학과 교육과정에서는 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고, 사물의 현상을 수학적으로 관찰하여 해석하는 능력을 기르며, 실생활의 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르도록 설정하고 있다. 그리고 수량 관계나 도형에 관한 수학적 개념의 이해, 논리적인 사고력, 합리적인 문제 해결 능력과 태도는 과학을 비롯한 대부분 교과들의 성공적인 학습을 위해 필요하므로 수학은 다른 교과의 효율적인 학습에 기초가 되는 교과라고 기술하고 있다(교육과학기술부, 2011).

이러한 수학 교육의 필요성은 수학 교육의 목적과도 연계되어 있다. 그러나 운전 교습이나 수영 등과 같이 본인의 필요에 의하여 배우는 경우와는 달리, 학교 교육은 강제성을 띨 뿐만 아니라 그 교육 목적이 다분히 추상적이기 때문에 모든 사람들의 공감대를 형성하기는 쉽지 않다. 그럼에도 어떤 이유에서든 학교에서 수학 교육이 필요하다는 의견에 반대할 사람은 거의 없을 것이다. 이는 그리스 시대 이래로 이천 년 동안 수학이 어떤 식으로든 지도되어 왔다는 것에서 알 수 있으며, 현재의 수학 교육을 개선하기 위한 연구는 많지만 수학 교육의 필요성을 근본적으로 부정하는 연구는 없다는 사실에서도 입증된다.

일반적으로 수학 교육 관련 전문가들은 수학 교육의 목적으로 정신 도야성, 실용성, 문화적 가치 및 심미성을 강조하고, 이러한 목적들을 학생들이 실감할 수 있도록 학교 수학 교육의 목표, 내용 및 방법 등을 정선하는 일이 중요하다고 지적한다.

01 정신 도야성

수학은 수학을 학습하는 학생들에게 논리적으로 추론하는 정신적 능력을 배양하는, 이른바 정신력 도야의 소재가 되며, 이러한 수학적 추론 과정은 정신적 능력의 훈련에 적합한 몇몇 요인들을 포함하고 있다(강완 외, 1998).

■ 엄밀성

수학적 활동에서 사고의 정확성, 엄밀성은 수학의 아름다움과 그 기능을 구성하는 필수적 요소이다. 수학적 활동을 통하여 학생들은 일반적 사고에도 수학적 엄밀성을 적용할 수 있게 되며, 결과적으로 이를 자신의 사고 활동의 한 성향으로 동화시킬 수 있게 된다.

■ 간결성

수학에서 사용되는 정의를 비롯하여 수학적 성질이나 사실, 원리, 정리 등은 모두 최소한의 언어로 최대한의 의미를 표현하려는 수단이다. 수학 학습을 통하여 훈련된 간결한 표현 능력은 자신의 생각이나 의도를 간단명료하게 표현하고 이해하는 데 또는 이해시키는 데 도움을 준다.

■ 논리성

수학적 활동에서 논리 정연한 추론 과정은 필수적 요소이며, 이에 대한 객관적 검증의 과정 등은 모두 일반적 문제 상황에서도 요구되는 것이다. 이는 수학적 추론 훈련을 통하여 얻을 수 있는 주요 정신 능력이다.

■ 일반성

수학적 아이디어나 개념은 추상화 과정을 거쳐 일반화됨으로써 그 적용 범위가 확대된다. 주어진 특정 상황을 분석하고, 그 결과를 추상화시켜 유사한 다른 상황에 적용하고자 하는 일반화 능력 역시 수학 학습을 통해 훈련될 수 있는 주요 정신 능력이다.

지금까지 언급한 바를 토대로 하면 수학은 엄밀성, 논리성, 합리성 등의 고등 정신 능력을 많이 사용하고 있는 교과목이라고 할 수 있다. 예를 들어 수학 교육에서 다루어지는 증명 과정, 문제 해결의 진행 단계를 통해서 학생들은 어떤 주장이나 이론의 근거를 분명히 하는 논리적인 엄밀성을 습득하게 되고, 이러한 논리적인 태도는 일상생활에서 자신이 어떤 주장이나 의견을 내세울 때나 어떤 일을 추진하기 위해 상대방을 이해시킬 때 절대적으로 필요한 요소이다. 더 나아가 이러한 태도나 능력은 실제의 문제 상황을 해결해 가는 과정에서 그 문제를 명확히 파악하여 합리적인 결과를 가져올 수 있게 하는 중요한 요소가 된다.

02 실용성

흔히 고등학교에서 배우는 정도의 수학조차도 일상생활에서 쓰이지 않는다고 한다. 예컨대 미적분은커녕 제곱근이나 인수분해 등과 같이 학교 교육에서 중요시되어 왔던 계산조차 좀처럼 쓸 일이 생기지 않는다고 한다. 따라서 일상생활에서 중학교 이상에서 다뤄진 수학 내용을 직접적으로 손쉽게 활용할 수 있는 실례가 그다지 많지 않으며, 여전히 수학을 실제로 필요로 하는 경우는 예전과 크게 다를 바 없이 특정 소수인을 위한 것이라고 여겨진다. 그러나 이처럼 '실용성'의 의미를 대중을 위한 학교 밖의 주변에서의 실용성으로 한정한다면, 비단 수학 교과뿐만 아니라 다른 교과에서도 학교 교육의 목적이 무의미해질 수밖에 없다. 가령 수학 교과의 지식을 통해 계산을 하고, 사회 교과의 지식을 통해 지도를 보고, 가정 교과의 지식을 통해 꽃밭 가꾸기를 하는 것에만 그 실용성의 의의를 둔다면, 학교 교육의 존재 가치 여부는 더 이상 논의될 필요가 없을 것이다. 따라서 물건을 사고 난 후의 거스름돈의 계산과 같은 간단한 문제 상황뿐만 아니라 어떤 상품을 구입하기 위해 여러 자료를 조사하고 가격을 비교하며 구매 조건 등을 분석하여 최선의 선택을 하는 과정까지도 실용성의 범주에 포함시켜야 할 것이다.

또한 학생들이 어린 시절부터 문학이나 과학 등에 소질을 보일 수도 있으나 현실적으로 초·중등 시절에는 장래의 직업에 대하여 아직 명확하다고 볼 수 없으므로, 장래의 직업 선택에 도움이 될 수 있도록 여러 방향의 가능성을 열어 놓은 상태의 교육이 필요함도 간과할 수는 없다. 이와 같은 의미에서 수학 교과의 학습은 더 의미 있고 필요한 것이라고 하겠다.

03 문화적 가치 및 심미성

학교에서 다뤄지는 수학은 학생들로 하여금 수학의 매력과 위력을 알게 함으로써 수학의 문화적 가치 및 심미성을 느끼고 표현할 수 있게 하며, 단지 필요에 의하여 개발하는 기술이나 도구에 비하여 한 차원 높은 사고를 경험하게 한다. 주어진 공간과 조건에 맞도록 대칭성과 반복을 활용하여 수학적인 균형과 완성미를 추구한 문화 유물에는 극소수의 전문가만이 느낄 수 있는 아름다움이 아니라 대다수 학생들도 충분히 느낄 수 있는 아름다움

이 들어 있으며, 매우 간단한 수학적 원리를 활용하여 흥미진진한 게임을 하는 예에서도 그 심미적 가치를 쉽게 찾을 수 있다. 또한 수학의 아름다움이나 매력은 미적분의 기본 정리에서부터 신라 시대의 술병에 이르기까지 다양한 대상과 수준에서 발견될 수 있다. 이와 같은 풍부한 자료와 유연한 해석을 통하여 문화적 가치, 수학 고유의 심미성을 적절한 수준에서 확인하는 경험은 고등학교를 떠남과 동시에 수학과 멀어지는 대부분의 학생들에게 반드시 필요하다.

수학 교육에서 놓치지 말아야 하는 것은 모든 건전한 시민을 위한 공통적으로 기본적이면서도 필수적인 수학 내용이 무엇인가를 분명히 하는 것이다. 따라서 수학 교육은 모든 학생들에게 꼭 필요한 내용이 무엇인지 명확히 정할 필요가 있으며 그것이 다양한 상황과 측면에 적용되면서 철저히 그리고 깊이 있게 이해되도록 돕는 것이 필요할 것이다. 궁극적으로 교육의 목적은 학생의 잠재력을 계발하고, 건전한 사회인으로서의 역할을 수행하도록 돕는 데 있다. 다른 교과 교육이 그러하듯이 수학도 현대 사회와 미래 사회를 살아갈 건전한 시민으로서 그 사회를 지탱하는 문명적, 문화적 기저 중에서 수학을 기반으로 하는 것에 대하여 수학적으로 이해하는 눈을 기르기 위해 배우는 것이다.

결국 수학을 가르쳐야 하는 이유는 수학의 내용이 인간과 환경에 관한 각종 현상을 보는 안목과 수단을 제공해 주기 때문이다. 수학적 안목의 고양이라는 것은 수학의 실용성과도 연결될 수 있지만 그보다는 경제 · 사회 · 문화 등 제 분야에 녹아 있는 수학적 현상이나 원리 · 모델 등을 파악하여 이들 분야를 더욱 깊이 있고 창의적인 방법으로 이해할 수 있도록 하는 것을 의미한다. 또한 수학은 어떤 문제를 여러 가지 수학적 방법으로 해결하게 함으로써 문제 해결의 지혜를 기르고, 한 현상에 담긴 수학적 질서를 이해하기 위해 배우며, 사물의 법칙과 질서에 대한 수학적 이해력을 기르기 위해 배운다고도 할 수 있다. 즉, 조각상의 무게중심, 물건 구매, 유전자의 배열, 황금 비율, 투자에 따른 수익률, 건축, 디지털의 세계, 자동차의 속도와 회전 등 일상생활의 다양한 모습들을 수학적으로 이해하기 위해서 수학을 배우는 것이다(황혜정 외, 2012).

II. 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 이해

2009년 12월 23일에 교육과정 총론이 발표됨에 따라 2011년 8월 9일, 2009 개정 교육과정에 따른 '수학과 교육과정'이 최종 확정 및 공표되었다. 이 교육과정은 2013년부터 현장에 적용되고 있으며, 이에 대한 개정 배경 및 방향, 창의성 강조를 위한 수학적 과정(mathematical process)의 반영, 교육과정 문서의 구성 및 체제, 학교급별 주요 내용 변화에 대해 간략히 살펴보면 다음과 같다.

01 개정의 기본 방향

새로운 수학과 교육과정에서는 우선적으로 2009 개정 교육과정 총론의 취지에 부합하고 기존 수학과 교육과정의 문제점을 극복할 수 있는 새로운 교육과정의 성격, 목표, 내용 등을 개발하는 데 주력하였다. 특히 미래 사회에서 요구되는 핵심 역량의 주요 요소인 창의 중심의 교육과정 운영 및 교과용 도서 구현이 가능하도록 이에 따른 교육 목표와 내용을 개발하는 데에 초점을 두었으며, 다음의 항목을 구현하고자 하는 것이 새로운 교육과정의 주요 개발 방향이다.

가. 수학 교과 내용의 양 20 % 경감

2009 개정 교육과정 총론의 '교육과정 편성 · 운영 지침'의 주요 변화 내용 중 2007 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 대비 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서의 내용 20 % 경감의 배경이 될 수 있는 근거는 학교의 특성, 학생 · 교사 · 학부모의 요구 및 필요에 따라 학교가 자율적으로 교과(군)별 20 % 범위 내에서 시수를 증감하여 운영할 수 있는 데 있다(교육과학기술부, 2009). 2009 개정 교육과정 총론에서는 각 교과별로 교육과정의 성취 기준을 개발할 경우 학습량이 증가하여 교육 내용의 적정화를 저해할 우려가 있음을 염두에 두고, 교과별 교육과정 개발 시 현행 교육과정 대비 20 %의 내용이 경감되어야 함을 적극 주장하였다(박순경, 2010). 즉, 기준 수업 시수를 감안하되 교과 내용의 양은 현행 교육과정보다 20 % 정도 감축한다고 상정하고 최적한 학습 내용을 정선함으로써 보다 질 높은 교과 교육과정을 추구하도록 하였다.

나. 수학적 창의성 강조에 따른 수학적 과정

(1) 수학적 창의성의 의미

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서의 수학적 창의성은 수학적 과제를 해결하는 과정에서 다양하고 독창적인 해결 방법을 산출하거나 새로운 관점에서 과제를 탐구하고 지식을 구성하는 능력을 의미한다. 여기서 수학적 과제는 학생들의 수학적 능력 계발을 위한 내용적 배경을 제공하는 것으로서, 예를 들어 학생들이 참여하게 되는 프로젝트, 질문, 문제, 활동 등을 망라한 것이다.

이와 같은 수학적 창의성을 계발하기 위해서는 우선 학생들이 정형화된 틀이나 형식에 얽매이지 않고 자신의 수학적 아이디어를 자유롭게 표현할 수 있는 분위기를 조성해 주어야 한다. 이와 같은 학습 상황에서 학생들은 수학을 학습하고 행하는 과정에서 과제에 대한 호기심, 사고와 판단에서의 독자성, 과제 해결에 대한 집착성과 끈기 등과 같은 창의성의 정의적 측면도 발전시키게 될 것이다.

한편 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서의 수학적 창의성은 학교 수준에서의 수학적 창의성을 의미하기 때문에, 학습자가 수학적 추론과 통찰을 활용하여 기존의 지식과 경험을 유의미한 방법으로 분석 · 연결 · 통합하는 과정에서 창의성이 발현된다고 본다. 또한 학교 수학을 통해서 수학적 창의성을 계발할 때에는 창의적인 사고와 관련되는 일련의 과정을 수학적으로 의사소통하고 표현하는 능력도 신장시켜야 할 것이다.

(2) 수학적 과정의 의미 및 반영

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서 말하는 '수학적 과정'은 수와 연산, 도형 등의 내용 영역에서 다루는 수학적 주제를 이해하고 습득하는 데에서, 그리고 그러한 수학적 주제를 활용하여 다양한 현상을 이해하고 문제를 해결하고 의사소통하는 데에서 활성화되어야 하는 능력을 의미한다. 다시 말해서 '수학적 과정'은 학생들 주변의 다양한 현상을 수학과 연결하고 다양한 상황에서 발생하는 문제를 해결할 때 활성화되어야 하는 수학의 과정적 기능을 의미하며, '수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통' 등을 구성 요소로 가지는 개념으로 정의하였다.

여기서 '수학적 문제 해결'은 수학의 문제나 문제적 상황에서 그 해를 찾아내기 위하여 이미 알고 있는 수학의 개념, 원리, 법칙 등의 지식이나 기능을 바탕으로 수학적 발견술이나 전략 등의 다양하면서 종합적인 사고 과정을 수행하는 것을 의미한다. '수학적 추론'은 수학적 현상이나 사실 등을 대상으로 그와 관련된 잠재적인 수학적 규칙성이나 원리, 구조 등에 결론적으로 이르기 위한 논리적 사고 과정을 수행하는 것을 의미한다. 그리고 '수학적 의사소통'은 수학의 아이디어나 생각 등을 수학적 표현 수단을 통하여 서로 공유하고 학습하게 되는 과정을 수행하는 것을 의미한다(NCTM, 2000).

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 구성 체제를 살펴보면, '목표', '내용', '교수 · 학습 방법', '평가' 등의 순으로 구성되어 있다. 학교에서 구체적으로 학습해야 할 수학 성취 기준은 '내용'에서 학년(군)별로 제시되어 있다. 한편 '수학적 과정'의 하위 구성 요소로 설정한 '수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통'은 우리나라의 수학과 교육과정에서 지속적으로 강조되어 온 사항이다. 2007 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서도 '목표' 및 '교수 · 학습 방법'에서 수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통을 강조하고 있다.

학교의 수학 교수 · 학습의 실질적인 모습을 결정한다고 할 수 있는 교과서의 경우, 그 내용은 주로 수학과 교육과정의 '내용'에 제시되어 있는 성취 기준을 중심으로 구성된다. 현행 수학과 교육과정과 같이 '목표'와 '교수 · 학습 방법'에서 '수학적 과정'과 관련된 제 측면을 과거와 같이 선언적으로만 제시하는 것은, '수학적 과정'과 관련된 제 측면들이 교과서의 내용 구성에 배경으로서 암묵적으로 스며들게 되는 장점이 있다고 볼 수 있지만, 학생들에게 적극적이고 명확하게 지도되지 않는다는 한계점 또한 지니고 있다.

따라서 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서는 현행 수학과 교육과정의 '목표' 및 '교수 · 학습 방법'에서 선언적으로 제시되고 있는 '수학적 과정'의 제 측면들을 보다 구체적인 성취 기준을 가지고 '내용'의 진술에 포함시킴으로써 교과용 도서 및 수업 상황에서 수학적 과정과 관련된 제 측면들을 더욱 적극적이고 분명히 다루게 하고 있다. 한마디로 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정은 '수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통'을 '수학적 과정'으로 간주하고, 이를 학습 내용 성취 기준 및 교수 · 학습상의 유의점, 그리고 교수 · 학습 방법 등에 반영하였다.

수학적 문제 해결, 수학적 추론, 수학적 의사소통의 특징은 각각 다음과 같다.

〈표 Ⅱ-1〉 수학적 과정의 요소 및 특징

수학적 문제 해결
가. 주어진 문제의 해결에 필요한 정보를 확인 또는 보완하고 적절한 전략이나 사고 과정을 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
나. 수학적인 방법으로 문제 해결의 과정과 결과의 타당성을 설명할 수 있다.
다. 문제 해결 과정이나 완결 후 문제 제기를 통하여 문제 해결을 발전적으로 이끌 수 있다.
라. 문제 해결에서 얻은 결과와 사용된 전략을 일반화하여 새로운 문제 상황에 적용할 수 있다.

수학적 추론
가. 수학적 추측이나 주장을 만들고, 수학적 지식에 근거하여 이를 정당화할 수 있다.
나. 수학적 아이디어나 사고 과정을 수학적인 방법으로 검증할 수 있다.
다. 수학적 활동에서 다양하고 독창적인 아이디어가 지니는 가치를 인식할 수 있다.
수학적 의사소통
가. 수학적인 방법을 활용하여 자신의 생각을 논리적으로 정확하게 표현하고, 다른 사람을 이해시킬 수 있다.
나. 수학적 활동 중에 자신의 수학적인 생각을 다른 사람과 주고받는 활동의 중요성을 인식하고, 이를 통하여 자신의 생각을 개선시킬 수 있다.
다. 다른 사람의 수학적 아이디어나 사고 과정을 이해하고 평가할 수 있다.

⑶ 학년군제 도입 및 적용

2009 개정 교육과정 총론의 초·중등학교 교육과정 구성의 방침에 의하면 “교육과정 편성·운영의 경직성을 탈피하고, 학년 간 상호 연계와 협력을 통한 학교 교육과정 편성·운영의 유연성을 부여하기 위하여 학년군을 설정한다.”라고 규정하고 있다(교육과학기술부, 2009).

현재 2007 개정 교육과정 체제에서는 학년제를 따르고 있다. 즉, 각 학년에서 배워야 할 내용을 학년별로 제시하였다. 반면 학년군제는 학생들이 배워야 할 내용을 학년별이 아니라 몇 개 학년을 묶어서 제시한다. 예를 들어 초등학교 1학년에서 2학년 사이에 학습할 내용을 초등학교 1~2학년군으로 제시하는 것이다.

학년군제 도입에 따른 가장 큰 변화는 학생들의 수준별 학습이다. 학년군제를 실시하는 것은 학생들의 학습 수준의 차이를 인정하는 것이다. 이해가 빠른 학생들은 더 많은 내용을 혹은 더 깊은 내용을 학습할 수 있고, 이해가 느린 학생들은 기본적인 내용을 집중적으로 학습할 수 있다. 학생들은 자신의 흥미나 적성을 고려하여 필요한 수학 교과를 선택할 수 있으며, 이는 학생들의 진로 선택과 관련될 수 있다.

또 다른 변화는 학년군제에서는 다양한 교과서가 사용될 수 있다는 것이다. 교육과정에서 엄격한 학년의 구분이 없어지고 내용이 통합적으로 제시되기 때문에 관련 내용들을 여러 가지 방법으로 재배치할 수 있게 된다. 예를 들어 초등학교 1학년과 2학년에서 학습할 수와 연산 영역을 초등학교 1학년에서 집중적으로 학습하도록 하는 교과서를 구성할 수 있다. 또는 중학교에서 대수와 함수를 밀접하게 관련시켜서 교과서를 구성할 수 있다. 즉, 수학 교과가 가진 특성을 발휘하여 학생들의 창의력을 발달시킬 수 있는 다양한 교과서의 출현이 가능하게 된다.

그러나 학년군제에 따르는 단점들도 충분히 예상되기 때문에 학년군제를 실행하기 위해서는 다음과 같은 사항들에 대한 해결 방안이 모색되어야 한다.

첫째, 수준별 수업 방안이 마련되어야 한다. 학년제 대신에 학년군제를 실시하는 취지 중의 하나는 학생들의 학습 수준 차를 인정하고 학생들의 수준에 맞는 학습을 통해서 사고 발달과 진로 선택에 긍정적인 효과를 주기 위함이다. 따라서 학생들의 수준에 적합한 수업이 가능한 수준별 수업 방안이 마련되어야 한다.

둘째, 수준별 수업이 원활히 시행되기 위해서는 적절한 평가 기준이 마련되어야 한다. 학생들의 다양한 진로와 흥미를 고려하여 과목을 이수하고 이에 대한 타당한 평가가 이루어져야 한다.

셋째, 교육과정이 학년군으로 구성되더라도 학년별로 교과서가 어떻게 저술되어야 하는지에 대한 기준이 필요하다.

넷째, 전학생들을 위한 보충 학습 과정 등 교수·학습 방안 및 정책이 마련되어야 한다.

02 수학과 교육과정의 특징

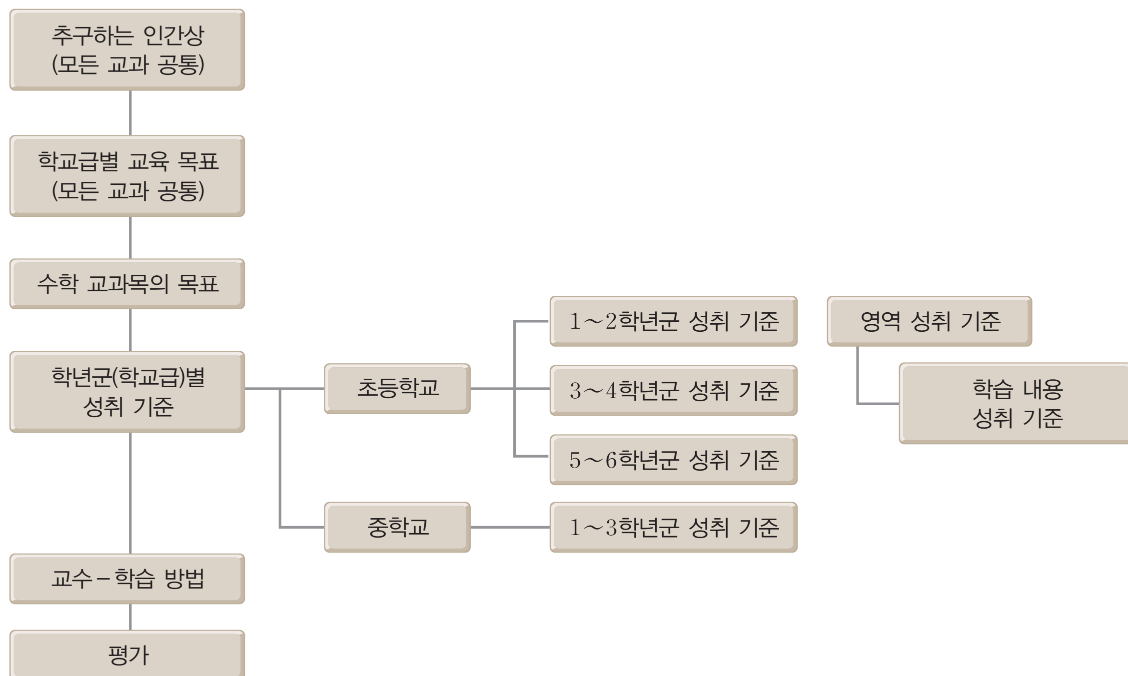
가. 교과목의 구성 및 문서 체제

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 교과목은 공통 교육과정과 선택 교육과정으로 구성되어 있으며, 공통 교육과정에는 초등학교 1학년에서부터 중학교 3학년까지 다뤄지는 「수학」 교과목이 해당되며, 선택 교육과정에는 고등학교 1학년에서 3학년까지 다뤄지는 9개 교과목이 포함되어 있다. 선택 교육과정은 '기본 과목', '일반 과목', '심화 과목'으로 구성되어 있으며, 일반 과목은 모두 5단위의 6개 선택 과목으로 「수학Ⅰ」, 「수학Ⅱ」, 「확률과 통계」, 「미적분Ⅰ」, 「미적분Ⅱ」, 「기하와 벡터」로 구성되어 있다. 그 밖에 기본 과목에는 「기초 수학」, 심화 과목에는 「고급 수학Ⅰ」과 「고급 수학Ⅱ」가 포함된다.

공통 교육과정		
1. 수학		
선택 교육과정		
〈기본 과목〉	〈일반 과목〉	〈심화 과목〉
1. 기초 수학	1. 수학Ⅰ 2. 수학Ⅱ 3. 확률과 통계 4. 미적분Ⅰ 5. 미적분Ⅱ 6. 기하와 벡터	1. 고급 수학Ⅰ 2. 고급 수학Ⅱ

[그림 Ⅱ-1] 수학과 교육과정의 교과목 구성

공통 교육과정 기간에 다뤄지는 수학 교과목의 문서 체제를 예로 들어 도식화하면 다음과 같으며, 선택 교육과정 기간의 9개 교과목의 문서 체제도 이와 동일한 방식으로 구성되어 있다. 여기서 각 교과목의 '3. 목표'는 2007 개정 교육과정의 '1. 성격'과 '2. 목표'의 두 부문의 진술을 통합하여 진술하고 있다. 특히 「수학」 교과목의 목표의 경우, 예전에 분리하여 제시되어 있던 초등학교와 중학교의 교육 목표가 통합, 진술되었다.



[그림 Ⅱ-2] 수학 교과목의 목표 및 성취 기준

나. 영역 구분의 변경

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정은 제7차 개정의 것과 마찬가지로, 학교급별 특성을 감안하여 초등학교와 중학교 각각의 내용 영역을 구분하였으며, 초등학교의 경우 '규칙성과 문제 해결' 영역을 '규칙성'으로 변경하였다. 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서는 모든 학교급 및 모든 수학 교과목에 걸쳐 수학적 과정의 요소로서 문제 해결 활동을 전 영역 및 세부 내용에 걸쳐 적극 반영하도록 강조하고 있기 때문이다.

2007 개정 교육과정			
초등학교	수와 연산	중·고등학교	수와 연산
	도형		문자와 식
	측정		함수
	확률과 통계		확률과 통계
	규칙성과 문제 해결		기하

2009 개정 교육과정			
초등학교	수와 연산	중학교	수와 연산
	도형		문자와 식
	측정		함수
	규칙성		확률과 통계
	확률과 통계		기하

[그림 Ⅱ-3] 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 영역명

03 학교급별 내용 변화

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정에서의 학교급별, 학년군별 내용의 변화는 기본적으로 학교 현장에서의 창의성 활동을 실제적이고 효율적으로 실행하기 위한 것으로, 학습 내용의 적정화 및 학년별 내용 분량이 조정되었다. 수학과 교육과정의 총 10개 교과목에 대한 주요 변화 내용을 학교급별로 살펴보면 다음과 같다.

가. 초등학교

(1) 수와 연산

초등학교의 수와 연산 영역에서 가장 큰 변화로는 자연수 및 분수의 지도 시기를 재조정하고, 계산 연습을 통한 단순한 연산 기능 신장이 아니라 연산 감각 및 양적 추론 능력을 강화한 점을 들 수 있다. 또한 사칙연산의 계산 결과를 어림한 후 어림한 값을 확인하거나 소수의 복잡한 계산에 있어서 계산기를 도입하여 활용할 수 있게 함으로써, 지나친 계산 연습에서 기인하는 학습 부담을 경감하고자 하였다.

(2) 도형

2007 개정 교육과정에서 평면도형의 각 구성 요소에 대한 학습 후 도형의 언어적이고 명시적인 정의를 통해서 도형 개념을 도입하는 방식을 대신하여, 2009 개정 교육과정에서는 도형의 모양 인식 및 분류 활동을 토대로 하여 도형 및 그 구성 요소에 대한 직관적인 이해와 더불어 이름을 먼저 학습한 후 점차 분석적, 명시적으로 도형의 개념 및 성질을 학습할 기회를 제공하였다. 한편 2007 개정 교육과정에서 분산되어 지도되었던 각, 삼각형, 사각형 관련 단원의 내용들을 각각 통합적으로 취급함으로써 학생들의 개념 구조의 체계적 형성을 돕고자 하였다. 또 초등학생의 인지 수준에 적합하지 않은 내용으로 간주되는 사각형의 포함 관계나 수학 학습의 계열상 초등 수학에서 다루는 것이 적합하지 않은 선대칭 위치에 있는 도형과 점대칭 위치에 있는 도형 및 회전체를 삭제하였다.

(3) 측정

측정 영역은 실생활과 밀접하게 관련되어 있으므로, 실생활과 관련지어 측정의 필요성을 인식하게 하고 측정 및 어림 활동을 통하여 양감을 기르는 데 중점을 두었다. 측정 영역에서의 계산은 측정 결과 간의 단순 연산이나 단위 환산은 축소하고, 측정의 관점에 중점을 두도록 하였다. 길이, 무게, 들이, 넓이의 양감을 기르는 데 중점을 두고, 측정 영역에서 합과 차를 계산하거나 단순한 단위 환산 연습은 약화하였으며, 들이 및 무게의 덧셈과 뺄셈은 실생활 문제 상황을 통하여 다루도록 하였다. 또한 부피의 양감을 강조하고 부피의 단위 사이의 환산이나 부피와 들이의 단위 환산은 삭제하여 학습량을 감축하였다.

(4) 규칙성

2007 개정 교육과정에서 '규칙성과 문제 해결' 영역은 주로 문제 해결 방법, 규칙 찾기, 비와 비율, 비례 등을 포괄하였다. 2009 개정 교육과정에서는 '문제 해결'이 다른 영역의 내용적 성격과 달리 과정적 성격을 띠고 있으며 수학 교과 전 영역에서 고루 지도되어야 한다는 취지에서 '문제 해결' 부분은 전 영역으로 재편하고, 영역명은 '규칙성'으로 설정하였다. 규칙성 영역의 주요 변화로는 각 학년에 분산되어 있던 규칙 찾기 활동을 통합하고 탐구 활동 및 놀이를 활용하고자 하였다. 비율 중 할, 푼, 리나 연비는 그 중요도 및 쓰임새를 재고하여 삭제하였으며, 방정식은 중학교의 학습 내용과 중복하여 다루어지고 있으므로 초등학교에서는 삭제하고 중학교의 '일차방정식'으로 이동 통합함으로써 학습량을 감축하였다.

(5) 확률과 통계

확률과 통계 영역에서의 가장 큰 변화는 줄기와 잎 그림, 경우의 수와 확률을 중학교로 이동 통합하고, 초등학교에 가능성의 개념을 도입한 것이다. 줄기와 잎 그림은 학습량 감축 및 학문 내에서의 개념 간 관련성을 고려하여 중학교의 통계 영역과 의미 있게 연결되도록 상향 이동하였다. 또한 경우의 수와 확률은 초등학교와 중학교에서 내용 중복 및 학습량 감축의 취지에서 중학교로 이동 통합하였고, 확률 개념의 계열적 구성이라는 측면에서 가능성이라는 개념을 초등학교 5~6학년군에 도입하였다.

이상으로 초등학교에서의 주요 변화 내용을 정리하면 다음과 같다.

- 시간의 덧셈과 뺄셈 약화 (3~4학년군)
- 사각형의 포함 관계 삭제 (3~4학년군)
- 할, 푼, 리 삭제 (5~6학년군)
- 등식의 성질 삭제 (5~6학년군), 중학교로 상향 이동
- 방정식 삭제 (5~6학년군), 중학교로 상향 이동
- 연비의 삭제 (5~6학년군)
- 겉넓이와 부피 통합 및 부피와 들이 사이의 관계 삭제 (5~6학년군)
- 선대칭 위치에 있는 도형과 점대칭 위치에 있는 도형 삭제 (5~6학년군)
- 회전체 삭제 (5~6학년군), 중학교로 상향 이동
- 가능성 도입 및 확률 삭제 (5~6학년군), 중학교로 상향 이동
- 줄기와 잎 그림 삭제 (5~6학년군), 중학교로 상향 이동

나. 중학교

(1) 수와 연산

수는 수학에서 다루는 대상 중에서 가장 기본이 되는 개념으로서 수의 개념과 연산에 대한 이해는 실생활뿐 아니라 다른 교과나 수학의 다른 영역을 학습하는 데 필수적이다. 따라서 수와 연산 영역은 수의 개념과 연산에 대한 이해를 높이고 이후의 학습과 연계될 수 있는 필수적인 요소만을 선정하였다. 또한 집합은 고등학교로 상향 이동하였고, 근삿값은 삭제하였다.

(2) 문자와 식

문자는 생활 주변이나 자연 및 사회 현상을 수학적으로 간단하게 표현하고 의사소통을 원활히 할 수 있게 해준다. 문자와 식 영역에서는 학생들이 자연스럽게 문자를 사용할 수 있도록 문자와 식을 실생활 문제 해결의 맥

락에서 다루게 하고, 수학이 현실 세계의 상황과 밀접한 관련이 있다는 것을 학생들에게 인식시켜야 한다. 이를 위해 방정식, 부등식과 그의 활용은 독립적인 중영역이 아닌 하나의 영역에서 통합하여 학습하도록 구성하였다. 또한 방정식과 부등식의 학습에 있어서 용어 사용에 대한 학습자의 부담을 고려하여 필요 이상의 용어 정의를 제한하였다.

⑶ 함수

2007 개정 교육과정에서는 제7차 교육과정에서 정비례와 반비례를 통해 함수 개념을 도입하면서 발생했던 문제점을 보완하기 위해, 정비례와 반비례를 초등학교 6학년으로 이동시키고 함수 개념을 '한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 대응 관계'로 도입하고, 실생활을 활용하여 함수 개념의 효용성을 알게 하는 것이 필요하다고 하였다(교육과학기술부, 2007). 이런 점에서 볼 때 중학교 수준의 함수 영역은 현실 세계의 상황을 이해하는 도구로서의 함수 개념에 초점을 맞추고, 고등학교 함수에서 여러 영역을 통합하는 아이디어로서 대응의 관점에서 정의된 형식화된 함수 개념으로 확장될 수 있는 기반이 되도록 하는 것이 바람직하다. 이에 2009 개정 교육과정에서는 함수 개념의 도입 방법의 변화를 도모하고, 정의역, 공역, 치역 등의 용어를 삭제하였다.

⑷ 확률과 통계

확률과 통계는 중학교 수학에서 실생활과 관련성이 매우 깊은 영역이다. 중학교에서는 자료의 정리와 표, 그래프의 해석, 통계적 확률과 수학적 확률의 관계, 확률의 계산, 대푯값과 산포도의 내용이 다루어진다. 본 개정안에서는 학생들이 통계를 학습함으로써 분석적이고 비판적인 사고를 도모할 수 있도록 내용의 변화는 최소화하면서, 교수 · 학습 방법의 변화를 도모하였다. 2007 개정 교육과정과 달라진 내용은 학습량 감축을 위해 '누적도수의 분포'를 삭제하고, 탐색적 자료 분석의 한 방법인 '줄기와 잎 그림'을 도수분포와 그래프 학습 내용에 추가한 것이다.

⑸ 기하

수학 교육에서 증명은 전통적으로 학생들에게 꼭 가르쳐야 하는 주요 대상으로 인식되어 왔다(NCTM, 2000). 그러나 중학교 수학에서의 증명 교육은 기대하는 만큼의 효과를 거두지 못하고 있음이 알려져 있다. 그 이유는 학생들이 기하에서 다루는 개념에 대한 지식이 부족한 탓도 있겠지만, 공리 체계 내에서 논리 규칙에 따라 명제들을 체계적으로 연결시키는 데 어려움을 느끼기 때문이다.

2009 개정 교육과정에서 기하 영역은 학생들이 도형을 탐구하여 기하학적 성질을 이해하고 이를 통해 추론 능력을 신장시키는 것을 목표로 한다. 또한 기하학적 성질을 이해하고 그 지식을 습득하는 방법에 있어서 학생 활동을 중시하고 증명 대신 추측 활동을 강조한다. 이를 위하여 다음 표에서와 같이 2009 개정 교육과정에서는 '증명할 수 있다' 대신 '이해하고 설명할 수 있다'로 제시하였다.

〈표 Ⅱ-2〉 '추측과 정당화' 강조에 대한 내용 비교

2007 개정 교육과정	2009 개정 교육과정
5 삼각형과 사각형의 성질(2학년) ① 명제의 뜻과 증명의 의미를 이해한다. ② 삼각형의 합동조건을 이용하여 삼각형과 사각형의 성질을 증명할 수 있다.	5 삼각형과 사각형의 성질 ① 이등변삼각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다. ② 삼각형의 외심과 내심의 성질을 이해하고 설명할 수 있다. ③ 사각형의 성질을 이해하고 설명할 수 있다.

2009 개정 교육과정에 제시한 '이해하고 설명할 수 있다'는 '정당화(justification)'를 의미하는데, 이는 자신의 주장 또는 믿음을 타인에게 이해시키려는 시도를 말한다. 이 시도는 일정 수준의 객관성을 담보할 수 있어야 한다. 인식론의 관점에서 정당화는 실험에 의한 정당화, 증거에 의한 정당화, 그리고 논리에 의한 수학적 증명 등으로 대변할 수 있다(http://www.wikipedia.org). 이때 수학적 증명은 논리적 연역법을 의미한다. 기하 교육에서의 증명은 기하 지식을 증거로 삼으며 논리적 형식을 갖춘 정당화를 의미한다(신이섭 외, 2011).

정당화를 유도하는 교수 방법은 다양한 형태로 나타날 수 있다. 예를 들면 학생들의 이해 수준에 합당한 간단한 논리 증명(연역 추론), 계산에 입각한 문제 해결(계산 증명), 그리고 귀납 추론 등이 포함된다. 정당화 교육을 중심으로 한 기하 교육은 기본적으로 학생의 활동에 의존한다. 형식적이고 엄밀한 증명 대신 추측과 정당화 활동을 강조하여, 증명을 하기 위해 익숙해져야 하는 용어와 기호의 사용이나 형식 논리 규칙의 이용에서 생기는 어려움을 줄이고 학생의 기하 지식에 기초한 추론 활동을 강화하는 것이다.

이와 같이 기하 교육에서 객관적 사실의 확인 과정인 논리 증명을 정당화 수준으로 확대함으로써, 논리 형식만을 다루는 것이 아니라 학생들의 인지 수준과 흥미를 고려한 추론 기회를 폭넓게 제공하려 하였다. 이러한 활동은 기하에 대한 이해와 반성적 사고뿐만 아니라 의사소통 능력의 향상에도 도움이 될 것이다.

한마디로 중학교의 기하 영역에서는 학생 활동이 중심이 되는 학생 주도적 수업을 강조하며 형식적 증명보다는 학생의 이해 수준에 입각한 '정당화' 수준의 교육을 지향하고자 하였다. 또한 2007 개정 교육과정의 단발성 주제와 상대적으로 의미가 적은 용어들을 삭제하고, '원과 직선', '원주각' 두 영역을 원의 성질로 묶어 하나의 영역으로 내용을 축소시켜 다루는 등, 전체적으로 학습량을 경감하였다.

이상으로 중학교에서의 주요 변화 내용을 정리하면 다음과 같다.

- 집합 삭제
- 근삿값 삭제
- 십진법과 이진법 삭제
- 수학 개념과 실생활 활용의 통합
- 방정식 관련 용어 약화
- 함수 개념 도입 방법의 변화
- 정의역, 공역, 치역 용어 삭제
- 통계 교수 · 학습 방법의 변화
- 누적도수의 분포 삭제
- 줄기와 잎 그림 추가
- 정당화에 의한 기하 교육 강조
- 작도와 합동, 평면도형의 성질 내용 축소
- 원의 성질 내용 축소

다. 고등학교

(1) 일반 과목

고등학교의 일반 과목에 해당하는 6개 교과목의 주요 변화 내용을 개략적으로 살펴보면 다음과 같다.

■ 수학 I

「수학 I」은 국민 공통 기본 교육 기간인 중학교 3학년까지의 「수학」을 이수한 후 보다 높은 수준의 수학을 학습하기 위하여 선택할 수 있는 과목으로, 고등학교에서 개설되는 선택 과목 중에서 가장 기초가 되는 과목이다.

「수학 I」의 내용은 2007 개정 교육과정에서 고등학교 1학년 학생들이 1년 동안 필수로 이수하는 과목인 [수학]의 내용 중 '수와 연산', '문자와 식', '기하' 영역의 일부를 재구성한 것으로 크게 '다항식', '방정식과 부등식', '도형의 방정식'의 3개 영역으로 구성된다. '다항식' 영역에서는 다항식의 연산, 나머지정리, 인수분해를, '방정식과 부등식' 영역에서는 복소수와 이차방정식, 이차방정식과 이차함수, 여러 가지 방정식, 여러 가지 부등식을 다룬다.

「수학 I」의 내용 중 2007 개정 교육과정 내용과 비교

하여 변화된 부분을 간략히 정리하면 다음과 같다.

- 실수 삭제
- 복소수와 이차방정식의 연계 강화
- 다항식의 약수와 배수 약화
- 이차방정식, 이차부등식, 이차함수의 통합 및 연계성 강화

■ 수학II

「수학Ⅱ」는 국민 공통 기본 교육 기간인 중학교 3학년까지의 「수학」과 「수학Ⅰ」을 이수한 후 보다 높은 수준의 수학을 학습하기 위하여 선택할 수 있는 과목으로, 고등학교에서 개설되는 선택 과목 중에서 「수학Ⅰ」과 함께 기초가 되는 과목이다.

「수학Ⅱ」의 내용은 2007 개정 교육과정에서 고등학교 1학년 학생들이 1년 동안 필수로 이수하는 과목인 [수학]의 내용 중 '집합과 명제'와 '함수' 영역의 내용, [수학Ⅰ]의 내용 중 '수열' 영역과 '지수함수와 로그함수'의 내용 중 일부를 재구성한 것으로 크게 '집합과 명제', '함수', '수열', '지수와 로그'의 4개 영역으로 구성된다. '집합과 명제' 영역에서 집합, 명제를, '함수' 영역에서 함수, 유리함수와 무리함수를, '수열' 영역에서 등차수열과 등비수열, 수열의 합, 수학적 귀납법을, '지수와 로그' 영역에서 지수, 로그를 다룬다.

「수학Ⅱ」의 내용 중 2007 개정 교육과정 내용과 비교하여 변화된 부분을 간략히 정리하면 다음과 같다.

- 집합 내용 통합
- 명제 내용 보완 및 증명 부분 강화
- 함수 영역의 내용 약화
- 수열의 약화 및 이동
- 지수와 로그 내용 약화 및 이동

■ 확률과 통계

「확률과 통계」는 「수학Ⅰ」과 「수학Ⅱ」를 이수한 후 또는 「미적분Ⅰ」까지 이수한 학생이 선택할 수 있는 과목으로, 대학에 진학하여 인문 과학, 사회 과학 또는 자연 과학 등의 분야를 전공하고자 하는 학생이 이수하기에 알맞은 과목이다.

「확률과 통계」는 2007 개정 교육과정에서 고등학교 1학년 학생들이 필수로 이수하는 고등학교 [수학]의 '확률과 통계' 영역, 선택 과목인 [미적분과 통계 기본]과 [적분과 통계]의 '확률', '통계' 영역, 그리고 [적분과 통계]의 '순열과 조합' 영역의 내용을 재구성한 것으로 크게 '순열과 조합', '확률', '통계'의 3개 영역으로 구성된다. '순열과 조합' 영역에서 경우의 수, 순열과 조합, 분할, 이항정리를, '확률' 영역에서 확률의 뜻과 활용, 조건부확률을 '통계' 영역에서 확률분포, 통계적 추정을 다룬다.

「확률과 통계」의 내용 중 2007 개정 교육과정 내용과 비교하여 변화된 부분을 간략히 정리하면 다음과 같다.

- 순열과 조합 관련 내용 통합 및 추가
- 연속확률변수의 평균과 표준편차 삭제
- 공학적 도구의 활용 강조

■ 미적분 I

「미적분Ⅰ」은 「수학Ⅰ」과 「수학Ⅱ」를 이수한 후 선택할 수 있는 과목으로, 대학에 진학하여 인문 과학, 사회 과학 등의 분야를 전공하고자 하는 학생이 이수하기에 알맞은 과목이다.

「미적분Ⅰ」은 2007 개정 교육과정에서 [수학Ⅰ]의 '수열의 극한' 영역과 [미적분과 통계 기본]의 '함수의 극한과 연속', '다항함수의 미분법', '다항함수의 적분법' 영역의 내용을 기본으로 하고 [수학Ⅱ]의 '미분법' 영역의 내용 중 '롤의 정리, 평균값 정리의 이해와 활용'에 대한 내용을 추가하여 '수열의 극한', '함수의 극한과 연속', '다항함수의 미분법', '다항함수의 적분법'의 4개의 대영역으로 구성된다. '수열의 극한' 영역에서 수열의 극한, 급수를, '함수의 극한과 연속'에서 함수의 극한, 함수의 연속을, '다항함수의 미분법' 영역에서 미분계수, 도함수, 도함수의 활용을, '다항함수의 적분법' 영역에서 부정적분, 정적분, 정적분의 활용을 다룬다.

「미적분Ⅰ」의 내용 중 2007 개정 교육과정 내용과 비교하여 변화된 부분을 간략히 정리하면 다음과 같다.

- 수열의 극한의 이동 통합
- 롤의 정리와 평균값 정리의 이동
- 도함수의 활용 영역의 교수 · 학습상의 유의점 보완 및 삭제
- 용어 수정(중간값 정리를 사이값 정리로 수정)

■ 미적분 II

「미적분Ⅱ」는 「미적분Ⅰ」을 이수한 후 선택할 수 있는 과목으로, 대학의 자연 계열 또는 공학 계열 진학을 희망하는 학생에게 필요한 기본 과목이다.

「미적분Ⅱ」는 2007 개정 교육과정에서 고등학교 1학년 학생들이 필수로 이수하는 [수학]의 '함수' 영역, [수학Ⅰ]의 '지수함수와 로그함수' 영역, [수학Ⅱ]의 '삼각함수', '함수의 극한과 연속'과 '미분법' 영역, [적분과 통계]의 '적분법' 영역의 내용을 재구성한 것으로 크게 '지수함수와 로그함수', '삼각함수', '미분법', '적분법'의 4개 영역으로 구성된다. '지수함수와 로그함수' 영역에서 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프, 지수함수와 로그함수의 미분을, '삼각함수' 영역에서 삼각함수의 뜻과 그래프, 삼각함수의 미분을, '미분법' 영역에서 여러 가지 미분법, 도함수의 활용을, '적분법' 영역에서 여러 가지 적분법, 정적분의 활용을 다룬다.

「미적분Ⅱ」의 내용 중 2007 개정 교육과정 내용과 비교하여 변화된 부분을 간략히 정리하면 다음과 같다.

- 지수함수와 로그함수 통합 및 약화
- 삼각함수 통합 및 약화
- 미분법 및 적분법의 내용 조정

■ 기하와 벡터

「기하와 벡터」는 '미분과 적분'을 이수한 후 선택할 수 있는 과목으로, 대학의 자연 계열 또는 공학 계열로 진학을 희망하는 학생에게 필요한 기본 과목이다.

「기하와 벡터」는 2007 개정 교육과정에서 [수학Ⅱ]의 '미분법' 영역과 [적분과 통계]의 '적분법' 영역, 그리고 [기하와 벡터]의 '이차곡선', 공간도형과 공간좌표', '벡터' 영역의 내용을 재구성한 것으로 크게 '평면 곡선', '평면벡터', '공간도형과 공간벡터'의 3개 영역으로 구성된다. '평면 곡선' 영역에서 이차곡선, 평면 곡선의 접선을, '평면벡터' 영역에서 벡터의 연산, 평면벡터의 성분과 내적, 평면 운동을, '공간도형과 공간벡터' 영역에서 공간도형, 공간좌표, 공간벡터를 다룬다.

「기하와 벡터」의 내용 중 2007 개정 교육과정 내용과 비교하여 변화된 부분을 간략히 정리하면 다음과 같다.

- 미분법을 이용한 평면 곡선의 이해 강화
- 위치벡터를 이용한 평면 운동의 이해 강화

(2) 기본 및 심화 과목

고등학교의 경우에는 일반 과목에 해당하는 6개 교과목 이외에, 기본 과목인 「기초 수학」과 심화 과목인 「고급 수학Ⅰ」, 「고급 수학Ⅱ」가 새로 신설되었다.

「기초 수학」은 중학교 수학의 내용을 잘 이해하지 못한 학생이 일반 과목의 수학 교과를 이수하기 위해 필요한 수학적 개념, 원리, 법칙을 체계적으로 이해하기 위하여 선택할 수 있는 기본 과목이다.

「기초 수학」의 내용은 '수와 식의 계산', '방정식과 함수', '피타고라스 정리와 삼각비'로 구성된다. '수와 식의 계산' 영역에서는 수의 연산, 문자의 사용과 식의 계산, 다항식의 계산을, '방정식과 함수' 영역에서는 일차방정식과 일차함수, 이차방정식과 이차함수를, '피타고라스 정리와 삼각비' 영역에서는 피타고라스 정리, 삼각비를 다룬다.

「고급 수학Ⅰ」과 「고급 수학Ⅱ」는 심화 과목으로 일반 과목에서 학습한 수학의 기본 지식과 기능을 바탕으로 심화된 수준의 수학적 개념, 원리, 법칙을 체계적으로 이해하고, 수학적 사고력, 창의적 사고력, 문제 해결력 등을 신장시킬 수 있도록 하는 과목이다. 「고급 수학Ⅰ」과 「고급 수학Ⅱ」는 심화된 수학적 지식과 사고 방법을 습득하고, 논리적 추론 능력을 키워 문제를 합리적으로 해결하는 능력과 태도를 기르게 함으로써 자연과학 및 공학 분야뿐만 아니라 사회과학의 학습에 기초를 제공한다.

「고급 수학Ⅰ」의 내용은 '벡터와 행렬', '일차변환', '그래프'로 구성된다. '벡터와 행렬' 영역에서는 벡터, 행렬과 연립일차방정식을, '일차변환' 영역에서는 일차변환과 행렬, 고윳값과 행렬의 거듭제곱을, '그래프' 영역에서는 그래프의 뜻, 여러 가지 그래프, 그래프의 활용을 다룬다. 「고급 수학Ⅱ」의 내용은 '복소수와 극좌표', '미적분의 활용', '편미분'으로 구성된다. '복소수와 극좌

표' 영역에서는 복소수의 극형식, 극좌표와 극방정식을, '미적분의 활용' 영역에서는 미분의 활용, 미분방정식, 적분의 활용을, '편미분' 영역에서는 이변수함수의 뜻, 극한과 연속, 편미분, 편미분의 활용을 다룬다.

04 내용 체계

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 '수학' 교과목(초등학교 1학년~중학교 3학년)의 내용 체계는 다음과 같다.

학교급 / 학년군 / 영역	초등학교		
	1~2학년군	**3~4학년군**	**5~6학년군**
수와 연산	• 네 자리 이하의 수 • 두 자리 수의 덧셈과 뺄셈 • 곱셈	• 다섯 자리 이상의 수 • 세 자리 수의 덧셈과 뺄셈 • 곱셈 • 나눗셈 • 자연수의 혼합 계산 • 분수 • 소수 • 분수와 소수의 덧셈과 뺄셈	• 약수와 배수 • 분수의 덧셈과 뺄셈 • 분수의 곱셈과 나눗셈 • 소수의 곱셈과 나눗셈 • 분수와 소수
도형	• 입체도형의 모양 • 평면도형의 모양 • 평면도형과 그 구성 요소	• 도형의 기초 • 평면도형의 이동 • 원의 구성 요소 • 여러 가지 삼각형 • 여러 가지 사각형 • 다각형	• 합동과 대칭 • 직육면체와 정육면체 • 각기둥과 각뿔 • 원기둥과 원뿔 • 입체도형의 공간감각
측정	• 양의 비교 • 시각 읽기 • 시각과 시간 • 길이	• 시간 • 길이 • 들이 • 무게 • 각도 • 어림하기(반올림, 올림, 버림) • 수의 범위(이상, 이하, 초과, 미만)	• 평면도형의 둘레와 넓이 • 무게와 넓이의 여러 가지 단위 • 원주율과 원의 넓이 • 겉넓이와 부피
규칙성	• 규칙 찾기	• 규칙 찾기 • 규칙과 대응	• 비와 비율 • 비례식과 비례배분 • 정비례와 반비례
확률과 통계	• 분류하기 • 표 만들기 • 그래프 그리기	• 자료의 정리 • 막대그래프와 꺾은선그래프	• 가능성과 평균 • 자료의 표현 • 비율그래프(띠그래프, 원그래프)

영역 \ 학교급 / 학년군	중학교		
	1~3학년군		
수와 연산	• 소인수분해 • 최대공약수, 최소공배수 • 정수와 유리수의 개념, 대소 관계, 사칙계산	• 순환소수 • 유리수와 순환소수의 관계	• 제곱근의 뜻과 성질 • 무리수 • 실수의 대소 관계 • 근호를 포함한 식의 사칙계산
문자와 식	• 문자의 사용 • 식의 값 • 일차식의 덧셈과 뺄셈 • 일차방정식	• 지수법칙 • 다항식의 덧셈과 뺄셈 • 다항식의 곱셈과 곱셈 공식 • 다항식의 나눗셈 • 등식의 변형 • 연립일차방정식 • 부등식의 성질과 일차부등식 • 연립일차부등식	• 인수분해 • 이차방정식
함수	• 함수의 개념 • 순서쌍과 좌표 • 함수의 그래프	• 일차함수의 의미와 그래프 • 일차함수의 활용 • 일차함수와 일차방정식의 관계	• 이차함수의 의미 • 이차함수의 그래프의 성질
확률과 통계	• 줄기와 잎 그림, 도수분포표, 히스토그램, 도수분포다각형 • 도수분포표에서의 평균 • 상대도수의 분포	• 경우의 수 • 확률의 뜻과 기본 성질 • 확률의 계산	• 중앙값, 최빈값, 평균 • 분산, 표준편차
기하	• 점, 선, 면, 각 • 점, 직선, 평면 사이의 위치 관계 • 평행선의 성질 • 삼각형의 작도 • 삼각형의 합동조건 • 다각형의 성질 • 부채꼴에서 중심각과 호의 관계 • 부채꼴에서 호의 길이와 넓이 • 다면체, 회전체의 성질 • 입체도형의 겉넓이와 부피	• 이등변삼각형의 성질 • 삼각형의 외심, 내심 • 사각형의 성질 • 닮은 도형의 성질 • 삼각형의 닮음조건 • 평행선 사이에 있는 선분의 길이의 비 • 닮은 도형의 성질 활용	• 피타고라스 정리 • 삼각비 • 원의 현, 접선에 대한 성질 • 원주각의 성질

2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 '수학' 교과목 이외에 고등학교 선택 교과목의 내용 체계는 다음과 같다.

〈기본 과목〉

■ 기초 수학

영역	내용
수와 식의 계산	• 수의 연산 • 문자의 사용과 식의 계산 • 다항식의 계산
방정식과 함수	• 일차방정식과 일차함수 • 이차방정식과 이차함수
피타고라스 정리와 삼각비	• 피타고라스 정리 • 삼각비

〈일반 과목〉

■ 수학 I

영역	내용
다항식	• 다항식의 연산 • 나머지정리 • 인수분해
방정식과 부등식	• 복소수와 이차방정식 • 이차방정식과 이차함수 • 여러 가지 방정식 • 여러 가지 부등식
도형의 방정식	• 평면좌표 • 직선의 방정식 • 원의 방정식 • 도형의 이동 • 부등식의 영역

■ 수학 II

영역	내용
집합과 명제	• 집합 • 명제
함수	• 함수 • 유리함수와 무리함수
수열	• 등차수열과 등비수열 • 수열의 합 • 수학적 귀납법
지수와 로그	• 지수 • 로그

■ 미적분 I

영역	내용
수열의 극한	• 수열의 극한 • 급수
함수의 극한과 연속	• 함수의 극한 • 함수의 연속
다항함수의 미분법	• 미분계수 • 도함수 • 도함수의 활용
다항함수의 적분법	• 부정적분 • 정적분 • 정적분의 활용

■ 미적분 II

영역	내용
지수함수와 로그함수	• 지수함수와 로그함수의 뜻과 그래프 • 지수함수와 로그함수의 미분
삼각함수	• 삼각함수의 뜻과 그래프 • 삼각함수의 미분
미분법	• 여러 가지 미분법 • 도함수의 활용
적분법	• 여러 가지 적분법 • 정적분의 활용

■ 확률과 통계

영역	내용
순열과 조합	• 경우의 수 • 순열과 조합 • 분할 • 이항정리
확률	• 확률의 뜻과 활용 • 조건부확률
통계	• 확률분포 • 통계적 추정

■ 기하와 벡터

영역	내용
평면 곡선	• 이차곡선 • 평면 곡선의 접선
평면벡터	• 벡터의 연산 • 평면벡터의 성분과 내적 • 평면 운동
공간도형과 공간벡터	• 공간도형 • 공간좌표 • 공간 벡터

〈심화 과목〉

■ 고급 수학 I

영역	내용
벡터와 행렬	• 벡터 • 행렬과 연립일차방정식
일차변환	• 일차변환과 행렬 • 고윳값과 행렬의 거듭제곱
그래프	• 그래프의 뜻 • 여러 가지 그래프 • 그래프의 활용

■ 고급 수학 II

영역	내용
복소수와 극좌표	• 복소수의 극형식 • 극좌표와 극방정식
미적분의 활용	• 미분의 활용 • 미분방정식 • 적분의 활용
편미분	• 이변수함수의 뜻 • 극한과 연속 • 편미분 • 편미분의 활용

III. 수학 교과서의 개발 동향

01 구성주의와 수학 교과서

구성주의의 수학 교육관은 '학생에 의한 수학 지식의 자주적 구성'이라는 교육관에 기초한다고 볼 수 있다. 구성주의를 수학 교육의 실제에 적용하고자 하는 사람들은 수학적 지식이 외부의 강화에 의하여 학습자에게 전달될 수 있다는 견해에 동의하지 않는다. 즉, 구성주의자들은 지식이 학습자의 내면 세계에서 적절한 경험을 통해 자주적으로 구성된다고 생각하고 있으며, 이것은 곧 학생들이 수학 지식을 수동적으로 받아들임으로써 획득하는 것이 아니라 각자 능동적으로 재발명해 나감으로써 (수학 지식을) 구성하는 것을 뜻한다. 따라서 구성주의적 입장을 취하는 수학 교육 관계자들은 전통적인 방식의 수학 교육을 개선할 수 있는 하나의 대안으로서 구성주의적 수학 교육을 제안하고 있는 것이다. 특히 사회적 구성주의자들은 이제껏 전통주의자들의 주된 관심사였던 수학 지식의 실제에 대한 인식론적인 논의보다는 수학 지식에 대한 구성주의적 교수-학습의 가능성에 관심을 두었다.

'구성주의'는 그 말 자체가 광범위한 의미를 지니고 있을 뿐만 아니라 '구성'이라는 용어도 모호하기 때문에 이를 해석하는 견해가 다양하다. 그러나 현재 우리나라 수학 교과서에는 교구 및 소프트웨어 등의 조작 활동의 필요성, 개인별 능력 차를 고려한 수준별 교재의 필요성, 의사소통을 고려한 교과서 개발의 필요성 등의 반영이 절실히 요구되고 있다. 이러한 요구 사항은 조작적 구성주의자로 불리는 피아제의 발생적 인식론의 중심 아이디어인 '조작', 급진적 구성주의자들이 지식의 진리 자체에 관한 논의를 거부하고 초미의 관심사로 여긴 '개인 중심적' 구성이나 '생장 원리', 사회적 구성주의자들이 객관성을 사회성으로 대치하면서 도입한 사회적 합의의 수단인 '의사소통'을 교재 구성에 반영하자는 생각과 크게 다르지 않다.

02 구성주의적 수학과 교수-학습 원리의 반영

수학 교수-학습론의 원천으로서의 구성주의에서 수학 교육에 적용할 수 있는 유효한 교수-학습 원리는 다음과 같다.

가. 교과서에 학생 중심적 개별화의 원리 반영

구성주의의 기본적인 주장인 지식의 자주적 구성의 원리는 학생들로 하여금 갈등 국면에 대처하여 동화와 조절의 메커니즘에 따라 반영적 추상화의 과정을 통해 새로운 지식을 조정해 나가는 과정을 보여 주고 있다. 이것은 질문을 중심으로 하는 상호 작용적인 추측 및 논박에 의한 수학 교수-학습의 바탕(모델)이 된다. 구성주의는 지식의 자주적 구성을 그 근본 원리로 하고 있지만, 교수-학습의 차원에서 논의되는 지식은 '주관 독립적'인 의미에서의 객관적 지식이 아니라, 규약과 협정 등의 수단을 통하여 '공통 주관적'인 의미에서의 객관성을 가지게 된다.

따라서 수학 교육학적 구성주의에서 취하고자 하는 관점은 바로 공통 주관적인 의미에서의 객관적 지식은 학생 자신에 의해 자주적으로 구성되어야 한다는 것이며, 이러한 관점은 학생 자신에 의한 지식의 능동적인 재발명을 목표로 하는 오늘날의 수학 교육에서 요구되고 있는 관점과 일치한다고 볼 수 있다. 이를 위해서는 학생 중심적인 개별화 수업이 가능하도록 수학적 과제가 제시되어야 할 것이다. 학생이 스스로 생각하고 해결 전략을 궁리해 낼 수 있는 기회를 부여함으로써 학습자 자신이 다양한 사고를 할 수 있도록 해야 한다는 것이다.

나. 교과서에 질문 중심적 상호 작용의 원리 반영

학교 밖의 사회나 교사들은 지금까지 대체적으로 수학 지식의 가치를 인정하고 수학 교육의 당위성을 이해해 왔을지 모르지만, 아마도 학생들은 그러한 당위성을 이해하지 못하였을 것이고, 결과적으로 수학을 의미 없는 것으로 받아들일 수밖에 없었을 것이다. 그렇다면 유효한 수학 교육이 이루어지기 위해서는 학생들이 배워야 할 수학, 즉 학교 수학이 학생들에게 의미 있는 것이 되어야 함은 물론 수학 교수-학습 활동에 참여하고자 하는 학생들의 적극적 의지가 수반되어야 한다. 결국 이를 교과서에 반영하는 것은 질문 중심의 상호 학습이 일어날 수 있도록 과제를 제시하는 형태가 될 것이다. 구성주의에서는 교사와 학생 및 학생과 학생 사이의 상호 작용을 매우 중요시한다. 즉, 교사가 적절한 질문으로 학생의 응답을 유도해 냄으로써 학생들로 하여금 일련의 추측 및 논박 활동을 통해 수학 지식을 구성할 수 있도록 교수-학습 환경을 설정할 것을 요구하고 있다. 따라서 의미 지향적인 활동 수업이 이루어지도록 교과서가 구성되어야 할 것이다.

다. 교과서에 의미 지향적 활동의 원리 반영

위에서 살펴본 수학 지식의 자주적인 구성이 교수-학습에서의 학생의 의미 지향적 활동이나 교사의 적절한 질문만으로 가능한 것은 아니다. 학생에 의한 지식의 자주적 구성은 지식 구성을 하는 학습자 자신에 의해 내면적으로 이루어지는 자주적 활동 없이는 불가능하다. 다시 말해 효율적인 수학 교수-학습을 위해서는 학습자의 내면화된 자주적 활동이 학생의 교수-학습 활동에의 참여 의지 및 교사의 적절한 질문과 더불어 반드시 필요하다.

이때 이 내면화된 자주적 활동의 메커니즘을 구성주의가 설명해 주고 있는바, 이것이 바로 반영적 추상화이다. 그렇다면 학습자가 반영적 추상화의 과정을 경험할 수 있도록 교재가 구성되어야 함은 물론이다. 부연 설명하면, 교과서는 여러 가지 활동을 통하여 익힌 의미 있는 경험을 반성하여 자기 자신의 지식을 구성할 수 있도록 구현되어야 한다는 것이다.

03 구성주의적 관점에서의 교과서 개발 방향

위에서 살펴본 구성주의적 관점에 기초한 바람직한 수학 교과서를 구현하기 위하여 고려되어야 할 사항은 다음과 같다.

가. 교과서 저자의 철학

교과서에는 교과서 저자 나름대로의 철학이 배어 있어야 한다. 지금까지의 교과서에 제시된 교육과정상의 내용들은 누구나 합의할 수 있는 객관적이고 보편적인 것만을 다루도록 하는 것이 불문율이었다. 그러나 이제는 절대적 진리처럼 내용이 전개되던 교과서의 역할과 권위보다 학생들의 주체적인 사고의 참여를 촉발시킬 수 있는 '저자'의 역할과 권위를 우위에 두어야 할 것이다. 이때 교과서 저자는 자신이 왜 그러한 주제에 관심을 가지는지, 그것이 왜 중요한 것인지를 드러내고 어떻게 그 주제를 전개해 나아가는지 등에 관한 자신의 철학과 견해를 피력하고, 또 다른 견해들과의 차이를 드러내어 맥락화시킬 수 있도록 한다.

나. 안내형 교과서

전통주의적 입장에서의 교과서 방식은 학습 목표에서 추출된 세부적 요소들을 논리 정연하게 제시하는 '제시형 교과서'라고 할 수 있으며, 구성주의적 관점에서 보는 교과서는 교과서에 제시된 내용들에 학습자와의 실질적인 상호 작용을 통해서 그 의미가 발현될 수 있도록 소재적 가치를 부여하는 '안내형 교과서'라고 할 수 있다. 즉, 안내형 교과서는 학습하기를 기대하는 내용들을 직접 제시하는 대신 학습자로 하여금 구조적 변화를 경험하도록 안내하는 역할을 하는 내용으로 교과서를 구성하는 방식

을 취한다고 할 수 있다. 안내형 교과서는 개인적인 관심, 해석, 활동 등 학습자의 주체적인 역할에 큰 비중을 두고 학습자의 적극적이고 당사자적인 관여를 요청하고 있다.

이홍우(1997)는 "교과를 가르치되 학생의 경험과 의미 있게 관련되도록 가르쳐야 한다."라고 주장하면서 학생들은 자신이 배우는 다른 내용들을 쉽게 이해하고 기억할 수 있을 뿐만 아니라 학교에서 배운 것을 다른 상황에 쉽게 적용할 수 있어야 한다고 하였다. 그러기 위해서는 날로 팽창하는 지식을 모두 가르치려고 할 것이 아니라, 그중에서 기본 또는 핵심이 되는 것만을 골라 가르쳐야 하며, 이와 같이 기본이나 핵심이 되는 것을 '지식의 구조'라고 명명하였다. 즉, 지식의 구조를 알면 팽창하는 모든 지식을 하나씩 따로따로 배우지 않더라도 그 기본적인 것에 비추어서 나머지를 쉽게 이해할 수 있다고 본 것이다.

다. 관계적 이해를 도모하는 교과서

기존의 교과서는 지극히 제한된 지면에 방대한 내용을 소개해야 하기 때문에 가능한 한 핵심적이고 확실한 원리나 개념들을 중심으로 간결하고 함축적인 방식으로 제시하고 있다. 이와 같이 주요 주제나 개념들을 피상적으로 제시하는 방식은 교사와 학생들로 하여금 '관계적 이해'를 도모하기보다는 수학적 언어와 기호를 이용하여 외우고 재생해 내는 데 급급하게 하는 '도구적 지식'을 가지도록 한다.

도구적 수학은 보통 이해하기가 더 쉬우며, 보다 적은 지식이 필요하기 때문에 학습 결과에 대한 보상이 즉각적이고 명백하다. 그러나 이 방식은 수학의 전체 영역에 서로 연결되는 기초적인 개념을 교수-학습하기보다는 서로 분리하여 각각의 주제를 교수-학습하는 것이기 때문에 기대하는 학습이 이루어진다고 보기 어려울 것이다.

반면 관계적 이해를 통한 학습은 마치 나무가 영양분을 찾아서 뿌리를 뻗어 나가거나 동물이 먹이를 찾아 새로운 지역을 탐험하는 것과 같이 능동적으로 새로운 자료를 찾고 새로운 분야를 탐구하는 것에 비유될 수 있다. 그러므로 관계적 이해를 촉구하기 위해서는, 즉 핵심적인 원리나 개념을 습득하게 하기 위해서는 그러한 내용을 얻을 수 있도록 해당 절차를 안내(유도)하는 방식으로 교과서를 구성하도록 한다.

라. 질문 중심의 개념 전개

기존의 교과서는 수학적 지식을 대부분 완성된 형태로 제시하는 하향식 전개 방식을 택하고 있다. 또한 단원의 마무리 단계는 기본 문제, 연습 문제, 종합 문제, 심화 문제 등으로 구성되어 있다. 따라서 계산이나 풀이 형식의 정착을 위해 학생들이 풀어야 할 문제들이 교과서에 산적해 있다. 이런 상황에서 학생들은 문제 풀이를 위한 반복 훈련을 하는 데 주력하게 되고, 교사 역시 이러한 기능을 정착시키기 위한 내용 전개로 수업을 이끌어 가는 경향이 있다.

이를 개선하기 위해서는 현재 교과서에 수록되어 있는 반복 연습형의 문제들을 줄이고 그 대신 수학적 개념과 문제 해결의 절차를 이해시키는 데 주력함으로써, 학생들에게 '수학을 한다.'는 것이 이미 배운 개념이나 공식, 절차를 바로 적용해서 연습 문제를 푸는 것이 전부가 아니라는 사실을 인식시켜야 할 것이다.

마. 수학적 유용성 강조

수학은 실제로 모든 학문의 기초로서 우리의 일상생활뿐만 아니라 공학, 의학, 경제, 사회, 문화 등 여타 분야에 지대한 영향을 미치고 있음에도 불구하고 이에 대한 인식이 부족하다. 지금까지의 교과서의 내용 및 그 전개 방식을 살펴보면 교사나 학습자로 하여금 여러 단원의 내용들이 서로 독립된 것이라고 오판하기 쉽게 되어 있다. 따라서 앞으로의 교수-학습 자료에는 단원 간의 내용 연계성을 강조함으로써 학생들 각자의 스키마를 구성하는 데 도움이 되도록 해야 할 것이다. 특히 교과서에

수학의 활용성에 대한 구체적인 내용을 단원별로 또는 전체적으로 기술하고, 과학이나 미술 등 다른 교과목과의 연결성을 찾는 내용도 포함시켜 학생들이 수학의 중요성을 알도록 해야 할 것이다.

바. 다양한 교구 및 도구 활용

수학 수업에서의 교구 사용은 추상적인 수학적 개념을 구체물로 모델링한다는 데 가장 큰 의의가 있으며 이를 통해서 학생들은 수학적 절차나 공식보다는 그 이면에 내재되어 있는 의미를 알 수 있게 된다. 또 교구는 학생들이 직접 만지면서 다루기 때문에 학생 중심적인 개별화 수업을 가능하게 할 뿐만 아니라 2~4명의 소집단 학습을 통하여 집단별 그리고 전체 토론이 이루어짐으로써 반영적 추상화를 경험할 수 있게 한다. 우리나라의 수학 교육과정은 컴퓨터와 계산기의 사용을 교사나 학교의 재량에 따라 사용하도록 권장하고 있다. 하지만 실제 학교 현장에서는 이들을 수업에 언제, 어떻게 활용해야 하는지를 잘 모르고 있는 실정이다. 그러므로 교수-학습 자료에 컴퓨터나 계산기 등의 활용 지침 및 방안에 대한 자세한 설명이 수록되어야 할 것이다.

04 수준별 수업의 운영

가. 수준별 수업의 운영 방식

수학과의 경우 수준별 수업은 1996년부터 현장에서 서서히 실시되기 시작하여 제7차 단계형 수준별 교육과정의 취지에 따라 더욱 활성화되었다. 수준별 수업과 예전의 단계형 수준별 교육과정의 운영은 그 접근 방법이 다르다고 할 수 있겠으나, 학생의 수준에 적합한 교육 내용을 다루고자 하는 점에서 기본 취지는 동일한 것으로 볼 수 있다.

2009 개정 교육과정에 따른 교과서는 기본 과정과 심화 과정의 학습 내용이 명료히 구분되어 제시되어 있지 않지만, 수준별로 개념 설명의 접근 방법을 차별화하고 해당 문제들의 난이도를 조정한다면 분단 수업이나 이동 수업을 진행하기가 용이할 것이다. 이렇듯 수준별 수업은 전통적으로 해 왔던 일제 수업의 폐단을 줄이고, 교사들의 다양한 교수-학습 자료 개발을 활성화시키며 학습자 주도의 학습의 중요성을 인식시키는 등 현장 교육을 긍정적으로 이끌 것이다.

이렇듯 수준별 수업은 학생의 성취 수준에 따라 수준별로 반을 편성하여 동일한 학습 진도 내에서 학습 심도를 달리하여 지도하는 '동진도-이심도' 방식을 취하는 것이 바람직하다. 이에 따라 수준별로 적합한 수업을 진행하기 위해서는 기본적으로 교육과정에 제시된 기본 학습 내용을 모든 수준의 학생들이 다루도록 하되, 각 수준별로 다루어야 할 학습 내용의 정도와 방법을 차별화하도록 한다. 〈표 Ⅲ-1〉 참조 이때 한 차시의 수업 내용을 기준으로 하거나 또는 교과서의 한 소단원을 기준으로 하여도 무방하다.

〈표 Ⅲ-1〉 수준별 수업 운영 방식

반 수준	수준별 수업 과정		
상	내용 수준	기본 내용	심화 내용
	수업 방식	개념 이해 → 단순 / 발전 과제 해결	발전 과제 해결
중	내용 수준	기본 내용	심화 내용
	수업 방식	개념 이해 → 단순 / 발전 과제 해결	단순 과제 해결
하	내용 수준	기본 내용	
	수업 방식	선수 학습 내용의 이해 → 개념 이해 → 단순 과제 해결	

나. 수준별 수업의 효율적 운영 방안

수준별 수업을 효율적으로 운영하기 위해서는 다음 사항에 유의해야 할 것이다.

(1) 학습자의 눈높이

개인차에 따른 학습 능력을 고려하여 수준별로 분단이나 학급을 편성하여 적절히 운영하여야 한다. 즉, 수준별 수업 운영을 위한 노력으로 우선 각 수준에 따라 수업 내용, 수업 진도 등이 적절한지 검토하여야 한다. 이때 무엇보다도 중요한 것은 수준별 수업을 위한 수업 내용, 수업 진도 등이 교사 또는 수학 교육 관련 전문가의 눈높이가 아닌 '학습자'의 눈높이에 맞춰져야 한다는 점이다.

(2) 내용의 차별화

수준별 개념에 입각한 교수-학습의 차별화는 수준에 따른 '학습 내용의 차별화'를 의미하는 것으로, '학습 내용의 차별화'란 각 수준별로 다루는 학습 내용 그 자체의 차별화를 말하는 것이다. 그런데 2009 개정 교육과정에는 학생들의 수준에 상관없이 모든 학생들이 공통으로 다루어야 하는 내용이 명시되어 있다. 그러므로 '학습 내용의 차별화'란 현행 교육과정에 기초한 공통 필수 격의 학습 내용을 모든 수준의 학생들이 다루도록 하되, 수준별로 중점을 두어 다루어야 할 '주요 내용'을 차별화하는 것으로 이해할 수 있다. 따라서 '문항의 난이도'뿐만 아니라 각 수준에 적합한 '내용의 차별화'에 기초를 둔 수준별 학습 자료가 개발되어야 할 것이다.

(3) 귀납적 학습법

수학 수업을 전개해 나가는 데 있어서 일반적으로는 개념 및 원리를 설명하고 이에 따른 예제를 푼 뒤 반복 연습 문제를 푸는 '연역적 방식'을 취하고 있다. 그러나 경우에 따라서는 예 또는 예제들을 통하여 그에 부합되는 학습 내용들을 체계적으로 정리하는 '귀납적 방식'을 취함으로써 학습의 이해를 보다 높일 수도 있다. 특히 학습 결손이 명백히 드러난 학생들에게 지극히 한정된 몇몇 문제의 풀이로 학습 내용을 이해시키기는 어렵다. 그러므로 각 수준별로 구체적인 예 또는 예제를 통하여 그에 부합되는 학습 내용(개념, 원리, 법칙 등)을 정리해 나가는 귀납적 방식의 수업도 병행해야 할 것이다.

(4) 소집단별 수행 과제 활동

수준별 능력에 따른 과제(open-response tasks)를 제시하여 학생들이 과제를 수행하면서 어떤 수학적 지식을 사용하고 또 어떻게 접근해 나가야 하는지 등에 관하여 스스로 탐색해 볼 수 있도록 해야 한다. 그러므로 45분의 수업 시간에 모든 활동이 이루어져야 한다는 제한된 시각에서 벗어나 수업 이외의 시간을 활용하여 좀 더 발전 지향적인 장 · 단기 과제를 다루는 것이 바람직할 것이다. 특히 소집단별 수행 과제 활동은 본인이 속한 집단의 구성원들과 그 결과를 기록하여 발표할 수 있는 '의사소통' 능력의 발휘가 가능하므로, 이를 통하여 다양한 자료를 수집, 표현, 분석, 해석함으로써 과제를 성공적으로 수행할 수 있도록 해야 할 것이다.

IV. 수학적 문제 해결

01 문제 해결의 의미

20세기 초에 이루어진 문제 해결에 대한 논의는 1960년대의 '새수학' 운동과 1970년대의 '기본으로 돌아가기' 운동과 같은 과정을 거치면서 크게 부각되지는 못하다가, 1980년대에 들어 기초 기능으로서의 문제 해결력에 대한 관심이 높아지기 시작하면서 부흥기를 맞게 된다. 미국의 수학교사협의회인 NCTM(1980)이 'An Agenda for Action'에서 문제 해결이 학교 수학의 초점이 되어야 함을 선언한 이래 1980년대는 문제 해결의 시대라고 할 만큼 이에 대한 다양하고 활발한 논의가 이루어졌다(황혜정 외, 2012, 재인용).

이 같은 문제 해결의 조류는 우리나라의 수학 교육과정에도 서서히 등장하였다. 제3차 교육과정에서 급격하게 도입되었던 수학 교육 현대화의 내용은 제4차 교육과정에서 경감되고 정선되면서 지나치게 어려운 내용보다는 수학의 기초적 기능을 배양하고 문제 해결력을 신장시키는 데 관심을 가지게 되었다. 이어 제5차 수학과 교육과정에서도 수학 내용을 정선하면서 문제 해결력의 신장을 강조하였으며, 제6차와 제7차 교육과정에서는 문제 해결력의 신장을 위한 지도 내용, 전략, 방법 등을 구체적으로 제시하여 문제 해결력의 지도가 보다 적극성을 띠게 되었다.

또한 2007 개정 교육과정에 이어, 2009 개정 교육과정 문서의 모든 교과목의 '교수-학습 방법' 부분에도 문제 해결에 관한 다음과 같은 내용이 명시되어 있다(교육과학기술부, 2011).

수학적 문제 해결력을 신장시키기 위하여 교수-학습에서 다음 사항에 유의한다.

(1) 문제 해결은 전 영역에서 지속적으로 지도한다.
(2) 학생 스스로 문제 상황을 탐색하고 수학적 지식과 사고 방법을 토대로 해결 방법을 적절히 활용하여 문제를 해결하게 한다.
(3) 문제 해결의 결과뿐만 아니라 문제 해결 방법과 과정, 문제를 만들어 보는 활동도 중시한다.
(4) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 개념, 원리, 법칙을 탐구하고, 이를 일반화하게 한다.

02 문제의 의미와 유형

가. 문제의 의미

문제 해결에서의 '문제'는 해결의 절차가 이미 알려져 있어서 단순히 계산 연습의 대상이 되는 문제보다는, 구체적이고 확실한 해결 방법을 쉽게 구하기 어렵고 문제 해결 과정에서 다단계에 걸친 다양한 사고가 요구되는 문제를 말한다. 예를 들어 문제 해결이라고 하면 이차방정식의 근의 공식을 배운 후에 근의 공식을 적용하여 주어진 이차방정식의 해를 구하는 것과 같이 배운 내용을 단순하게 적용하여 해를 구하는 연습 문제를 떠올릴지도 모른다. 그러나 최근 수학 교육에서 중요시되는 문제 해결은 이미 배운 수학적 사실이나 알고리즘을 단순히 적용하는 수준의 것이 아니다. 진정한 문제는 목표는 분명하지만 그 목표에 이르는 길이 즉각적으로 주어져 있지 않은 것이다. 문제의 해결에 이르는 알고리즘이나 풀이 방법이 이미 주어져 있거나 알려져 있다면 그 문제는 진정한 의미의 문제라고 보기 어렵다.

나. 문제의 유형

문제의 유형을 분류하는 데에는 여러 가지 견해가 있지만, 가장 보편적인 방법 중의 하나는 '정형 문제'와 '비정형 문제'로 구분하는 것이다.

■ 정형 문제(routine problems)

이미 제시된 알고리즘을 사용한다. 예를 들어 공식에 나오는 변수에 특정한 수를 대입하여 해결할 수 있는 문제나 전형적인 예제의 풀이 방법을 그대로 적용하여 해결할 수 있는 문제가 해당된다.

■ 비정형 문제(non-routine problems)

문제를 해결하는 알고리즘이나 답을 얻는 방법을 모르는 상태에서 문제 해결 전략이나 독자적인 해결 방법을 고안하여 풀어야 하는 문제를 말한다.

03 문제 해결 과정

폴리아(Pólya, 1957)는 수학적 문제 해결의 과정을 다음과 같이 4단계로 구분하여 제시하고 있다.

다음 표는 문제 해결의 각 단계에서 교사가 사용할 수 있는 적절한 질문과 권고의 예이다.

〈표 Ⅳ-1〉 문제 해결 단계별 질문의 예

문제 해결 과정		해당 질문
문제 이해	문제를 이해하는 단계로, 문제에서 구하려는 것과 주어진 것을 알고 용어의 뜻을 파악하며 문제를 분석하는 단계이다.	• 미지인 것, 주어진 것은 무엇인가? • 자료는 무엇인가? • 조건은 무엇인가? • 그림을 그려 보고, 적절한 기호를 붙여라.
계획 작성	문제에서 주어진 것과 구하려는 것 사이의 관계를 파악하는 단계로 여러 가지 문제 해결 전략을 이용하게 된다. 구하려는 것과 주어진 것 사이의 관련성을 즉각적으로 발견할 수 없을 때에는 보조 문제를 고려해야 한다.	• 전에 그 문제를 본 적이 있는가? • 친숙한 문제 중에서 미지인 것이 같거나 유사한 문제를 생각해 보아라. • 유사한 문제는? • 문제를 푸는 데 필요한 조건을 모두 사용했는가?
계획 실행	해결 계획에 따라 실행하는 단계이다.	• 풀이의 각 단계를 조심스럽게 실행하도록 하라. • 각 단계가 올바른지 명확히 알 수 있는가? • 각 단계가 옳다는 것을 설명할 수 있는가?
반성	문제를 해결한 과정을 처음부터 검토해 보고, 다른 방법으로 해결할 수는 없는지 알아본 뒤, 혹시 다른 방법이 있으면 어느 방법이 더 나은지를 비교해 본다.	• 결과를 점검할 수 있는가? • 풀이 과정을 점검할 수 있는가? • 결과를 다른 방법으로 이끌어 낼 수 있는가? • 결과나 방법을 다른 문제에 활용할 수 있는가?

한편 문제 해결 전략이란 문제 해결에 도움이 되는 일반적인 절차나 해법의 단서가 되는 생각, 발견의 실마리를 얻도록 하는 방법 등의 사고 전략을 뜻한다. 크룰릭과 루드닉(Krulick, Rudnick, 1984)은 문제 해결 전략으로 패턴 찾기, 거꾸로 풀기, 추측과 검증, 모의실험, 환원, 목록 작성, 논리적 연역, 자료 정리(그래프, 방정식, 대수식, 표, 차트, 도식)를 제시하였으며, 그리노(Greeno, 1978)는 어림산, 단순화하기, 실험하기, 그림 그리기, 표 만들기, 그래프 그리기, 방정식 세우기, 규칙성 찾기, 순서도 구성, 판단 공간(decision-space)의 분할, 연역 논리로 문제 해결 전략을 구분하였다.

04 문제 해결의 예

다음에 주어진 문제를 폴리아(Pólya, 1957)의 문제 해결 4단계를 따라 풀어 보면 다음과 같다.

> ㉥ 직사각형의 둘레의 길이가 35 cm이고 가로의 길이가 세로의 길이의 2.5배라고 하면, 가로의 길이는 얼마인가?

① 문제의 이해

문제에서 구하려는 것은 가로의 길이이며, 문제에서 주어진 것은 직사각형의 둘레의 길이가 35 cm이고 가로의 길이가 세로의 길이의 2.5배라는 사실이다.

② 계획 세우기

직사각형의 세로의 길이를 x라고 하면, 가로의 길이는 $2.5x$가 된다. 직사각형의 둘레의 길이는 네 변의 길이의 합과 같으므로 $x+2.5x+x+2.5x=35$

③ 계획의 실행

방정식을 풀면 $7x=35$, 즉 $x=5$이므로 가로의 길이는 $2.5\times5=12.5$(cm)이다.

④ 풀이의 반성

풀이 과정을 검토하여 잘못된 곳은 없는지 확인한다. 또 다른 방법으로도 문제를 해결할 수 있는지 조사한다. 이 문제의 경우 다음과 같이 풀 수도 있다.

가로의 길이가 세로의 길이의 2.5배이므로

(가로의 길이) : (세로의 길이) $=2.5:1=5:2$

이고, 둘레의 길이가 35 cm이므로

(가로의 길이) + (세로의 길이) $=\frac{35}{2}=17.5$

따라서 가로의 길이는 $17.5\times\frac{5}{7}=12.5$(cm)이다.

㉥와 유사한 문제를 다음과 같이 만들어 풀어 본다.

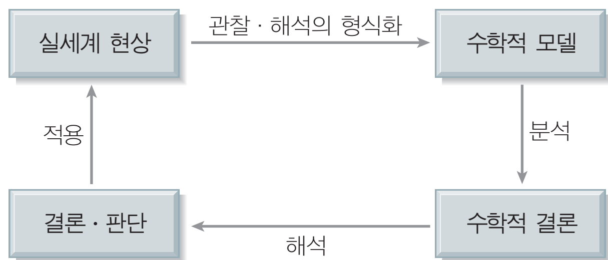
> 둘레의 길이가 35 cm인 직사각형의 가로의 길이가 세로의 길이보다 3 cm 더 길 때, 가로의 길이를 구하여라.

05 문제 해결 과정과 수학적 모델링

가. 문제 해결 과정과 수학적 모델링

수학적 모델링은 문제 해결의 특징을 지니지만, 비수학적 문제 상황에서 출발하는 것을 기본으로 한다는 점에서 문제 해결과 차별화된다(NCTM, 1991). 즉, 수학적 모델링은 비수학적 대상에서 수학적 표상을 찾는 것으로, 대상이나 체계 또는 과정의 중요한 특징을 이루는 수학적 구조나 이론을 세우는 것을 말하며, 어떤 현상에 관한 문제를 해결하기 위하여 원래의 문제 상황을 수학적으로 표현하는 수학화의 과정을 중시한다. 특히 한 체계에서의 개념이나 문제 상황을 다른 체계로 번안하여 내면화하거나 해결해 가는 과정은 모델링 과정의 전이가 쉽게 일어나도록 할 수 있음을 의미한다. 또한 수학적 모델링은 수학과 다른 과목 또는 일상생활과의 연결성을 강조한다. 이것은 수학 학습의 초점이 완결된 지식의 획득이 아니라 지속적인 모델의 구안과 수정을 통한 본 개념의 이해에 맞추어져야 함을 의미한다.

일상생활에서의 경험이 모델링 과정을 통해 수학적으로 재조직될수록 한 체계에서 다른 체계로 쉽게 전이되어 요소들 사이의 관계 구조의 파악이 용이하고, 이를 바탕으로 실세계에서 제기된 문제를 해결할 수 있다. 수학적으로 의미 있는 모델을 구성하는 모델링 과정은 4단계의 순환 과정으로 구성되며, 이를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



[그림 Ⅳ-1] 수학적 모델링 과정(NCTM, 1991)

NCTM(1991)의 '*Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum*'에서는 수학적 모델링 과정을 다음과 같이 설명하고 있다.

① 현상을 관찰하여 그 현상에 내재되어 있는 문제 상황을 명료히 밝히고, 문제에 중요한 영향을 미치는 요인들을 찾는다.
② 요인들의 관계를 추측하고 그 요인들을 수학적으로 해석하여 현상에 적합한 모델을 구축한다.
③ 적절한 수학적 분석을 구축한 모델에 적용한다.
④ 결과를 얻어 내고 그 결과를 현상에 맞도록 재해석하여 결론을 도출한다.

요약하면 수학적 모델링은 실세계의 여러 현상을 수학적인 수단에 의해 정리하고 조직하는 활동으로, 문제를 해결하기 위하여 여러 가지 수학적 표현으로 변환하면서 현상에 내재된 수학적 개념을 파악, 문제를 해결하여 실세계의 문제 상황에 적용할 수 있도록 하는 활동 과정이다. 이러한 수학적 모델링을 통한 수학 학습은 새로운 수학적 개념을 도입하거나 이미 개발된 수학적 개념을 새로운 상황에 적용하는 데 유용하여, 중요한 수학적 아이디어와 문제 해결 과정에 강력한 수단이 된다. 따라서 수학적 모델링을 통하여 수학 교육에서 다음과 같은 목적을 달성할 수 있다(Niss, 1989).

- 새로운 수학적 개념과 방법을 이해한다.
- 실생활 또는 다른 교과에서의 수학의 응용과 모델링의 실제를 이해한다.
- 창의적 사고와 문제 해결 태도, 활동, 능력을 기른다.
- 수학을 활용하여 실생활 또는 다른 교과와 연결된 맥락을 비판적이고 합리적으로 사고하는 태도를 기른다.
- 수학이 이미 완성된 산물이 아니라, 인간 활동의 결과로 만들어지고 있는 것임을 이해한다.

나. 수학적 모델링의 예

연못에 있는 물고기의 수를 조사하는 다음 상황을 통해 수학적 모델링을 살펴보자.

(1) 문제 상황

이 게임의 목적은 연못에 있는 물고기의 수를 알아내는 것이다. 이러한 정보는 연못을 관리하고 물고기에 대해 파악하는 데 도움을 줄 것이다. 연못에 있는 물고기의 수를 어떻게 추측할 수 있겠는가?

(2) 필요한 수학 개념

비와 비율

(3) 모델

우리는 연못에 있는 물고기의 수를 알 수 없으므로, 물고기의 수를 n마리라고 하자.

우선 몇 마리의 물고기를 잡아 물고기가 다치지 않게 꼬리에 표를 달고, 다시 그 물고기들을 연못에 놓아준다고 가정하자. n마리 중에서 p마리를 잡아 표시를 하고, 며칠 후에 q마리의 물고기를 잡는다면 그중에는 꼬리표를 단 것도 있고 달지 않은 것도 있을 것이다. 이때 꼬리표를 단 물고기의 수를 x라고 하면, 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\frac{p}{n}=\frac{x}{q}$$

p, x, q 모두 측정값이므로, n의 값을 구할 수 있다.

다음은 앞과 같은 활동을 10번 시행한 예이다.

표본 채취 순서	꼬리표를 단 물고기의 수	표본 수
1	3	15
2	0	15
3	3	15
4	1	15
5	2	15
6	4	15
7	6	15
8	2	15
9	4	15
10	2	15

이때 좀 더 정확한 n의 값을 구하기 위해서는, x의 평균 $\bar{x}$를 구하여 다음과 같은 식을 세울 수 있다.

$$n = \frac{pq}{\bar{x}}$$

예를 들어 처음에 표시한 물고기의 수(p)가 10마리이고 다섯 번 표본을 채취했다면, $\bar{x}=1.8$, $p=10$, $q=15$이므로 $n=83$이다.

위와 같이 연못에 있는 물고기의 수를 측정하는 이러한 과정을 'the capture/recapture' 방법이라고 하며, 이것은 게임으로도 사용되고 보존청에서도 활용되고 있다.

V. 수학과 평가의 특징 및 방법

01 수학과 평가의 동향

1990년대 초 미국 NCTM의 대안적 평가의 강조를 기점으로, 우리나라에서도 1995년 교육개혁위원회 주체의 '세계화 · 정보화 시대를 주도하는 신교육체제 수립을 위한 교육개혁방안' 수립, 1997년 서울시교육청의 초등학교 새물결 운동, 1997년 제7차 교육과정 개정 등의 영향으로 학교 현장에 수행 평가가 점차 반영되기 시작하였다. 결과적으로 우리나라에서도 전통적인 평가 방식의 변화 및 개선의 필요성이 인식되면서 새로운 평가 방법의 도입이 요청되고 이를 위한 대안으로 학교 현장에의 수행 평가 도입 및 활성화 방안이 추진되었으며, 이는 현재까지 지속적으로 강조되고 있다.

이에 대한 실례로 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정의 모든 교과목에서의 평가 부분은 다음과 같이 진술되어 있다(교육과학기술부, 2011).

가. 수학 학습의 평가는 학생의 인지적 영역과 정의적 영역에 대한 유용한 정보를 제공하고, 학생 개개인의 수학 학습과 전인적인 성장을 돕고 교사의 수업 방법을 개선하는 데 활용되어야 한다.

나. 수학 학습의 평가에서는 학생의 인지 발달 단계를 고려하고, 교육과정에 제시된 내용의 수준과 범위를 준수한다.

다. 수업의 전개 국면에 따라 진단평가, 형성평가, 총괄평가 등을 적절히 실시하되, 지속적인 평가를 통하여 다양한 정보를 수집하고 수업에 활용한다.

라. 수학 학습의 평가에서는 선택형 위주의 평가를 지양하고 서술형 평가, 관찰, 면담, 자기 평가 등의 다양한 평가 방법을 활용하여 수학 학습에 대한 종합적인 평가가 이루어질 수 있게 한다.

마. 인지적 영역에 대한 평가에서는 학생의 수학적 사고력 신장을 위하여 결과뿐만 아니라 과정도 중시하여 평가하되, 수학의 교수-학습에서 전반적으로 요구되는 다음 사항을 강조한다.

(1) 수학의 기본적인 개념, 원리, 법칙을 이해하고 적용하는 능력

(2) 수학의 용어와 기호를 정확하게 사용하고 표현하는 능력

(3) 수학적 지식과 기능을 활용하여 추론하는 능력

(4) 다양한 상황에서 발생하는 여러 가지 문제를 수학적으로 사고하여 해결하는 능력

(5) 생활 주변 현상, 사회 현상, 자연 현상 등의 여러 가지 현상을 수학적으로 관찰, 분석, 조직하는 능력

(6) 수학적 사고 과정과 결과를 합리적으로 의사소통하는 능력

(7) 수학적 지식과 기능을 바탕으로 창의적으로 사고하는 능력

바. 정의적 영역에 대한 평가에서는 학생의 수학에 대한 긍정적 태도를 신장시키기 위하여 수학 및 수학 학습에 대한 관심, 흥미, 자신감, 가치 인식 등의 정도를 파악한다.

사. 수학 학습의 평가에서는 평가하는 학습 내용과 방법에 따라 학생에게 계산기, 컴퓨터, 교육용 소프트웨어 등의 공학적 도구와 다양한 교구를 이용할 수 있는 기회를 제공한다.

이상의 내용을 중심으로 우리나라 수학과의 평가 동향을 간략히 살펴보면, 우선 평가를 통하여 학생에 대한 등급을 매기기보다는 학생과 교사에게 도움을 주는 것이 강조되어 있으며, 최종 결과의 평가보다는 과정에 대한 평가를 강조하고 있다. 또한 객관식 선다형 위주의 평가를 지양하고 주관식 지필 검사, 관찰, 면담 등 다양한 평가 방법을 활용하여 종합적인 수학 학습 평가 등을 권장하고 있다. 특히 최근 들어 인지적 영역에 대한 평가뿐만 아니라 정의적 영역에 대한 평가도 점차 강조되고 있다. 아울러 평가 상황에서도 계산기, 컴퓨터와 같은 공학적 도구 및 교구의 적절한 이용을 권장하고 있음을 알 수 있다.

02 수학과 평가의 원리

학교 수학에서의 평가는 주로 교수－학습 방법의 개선을 위하여 이루어져야 하는데, 그동안 평가는 수준 판정 및 선발의 목적을 달성하는 데 치중해 왔다. 이로 인해 평가는 학생들에게 도움을 주기보다 많은 심적인 부담을 안겨 주었으며, 그러한 평가 결과는 교사의 수업 방법을 반성하고 개선하는 데 그다지 활발히 활용되지 못하였다. 또 지식을 측정하는 지필 검사가 전적으로 활용되고, 창의력, 탐구력과 같은 고등 정신 능력과 흥미, 관심, 열의와 같은 정의적 능력을 평가할 수 있는 다양한 평가 방법이 활용되지 못하였다. 이렇듯 잘못된 평가 방식은 교육 본연의 모습을 그르칠 수도 있지만, 반대로 올바른 평가 방식은 교육 본연의 모습을 찾는 데 절대적인 영향을 미친다. 이에 따라 수학 교과에서 점차 지향되고 있는 평가의 동향이나 특징에서 알 수 있는 바와 같이, 수학과 평가가 바르게 이루어지기 위해서는 다음과 같은 기본 원리가 지켜져야 한다(황혜정 외, 1997).

가. 발달적 교육관을 중시하는 평가

평가는 그 방향과 방법에 영향을 주는 기준하에서 선발적 교육관과 발달적 교육관으로 대별할 수 있는데, 발달적 교육관에서의 교육 평가는 학생의 선발이나 개인차를 내는 데 관심이 있는 것이 아니라, 모든 학생이 가능한 한 의도하는 바의 수업 목표를 달성할 수 있도록 모든 학습자에게 적절한 학습 방법을 배치하기 위한 평가를 하게 된다. 또한 학생 간의 서열과 개인차를 내기 위한 평가 방법보다는 주어진 수업 목표를 어느 정도 달성하였는가 하는 수업 목표 달성도의 평가에 그 관심이 집중된다.

발달적 교육관은 준거지향평가의 관점으로 귀결된다고 할 수 있다. 평가의 목적에 따라서 상대평가를 하여야 할 때가 있고, 준거지향평가를 하여야 할 때도 있다. 그러나 수학과 평가가 수학적 능력을 신장시킨다는 목적을 달성하기 위해서는 교사가 선발적 교육관보다는 발달적 교육관을 지녀야 한다. 그럼으로써 교사는 교육 목표의 달성도와 학생의 학습 과정에 더욱 관심을 기울이고 자신의 수업 방법과 평가 방법에 대해 보다 반성하며 학생 개개인에 적합한 교수－학습 방법을 적용할 수 있다.

나. 다양한 평가 방법을 수반하는 평가

그동안 수학 교과에서 다양한 평가 방법이 사용되지 못한 주된 이유는 교사에게 주는 부담, 그리고 다양한 평가 방법을 활용할 수 있는 다양한 형태의 수업을 하는 데 교사가 익숙하지 못하기 때문이다. 또 수학에서는 지필 검사만으로도 학생들의 수학적 능력을 충분히 평가할 수 있다는 잘못된 인식 때문일 수도 있다. 그러나 지필 검사만으로는 다양한 상황에서 다양하게 표현되는 수학적 능력을 종합적으로 바르게 평가할 수 없다. 수학이 타 교과목과는 다른 특성을 지니고 있다고 하더라도, 수학적 능력 역시 다양한 평가 방식을 통해서 바르게 평가될 수 있다. 이제까지의 일상적인 수업 방법을 탈피하여 학생들의 수학적 사고를 자극하는 새로운 수업 방법을 적용하여 보고, 또 이에 부합하는 새로운 방법으로 평가를 해야 할 것이다.

다. 문제 해결 과정을 중시하는 평가

현재의 수학과 평가에서는 정 · 오답 여부, 점수, 석차 등이 중요시되고 있으며, ‘학생이 어떠한 사고 과정을 거쳐서 이 문제를 해결하였는가?’, ‘학생이 사고 과정에서 어떤 오류를 범해서 문제를 풀지 못하였는가?’는 중요시되지 않는다. 이는 다인수 학급에서의 평가의 효율성, 선발적 교육관, 상대적 평가관이 중요시되는 분위기 때문이다. 그러나 이러한 평가 방식이 계속 적용되면 학생은 사고 과정, 문제 해결 과정의 타당성보다 정 · 오답 여부에만 신경을 쓰기 때문에 학생의 수학적 사고 능력, 문제 해결력은 향상되지 못한다. 또 교사는 학생 개개인이 지닌 사고 과정의 결함을 알 수 없기 때문에 그러한 결함들이 발견되어도 치유되기 어렵다. 교사 역시 자신의 교육 방법을 반성해 가면서 학생을 지도할 기회를 가지기

어렵다. 그러므로 이러한 일을 가능하게 하려면 다양한 풀이 과정과 방법이 공유되는 해결(또는 수행) 과정을 중요시하는 평가가 이루어져야 할 것이다.

라. 정의적 영역의 능력을 중시하는 평가

정의적 영역의 평가는 수학적 지식 및 기능에 관한 인지적 영역의 평가 못지않게 중요하다. 학생이 가지는 수학적 성향은 그가 수학에 계속적으로 관심을 가지고 공부를 하며, 높은 성취를 이룰 수 있을 것인지를 판단하는 중요한 준거가 된다. 최근 들어 우리나라에서도 정의적 영역에 대한 평가의 중요성이 점차 인식되고 있다. 이는 우리나라 학생들이 국제 학업성취도 비교 평가에서 수학 학업성취 수준은 세계 최상위권임에도 불구하고, 정의적 수준은 최하위권인 것으로 나타났기 때문이다. 많은 학생들이 수학은 재미없고 어려운 과목, 일상생활에 도움이 안 되는 과목, 대학 입시를 위한 과목 등 매우 부정적인 교과로 인식하고 있는 것으로 나타났다. 이는 우리 사회에 큰 우려감을 주고 있으며, 이에 대한 개선책이 요구되고 있다(박선화 외, 2010).

그럼에도 불구하고 우리의 현실에서 정의적 영역에서의 평가가 제대로 이루어지고 있지 않은 이유는 평가에서의 주관성과 교사의 주관적 판단을 중요하게 여기지 않고 신뢰하지 못하는 분위기, 평가상의 번거로움, 교사들이 쉽게 이용할 수 있는 평가 도구나 자료의 부족 때문이다. 이에 따라 교사의 주관적 판단의 중요성을 인식하고 그것을 신뢰하며, 평가상의 번거로움을 최소화하고, 교사들이 손쉽게 이용할 수 있는 관찰 또는 면담지 등의 평가 도구가 개발되고 제공된다면, 정의적 영역에 대한 평가도 보다 활성화될 수 있을 것이다.

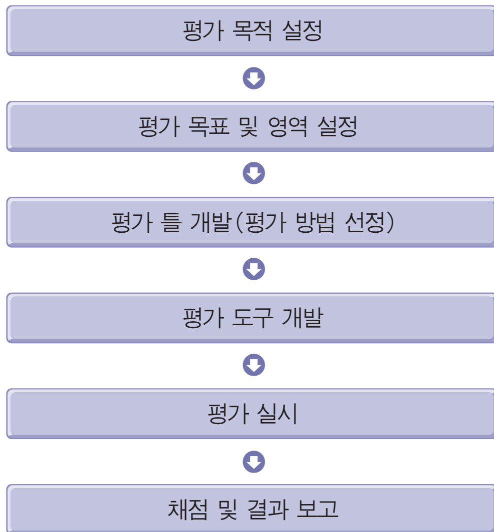
여기서 수학에 대한 정의적 특성의 의미와 구성 요소를 간단히 살펴보면 다음과 같다. 한국교육과정평가원(박선화 외, 2010)에서는 수학에 대한 정의적 특성을 수학에 대한 경험으로 인하여 형성된 정서, 신념, 동기 등을 포함하는 심리적 특성으로 정의하여 제시하였다.

〈표 V-1〉 수학에 대한 정의적 특성의 요소

범주	하위 요소	정의
정서: 비교적 강하게 단시간 동안 계속되는 감정. 희노애락, 애증, 공포, 쾌감 등	흥미	교과나 학습 주제 등에 대해 주관적으로 느끼는 선호도 및 학습 활동에 참여함으로써 발생하는 즉각적인 재미
	호기심	지속적이면서 일관되게 새로운 것을 추구하는 개인의 심리적 경향성
	수학 불안	수학 교과 자체 또는 수학과 관련된 일이나 문제 등에 대하여 긴장하고 두려워하거나 걱정하고 염려하는 심리 상태
신념: 어떤 아이디어, 사건, 행위 등과 같은 대상에 대해 여러 반응을 시도하고 다양한 시행착오의 과정을 반복하면서 형성된 가치 체계	수학관	문화적 가치와 사회적 기대를 경험과 학습을 통하여 내면화한 것으로 수학이 가지고 있는 교과로서의 특성과 그에 적절한 학습 방법에 관한 개인적인 관점
	가치 인식	사회적 맥락이나 학습자 자신의 삶의 맥락과의 관계 속에서 수학의 기능과 유용성에 대한 평가
	귀인	수학과 관련된 성공과 실패의 원인에 대한 개인적 지각으로 원인의 소재(내적 · 외적 요인), 안정성, 통제 가능성에 대한 추론
동기: 학습 활동을 유발하고 지속하게 하는 힘으로서 학습 활동을 의미 있고 가치 있는 것으로 보고 학습 활동으로부터 의도된 가치를 얻고자 하는 경향성	목표 지향성	성취 상황에서 개인이 과제를 수행하는 목표에 대한 개인의 지향성으로, 타인과 비교하거나 자신의 능력을 타인에게 증명하기 위한 목표인 수행 목표와 과제의 숙달이나 능력을 향상하기 위한 목표인 숙달 목표로 구분됨
	자기 효능감	목표 달성에 필요한 행동 과정을 조직하고 행하는 자신의 능력에 대한 믿음으로, 특정한 시간에 주어진 특정 과제를 잘 수행할 수 있는지에 대한 인식
	자기 조절력	개인적 목표 설정과 설정한 목표를 성취하기 위한 행동 조정으로, 장기적 목표 달성을 위해 바람직한 행동을 추구하고 그렇지 않은 행동은 억제하여 충동적이거나 즉각적이지 않고 스스로 문제를 신중하게 계획, 해결, 평가하려는 경향성

03 수학과 평가 절차

평가는 상황에 따라 다양한 형태로 시행되므로 모든 상황에 적용 가능한 평가 절차를 규명하기란 쉽지 않다. 하지만 교사가 평가 주체자가 되어 학생들의 수학적 능력이나 태도를 평가하는 경우에 초점을 두어, 평가 시행을 위한 기본 절차를 그림으로 나타내면 다음과 같다.



[그림 Ⅴ-1] 수학과 평가의 기본 절차

평가를 하고자 할 때 가장 먼저 고려해야 할 것은 '어떤 목적으로 평가를 할 것인가'를 결정하는 일이다. 진단평가나 형성평가와 같이 교사가 자신의 수업에 대한 피드백을 얻기 위한 목적으로 평가를 실시한다면 수업을 진행하기 전이나 진행하는 도중에 평가를 실시하여 그 결과를 수업 개선에 활용하게 될 것이다. 반면 총괄평가와 같이 학생들의 성취 정도에 따라 등급을 결정하는 것이 목적이라면 보다 객관적인 평가 방법을 이용하며, 평가의 내용도 한 학기 또는 일 년 동안 학생들이 학습한 전체 내용을 포괄하는 것이 더 타당할 것이다. 이처럼 평가의 목적에 따라 평가 내용, 방법, 시기 등 진행되는 평가의 전체적인 모습이 달라지므로, 우선 평가를 하고자 하는 목적부터 염두에 두어야 할 것이다.

두 번째 단계에서는 첫 번째 단계에서 결정한 평가 목적에 따라 평가하고자 하는 영역(이하 평가 영역)을 설정하고, 해당 영역의 주요 교육 목표가 무엇인지 확인하여야 한다. 이때의 교육 목표는 각 문항에 대한 구체적인 평가 목표를 뜻하는 것이 아니라 교육과정의 목표 및 내용에 준하여 해당 평가 영역의 교육 목표를 설정하는 것을 말한다.

세 번째 단계에서는 균형 있는 평가 도구 개발을 위하여 평가 틀을 개발하는 것이다. 평가 틀은 평가 영역의 교육 목표를 분석하여 이를 잘 반영할 수 있도록 설정된 행동 영역과 내용 영역, 평가 목표, 평가 문항 유형, 각 요소별 문항 출제 비율 등을 포괄적으로 포함한다.

또한 이때 평가하고자 하는 목적, 평가하고자 할 영역, 그리고 그 영역에 해당하는 교육 목표를 토대로 이에 부합하는 평가 방법을 선정하여야 할 것이다. 예를 들어 총괄평가를 실시할 목적으로 특정 평가 영역을 선정하여 해당 교육 목표가 확인되었을 때, 인지적 영역 능력에 관한 평가를 실시하기 위해서는 이에 부합하는 평가 방법을, 정의적 영역 능력에 관한 평가를 실시하고자 할 경우에는 이에 따른 적절한 평가 방법을 사용해야 할 것이다.

네 번째 단계는 위의 세 번째 단계를 통해 마련된 평가 틀에 부합하는 평가 도구를 개발하는 과정이다. 평가 도구 개발 시에 문항의 양호도, 검사 시행의 시간 소요 등을 고려하여 문항을 개발하고 그에 따라 모범 답안 및 채점 기준도 개발하여야 한다. 이때 '평가 도구 개발'이란 인지적 영역의 평가에서 지필 검사를 위한 평가 문항 개발, 채점 기준 및 예상 답안 작성과 정의적 영역에서의 평가를 위한 평가(주로 관찰 및 면담) 요목 개발, 기록 방법 작성 등을 총체적으로 일컫는 말이다.

다섯 번째 단계에서는 평가를 실시하고, 가채점을 통하여 사전에 준비한 채점 기준 및 예상 답안의 적절성을 검토하여 이를 수정 · 보완한 후, 이를 참고로 하여 실제적인 채점에 임하도록 한다.

마지막 단계로는 평가 목적에 따라 적절한 방법으로 기록하여 그 결과를 보고하도록 한다.

04 수학과 평가 틀 개발 시 유의 사항

학교 수학에서 수학 교육 목표를 내용과 행동 수준에 맞추어 평가하는 것은 바람직한 일이며, 이를 위해서는 수학과에 적합한 평가 틀을 마련하여야 한다. 평가 틀은 평가 도구 개발 및 평가의 전 과정에서 평가 방향과 평가 관련 항목을 선택하거나 결정할 때 판단의 준거가 된다. 평가 틀은 평가에 관한 보다 체계적이고 포괄적인 구조를 설명할 수 있다는 장점과 더불어 평가 문항과 내용 및 행동 영역의 적합성을 판정하고 설명하는 데 용이하다고 할 수 있다. 〈표 Ⅴ-2〉, 〈표 Ⅴ-3〉 참조

수학과 평가 틀을 개발하는 데 있어서 고려해야 할 제한 사항은 다음과 같다.

첫째, 일반적으로 평가의 목적은 우수 학생을 선발하려는 것이 아니고 학생들의 교육 성취 정도(수준)가 얼마나 되는지, 그리고 각각의 수준에 도달한 학생들이 얼마나 되는지 파악하는 데 있으므로 평가 틀이 학생들의 성취 수준을 골고루 측정해 낼 수 있도록 세워져야 한다. 그러므로 가장 기초가 되는 수준에서부터 우수한 학생까지의 성취 정도가 잘 드러날 수 있도록 다양한 수준의 문항으로 구성되어야 한다.

둘째, 가능하면 평가 요소를 적어도 내용 영역과 행동 영역으로 이원화하도록 한다. 특히 행동 영역을 설정하여 소홀하기 쉬운 '지식의 활용 또는 적용' 능력에 의미 있는 비중을 두도록 한다. 동시에 폭넓은 수준의 학업 성취의 정도를 파악할 수 있도록 행동 영역을 가장 기초적인 지식이나 단순 계산에서부터 보다 복합적인 사고를 요구하는 탐구나 문제 해결 능력까지 평가의 대상으로 삼아, 학생들이 어느 영역에 더 높은 성취를 보이는지 파악할 수 있도록 한다.

셋째, 평가 틀의 구성에 있어서 시대적 요구가 강한 행동 영역을 의도적으로 평가 틀에 포함시키도록 한다. 예를 들어 의사소통 능력과 같이 시대적으로 강력히 요구되고 있으면서도 실제 학교 현장에서는 소홀히 다루어지는 능력을 평가 틀에 과감히 도입함으로써 학교 교육과정 운영에 있어서 선도적 역할을 기대해 볼 만하다.

〈표 Ⅴ-2〉 수학과 평가 틀의 예

내용 영역 \ 행동 영역	계산	이해	추론	문제 해결
수와 연산				
문자와 식				
함수				
확률과 통계				
기하				

〈표 Ⅴ-3〉 수학과 평가 틀에서의 인지적 행동 영역의 정의

행동 영역	정의
계산	여러 가지 계산법, 나아가 문제 해결에 이르기 위한 명확한 절차, 즉 알고리즘을 능숙하게 구사할 수 있는 능력에 관한 것
이해	기본적인 수학적 개념, 원리, 법칙 및 그 관련성을 이해하여 의미 충실한 개념적 사고를 형성할 수 있는 능력에 관한 것
추론	• 관찰, 열거, 실험 등을 통한 귀납과 유추, 추측에 의해 수학적 법칙과 문제의 해법을 발견할 수 있는 능력에 관한 것 • 조건명제의 증명, 삼단논법에 의한 연역적 추론, 반례에 의한 증명, 간접증명법, 모순법, 동치인 명제의 증명, 수학적 귀납법 등을 이용한 증명을 읽고 이해할 수 있으며, 이러한 방법을 사용하여 수학적 명제를 증명할 수 있는 능력에 관한 것
문제 해결	• 수학의 여러 가지 내용 사이의 개념, 원리, 법칙 등의 관련성이 요구되는 수학 내적인 문제를 해결할 수 있는 능력에 관한 것 • 수학과 일상생활 및 타 교과 내용과의 관련성의 파악이 요구되는 통합 교과적(수학 외적)인 소재의 응용 문제를 해결할 수 있는 능력에 관한 것

05 서술형 및 수행 평가 문항의 채점 방법

서술형 또는 수행 평가 문항 등에서 학생들은 문제(질문 내용)조차 이해하지 못하는 경우, 문제는 이해했으나 풀이 과정이 틀린 경우, 또는 풀이 과정은 옳으나 계산 과정이 미흡하여 실제로 결과를 나타내는 부분이 틀린 경우 등 여러 가지 반응을 나타낸다. 실제로 학생들의 문제 풀이를 평가하는 데 있어서 가장 어려운 부분은 여러 가지 유형의 오류들을 드러내는 풀이를 어떻게 평가할 것인가를 결정하는 일이다. 이때 풀이 과정을 중시하여 채점하는 방법으로는 '분석적 점수화 방법'과 '총체적 점수화 방법'을 들 수 있다(Charles, et. al., 1987).

먼저 '분석적 점수화 방법'이란 주어진 문제를 해결하는 데 필요한 단계(과정)를 구체화하여 각 단계별로 채점 요소를 세우고 점수를 배당하는 방법을 말한다. 이때 어떤 특정 요소에 대한 채점 결과가 다른 요소에 대한 채점 결과에 영향을 주어서는 안 되며, 각 문항마다 채점 요소를 지나치게 세분화하지 않도록 한다. 분석적 점수화 방법은 학생 개개인의 답안지를 면밀히 분석해야 하므로 채점하는 데 많은 시간을 필요로 하지만, 주어진 문제의 해결 과정에 따라 단계별로 수치화한 점수를 부여함으로써 채점자 간의 평점 차를 줄이고 동일한 채점자 내에서도 일관성 및 객관성을 유지할 수 있다는 것이 주요 장점이다. 한편 '총체적 점수화 방법'이란 주어진 문제를 해결하는 데 필요한 특정 내용이나 과정에 대하여 각각 점수를 부여하는 대신, 풀이 전반에 걸쳐 하나의 점수를 부여하는 방법을 말한다.

서술형 및 수행 평가 문항의 채점을 위한 채점 기준은 주로 분석적 점수화 방법을 토대로 문제 이해, 문제 해결 과정, 답 구하기 등의 과정이 반영되도록 작성한다. 이를 작성하는 과정에서 각 문항의 배점과 채점 요소별 배점은 평가 목적이나 목표에 따라 적절히 부여하도록 한다. 다음은 서술형의 문항에 대한 채점 기준을 분석적 점수화 방법으로 제시한 예이다.

【문항】

작년에 A 중학교의 학생 수는 1050명이고, 금년에는 작년보다 남학생은 4 % 증가하고 여학생은 2 % 감소하여 전체적으로 9명이 증가했다. 금년의 남녀 학생 수를 각각 구하여라.

【모범 답안】

작년의 남학생의 수를 x, 여학생의 수를 y라고 하면

$$\begin{cases} x+y=1050 \\ \frac{4}{100}x-\frac{2}{100}y=9 \end{cases}$$

이므로 $x=500$, $y=550$이다.

따라서

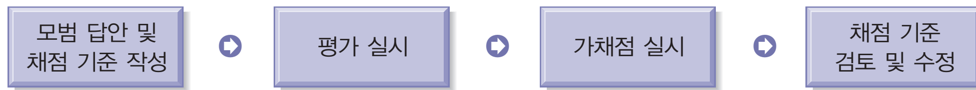
금년의 남학생의 수: $500+\frac{4}{100}\times 500=520$(명)

금년의 여학생의 수: $550-\frac{2}{100}\times 550=539$(명)

【채점 기준】

영역 \ 요소	채점 요소	배점
문제 이해	작년의 남학생 수를 미지수로 정하기	1점
	작년의 여학생 수를 미지수로 정하기	1점
해결 과정	작년의 학생 수에 관한 식 세우기	1점
	작년보다 늘어난 금년의 학생 수에 관한 식 세우기	3점
답 구하기	금년의 남학생 수 구하기	2점
	금년의 여학생 수 구하기	2점
총점		10점

서술형 및 수행 평가 문항에 있어서 모범 답안은 채점 기준을 작성하는 데 있어서 구체적인 지침의 역할을 한다. 문항의 특징이나 성격에 따라 다르겠지만, 일반적으로 수학 교과의 특성상 피험자가 다양한 창의성을 발휘하여 평가자가 생각하지도 않았던 여러 가지 형태의 답을 제시할 가능성은 그리 높지 않다. 하지만 서술형 문항의 경우에는 답안을 작성하는 과정에서 실수나 오답의 가능성이 높으므로 이에 관한 채점 기준을 마련하여 채점 결과의 공정성을 유지해야 할 것이다. 이에 따라 모범 답안과 그에 따른 채점 기준을 구체적으로 마련하고 평가를 실시한 후 이미 작성된 채점 기준(안)을 토대로 일부 학생들의 실제 답안을 '가채점'하는 일은 매우 중요하다고 하겠다. 이는 채점 기준의 요소 중에서 채점자(교사)가 미처 생각하지 못하였던 채점 요소나 부적절하게 배당된 요소별 점수가 있는지를 검토하고, 미비한 부분을 보완 · 수정하기 위함이다. 위와 같은 절차를 그림으로 나타내면 다음과 같다.

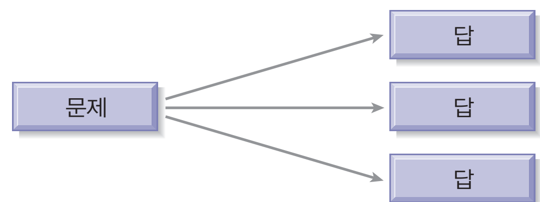


[그림 Ⅴ-2] 채점 절차

06 프로젝트

가. 프로젝트의 의미

프로젝트의 사전적 의미는 '실행 계획서'이지만, 수학 교육에서 프로젝트는 보다 넓은 의미로 무엇을 할 것인가뿐 아니라 그것을 실제로 수행하여 자료를 제시하고 그 결과를 평가하는 것을 포함한다. 프로젝트는 열린 반응을 요구하는 일종의 수행 과제를 말하며, 이때 개방형 문제, 즉 열린 반응(open-ended, open-responded) 문제는 해답이 정해져 있지 않고 학생의 관점에 따라 여러 가지 답이 나올 수 있는 문제를 말한다. 하지만 경우에 따라서 개방형 문제의 답은 모범 답안이 제한되지 않을 수 있다. 즉 결정되지 않을 수도 있다.



[그림 Ⅴ-3] 수학적 모델링 과정(NCTM, 1991)

【개방형 문제의 예】

숫자 4를 네 번 사용하고 +, −, ×, ÷, $\sqrt{\ }$, 분수 등의 기호를 써서 0부터 9까지의 수를 만들어 보아라.

【풀이】

$0=4+4-4-4=44-44$

$1=\frac{4}{4}+4-4=\frac{44}{44}=\frac{4}{4}\times\frac{4}{4}=\frac{4}{4}\div\frac{4}{4}$

$2=\frac{4}{4}+\frac{4}{4}=4-\frac{4+4}{4}$

$3=\frac{4+4+4}{4}$

$4=(4-4)\times4+4=\sqrt{4+4+4+4}$

$5=\frac{4\times4+4}{4}$

$6=\frac{4+4}{4}+4=\frac{4+4+4}{\sqrt{4}}$

$7=\frac{44}{4}-4=\{4-(4\div4)\}+4$

$8=4+4+4-4=\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{4}$
$=4\times4\div4+4=4\times4-(4+4)$

$9=4+4+\frac{4}{4}$

학생들은 열린 반응의 과제들을 수행하기 위하여 어떤 수학적 지식을 사용해야 하는지를 결정해야 할 뿐만 아니라 때로는 어떻게 접근해 나아가야 할 것인가에 관한 수학적 방법까지도 결정해야 한다. 이에 따라 프로젝트는 학생들의 실제 생활과 직접 관련되어 그들의 고등 사고 능력을 발휘할 수 있는 문제 상황을 주제로 제시함으로써 과정 중심의 수행 경험을 하게 한다.

나. 프로젝트의 특징과 개발 시 유의점

프로젝트의 특징을 살펴보면 다음과 같다.

첫째, 프로젝트는 어떤 특수한 상황에서 개인이 원하는 바의 깊이 있는 탐구를 가능하게 하므로, 프로젝트의 주제 및 진행 과정을 개별화 또는 차별화하여 개성에 맞게 다룰 수 있다.

둘째, 프로젝트는 구체물에서 서적, 영화, 비디오 등의 매체에 이르기까지 다양한 자료에 대하여 수학적으로 해석하고 설명하는 과정을 포함하므로, 다른 교과 내용과의 연계성에 따른 수학적 가치의 인식이 가능하고 창의적 사고, 비판적 사고 등과 같은 보다 고차원적인 사고 능력을 신장시킬 수 있다.

셋째, 프로젝트는 소그룹의 협동 학습을 통하여 학생들이 자신이 속한 집단의 다른 구성원들과 이야기하고 그들의 활동 결과를 학급 전체에 (말하기와 쓰기의 형태로) 전달함으로써 의사소통 능력을 신장시킬 수 있다.

한편 다음은 프로젝트 개발 시 유의해야 할 사항이다.

첫째, 프로젝트는 학생들이 수학적인 안목에서 현상을 파악할 수 있는지, 또는 배운 수학적 지식을 사용하여 생활의 여러 가지 문제를 해결할 수 있는지를 평가하기 위한 것으로, 판에 박힌 문제(정형 문제)를 지양하고 참신하고 새로운 성격의 주제(문제)를 개발하도록 한다.

둘째, 프로젝트의 채점을 위한 채점 기준은 총체적 점수화 방법과 분석적 점수화 방법을 적절히 고려하여 작성한다. 서술형 문항의 경우와 마찬가지로, 프로젝트의 채점 기준(표)의 작성 과정에서 각 문항의 배점과 채점 요소별 배점은 평가 목적이나 목표에 따라 부여하도록 한다.

다. 프로젝트의 채점 방법

프로젝트의 수행 과정은 다음 〈표 Ⅴ-4〉와 같은 기록지를 사용한 자기 평가(self-assessment) 방법을 이용하여 학생 스스로 작성해 보게 하고, 이를 평가하거나 점검하는 것이 용이하며 바람직하다(황혜정 외, 1997).

〈표 Ⅴ-4〉 학생 자기 평가 기록지(예)

학생 자기 평가 기록지
단원명: ________________________________ 날　짜: ______년 _____월 _____일 _____교시 이　름: ________________________________ (_____학년 _____반 _____번)
주제(문제):
해설(풀이):
반성(소감):
자기 평가: 아주 못함(　　)　못한 편임(　　)　잘한 편임(　　)　아주 잘함(　　)
교사 논평:

점선을 따라 자르세요.

한편 프로젝트의 전반적인 활동 과정 및 결과에 대하여 평가하고자 할 때, 다음과 같이 관찰에 의한 평정척도지를 활용하면 편리하다(Krulick 외, 1998).

〈표 Ⅴ-5〉 평정척도법을 이용한 과제 수행 능력 평가(예)

이름: ______________ 날짜: ______________

평정척도

1=불충분 2=만족 3=훌륭함

관찰(면담) 요목			0	1	2	3	논평
과제 수행 능력	주제 이해						
	해결 전략 선정						
	계획 수행						
	검토 및 반성						
	의사소통						
	태도						

07 관찰 및 면담

가. 관찰 및 면담의 특징

관찰 및 면담에서 평가자는 수학 문제의 해결을 위하여 사고하고 있는 개인, 소집단, 또는 학급에 대하여 관찰 내지 면담을 하면서 기록하게 된다. 이 방법은 수학적인 수행 능력과 같은 인지적 영역뿐 아니라 수학에 대한 태도와 신념 등 정의적인 영역까지 평가할 수 있는 장점이 있다. 또한 관찰 및 면담은 검사를 통해 양적으로 확인할 수 있는 학생의 수학적 능력이나 사고에 대하여 보다 심화된 자료를 얻을 수 있다. 하지만 우리나라 교육현실을 감안할 때, 독자적인 평가 기법으로서의 역할보다는 다른 평가 기법에 의한 결과를 점검하고 보완하는 보조 역할의 의미가 크다.

특히 관찰의 목적으로 사전에 생각하지 못하였던 측면에 대하여도 부수적인 자료를 수집할 수 있다. 또 관찰은 정규 수업 시간 중에 자연스럽게 이루어질 수 있고, 특정한 사고력에 중점을 두고 평가할 수 있으며, 다른 평가 기법에 의한 결과를 점검하고 보완할 수 있다.

관찰이나 지필 검사와 더불어 면담은 학생들과 직접 대화함으로써 문제 해결 상황에서 실제로 나타내 보인 행동이나 서면의 '결과'를 도출해 내기까지의 사고 '과정'에 대한 통찰을 가능하게 하는 기법이다. 개별적으로 면담을 실시하여 학습 부진아를 진단하거나 학습 우수아를 선별할 수 있다. 또 소그룹별로 과제를 수행하는 자연스러운 분위기에서 면담을 실시하여 평가 목적에 부합하는 정보를 얻을 수도 있다.

나. 관찰 및 면담의 유형

실제로 현장에서 사용할 수 있는 관찰법은 수업 시간에 교사가 학생들을 대상으로 실시하는 비참여 관찰로, 학생 전체 또는 소집단이나 개인별로 자연스럽게 행해질 수도 있다. 다만 교사가 수업을 진행하면서 관찰 결과를 기록할 수 있는 시간이 한정되어 있으므로, 학급 전체보다는 개별 또는 소집단을 대상으로 관찰을 실시하는 것이 효과적이다. 그런데 사실 비참여 관찰의 경우 객관적으로 관찰이 가능하나 관찰의 기회가 적고, 심리적으로 격리되어 있기 때문에 미세한 변화를 파악하기 힘들다.

한편 공식적 면담은 면담자가 미리 만들어진 일련의 질문을 가지고 응답자에게 질문하는 방법이다. 이때 각 면담에서는 똑같은 질문이 똑같은 방법으로 부과되므로, 공식적 면담은 질문지를 언어로 표현하는 방법이라고 볼 수 있다. 이에 반해 비공식적 면담은 면담 계획을 세우되 면담 목적만을 명백히 하여 융통성 있는 접근을 시도하는 방법이다. 따라서 연구자(교사)가 한 현상에 관한 적절한 질문들을 충분히 가지고 있지 않을 때 유용하다. 이러한 면담은 예정된 '질문군'이 없고 본질적으로 탐색전부터 시작한다고 볼 수 있다.

결국 면담이 공식적으로 진행되든 비공식적으로 진행되든, 교사는 주로 정규 수업 외의 상황에서 학생들과의 면담을 통해 그들과 직접 대화함으로써 그들이 수학 수업 상황에 어떻게 수용하고 대처하는지에 대해 보다 깊은 이해를 구할 수 있다. 또 소그룹별로 과제를 수행하는 자연스러운 분위기에서 (비공식적) 면담을 실시하여 평가 목적에 부합하는 정보를 얻을 수도 있다.

특히 공식적 면담은 개별적으로 면담을 실시하여 학습 부진아를 진단하거나 학습 우수아를 선별하는 데 유용하며, 비공식적 면담은 그들을 진단, 선별하는 것뿐만 아니라 그들의 능력에 따른 처치도 가능하다. 면담은 주로 개별적으로 진행하는 것이 상례이지만, 비공식적 면담의 경우에는 소그룹별로 면담을 진행하여 면담 대상자들끼리 보다 자연스러운 분위기에서 진행됨으로써 보다 정확한 정보를 얻을 수 있는 이점도 있다.

다. 관찰 및 면담 시 유의 사항

일반적으로 관찰을 통해 정기적으로 기록하여 평가하기 위해서는 관찰자인 교사의 많은 시간과 노력이 절대적으로 필요하며, 관찰 목적에 알맞은 현상을 포착하기 어려울 때도 있다. 또한 학생들의 반응을 관찰할 때 편견

을 가지게 되어 관찰 결과에 주관성이 개입될 여지가 있으며, 관찰의 대상이 되는 학생들 역시 관찰자인 교사를 의식하면서 행동이 달라질 수 있다. 사실 교사가 관찰만을 통하여 학생들의 다양한 행동이나 사고 과정 등을 정확히 파악하기는 어렵다.

관찰 시 유의해야 할 점은 다음과 같다.

- 뚜렷한 관찰 목적 또는 문제 의식을 가지고 관찰에 임하도록 한다.
- 관찰 계획을 치밀하게 세워야 한다.
- 부분과 전체의 관련을 지으며 관찰함으로써 피상적인 관찰이 되지 않도록 해야 한다.
- 객관적인 태도로 관찰해야 한다.
- 관찰 기간은 짧게 하고 누적시키는 방법을 쓰도록 한다.

공식적 면담의 경우에는 면담 도중 학생의 반응에 개입하는 일이 없으므로, 사전에 질문 내용들을 신중히 계획하여 작성하면 별 문제가 없으나, 비공식적 면담에서는 교사가 학생의 반응에 따라 수시로 질문하게 되므로 더욱 주의를 해야 한다.

면담 시 유의해야 할 점은 다음과 같다.

- 면담 시 교사의 반응이나 질문으로 인해 대화의 방향이 바뀌어서는 안 되므로 교사의 태도(반응)는 중립적 입장을 취해야 한다.
- 질문의 내용과 시기가 적절해야 한다.
- 학생이 편안하고 안정감을 가지도록 면접 환경과 조건을 구성해야 한다.
- 교사가 면담 시 기본적으로 갖추어야 할 태도는 중립적인 태도, 공정한 태도, 자연스러운 태도, 담화적인 태도, 친절한 태도이다.

라. 관찰 및 면담의 기록 방법

관찰 및 면담의 목적이 결정되면 대상, 장소, 시간, 기록 유형 등의 세부 계획이 진행되어야 하며, 이때 활용될 수 있는 기록 방법에는 체크리스트와 평정척도법 등이 있다.

체크리스트나 평정척도법은 사전에 관찰할 행동 요목을 제작하는 과정에서 많은 시간과 노력이 요구되지만, 그 기록 자료를 재분석하지 않고 평가 자료로 수월하게 활용할 수 있다. 그러나 체크리스트나 평정척도법은 사전에 치밀하게 관찰 요목을 작성하여도 임의적이고 예측하지 못하는 행동이 발생하는 경우에는 적절한 기록을 수행하기가 곤란한 단점이 있다.

관찰 및 면담의 자료(정보)를 수집하면, 그다음 단계로 그 정보들을 요약하고 행동의 패턴을 결정하는 작업이 필요하다. 물론 기록 형태에 따라 정보를 요약하는 방법이 다양하게 개발될 수 있다. 일반적으로는 관찰에 의해 기록된 자료들을 그래프 및 빈도, 시간, 가중치의 평균 등의 기술 통계 수치로 분석한다. 그러나 학교 현장에서는 기록된 자료를 진술문 형태로 요약하여 교사의 전문적 판단에 따라 필요한 조언을 하는 것이 보다 수월하고 바람직하며, 이는 학교생활기록부에서 각 교과에 대한 학생의 발달 상황을 작성하는 기초 자료가 될 수 있다.

관찰 및 면담은 수학에 대한 흥미와 호기심, 수학에 대한 자신감, 수학에 대한 불안, 수학의 유용성 인식, 과제 집착력과 의지, 창의적 사고, 수학 수업에의 참여 등 정의적 영역을 평가하는 데 용이하다. 다음 〈표 Ⅴ-6〉은 여러 정의적 영역에 대한 평가를 위하여 체크리스트를 사용하여 관찰 또는 면담이 가능한 구체적인 요목들을 제시한 예이다(박선화 외, 2010).

〈표 Ⅴ-6〉 정의적 영역 평가를 위한 체크리스트지(예)

체크리스트					
정의역 영역	관찰(면담) 요목	학생 1	학생 2	학생 3	학생 4
수학에 대한 흥미와 호기심	• 수학을 하는 것을 즐거워한다.				
	• 수학에서 배우는 것들에 대해 흥미가 있다.				
	• 수학 수업 시간을 기다린다.				
	• 수학에 대한 것을 읽기를 좋아한다.				
	• 수학의 개념이나 원리를 알려고 한다.				
수학에 대한 자신감	• 수학 공부에 자신감을 가지고 있다.				
	• 수학에서 좋은 성적을 받을 것이라고 생각한다.				
	• 수학에서 어려운 내용까지도 잘 이해할 수 있다.				
	• 수학을 가장 잘하는 과목 중의 하나로 생각한다.				
수학에 대한 불안	• 수학 수업이 어려울까 봐 걱정한다.				
	• 수학 성적이 나빠질까 봐 걱정한다.				
	• 수학 문제를 풀 때 긴장한다.				
수학의 유용성 인식	• 수학이 우리의 생활에 많은 도움을 준다고 생각한다.				
	• 수학이 사고력을 기르는 데 도움이 된다고 생각한다.				
	• 수학이 나중에 공부하는 데 필요하므로 중요한 과목이라고 생각한다.				
	• 수학이 나중에 직장 생활을 하는 데 도움이 된다고 생각한다.				
과제 집착력과 의지	• 수학 공부를 열심히 한다.				
	• 수학 시간에 배운 내용을 확실히 알려고 노력한다.				
	• 수학 문제를 풀 때, 답을 구할 때까지 중단하지 않고 열심히 하려고 노력한다.				
	• 수학 공부를 잘하기 위해 계획을 세우고 스스로 노력한다.				
창의적 사고	• 다른 사람의 방법을 그대로 따라 하는 것보다는 스스로 생각하고 탐구한다.				
	• 수학 문제를 풀 때 다른 사람과는 다른 독특한 방법을 찾아보려고 한다.				
	• 수학 문제를 풀 때 한 가지 방법으로 해결하는 것보다는 다양한 방법을 찾아보려고 한다.				
	• 수학 문제를 풀 때 내가 알고 있는 방법 중에 어떤 것이 더 적절한지를 생각한다.				
수학 수업에의 참여	• 수학 수업 시간에 모둠 활동에 적극적으로 참여한다.				
	• 수학 수업 시간에 다른 생각을 한다.				
	• 수학 수업 시간에 발표를 많이 한다.				
	• 수학 문제를 풀 때 아이디어를 다른 학생들과 공유한다.				

VI. 좋은 수업의 의미

01 좋은 수업에 대한 관점의 변화

어떤 수업이 좋은 수업인가에 대한 견해는 구성주의 이론의 도래와 함께 바뀌기 시작하였다고 볼 수 있다. 구성주의 인식론에서는 지식을 개인이나 집단이 적극적으로 만들어 낸 경험적 구성물로 본다. 즉, 학생들은 모든 지식을 수동적으로 받아들이는 것이 아니라 학생 스스로 능동적 구성 활동에 의해 이를 형성한다는 것을 그 주된 요지로 삼고 있다. 이와 같은 관점에서 생각해 볼 때 교사의 가장 중요한 역할은 학생들이 개념을 탐구하고 개념 사이의 관련성을 잘 이해할 수 있도록, 다시 말해 구성 활동이 잘 일어날 수 있도록 총체적인 환경을 조성해 주는 것이다.

학습 기회의 제고라는 측면에서 좋은 수업을 진단할 때, 학습 기회란 수업을 통해 가르쳐진 것과 평가되어지는 것 사이의 중복 정도를 의미한다. 이는 수업 중에 다루어지는 교육과정의 내용과 평가의 내용이 수업의 주요 목표를 반영해야 함을 뜻한다. 그러므로 1980년대 이래로 교육과정의 개정은 교사가 아닌 학생 중심의 교육을 강조하고, 실생활과 학교 교육 내용을 연결시키며, 단순 암기나 훈련보다는 이해와 사고에 초점을 두어 왔다.

따라서 진정한 학습은 일상의 학습 상황에서 다양한 정보와 같은 인지적 도구 혹은 다른 사람들의 도움을 받아 학생들이 확실하게 어떤 문제 상황을 파악할 수 있을 때 일어난다고 볼 수 있다. 그러므로 학습자는 문제를 해결하면서 개개인이 직접 이미 알고 있던 지식을 사용하여 새로운 지식을 만들어 내는 과정을 통하여 자신의 생각을 다양한 방법으로 적용하고 또 새로운 의미를 창출함으로써 그와 관련된 내용을 이해하게 된다는 것이다(von Glasersfeld, 1993).

다시 말하면 구성주의에 입각한 수학 수업의 방법은 어떤 개념을 습득함에 있어서 고정되고 활동력이 없는 인식이 아닌 가변적이고 유용한 인식의 발달을 강조한다. 학습은 사회 활동을 하는 가운데 일어나며 학습자들 간, 혹은 교사와 학생 사이에 생각이나 아이디어를 서로 교환함으로써 이해를 증진시킨다(남승인, 1998). 이때 교사는 학생 스스로가 의미 있는 학습 활동에 참여할 수 있도록 도와주어야 한다. 아울러 학습자는 능동적이고 무한한 잠재력과 가능성을 가지고 있다고 보며, 따라서 학습자 개개인의 생각과 아이디어를 학습 활동에 최대한 반영하여야 한다는 것이다. 이렇게 볼 때 중앙집권식 교육과정의 편성 · 운영을 탈피하고 현장 중심으로 전환함으로써 학습자들을 보다 창의적인 교육과정에 의해 가르칠 수 있게 된다고 본다(최승현 외, 2002).

〈표 Ⅵ-1〉 좋은 수업을 위한 교수-학습 관점의 변화

교수-학습 관점의 변화		
강의식 전체 수업, 교사의 지시 중심 수업	➲	경험적, 귀납적, 실제적인 학습
수업 시간 중 학습자의 수동성: 좌석에 앉아 있기, 정보를 듣고 암기하기	➲	수업 시간 중 학습자의 능동성: 모든 학생들이 학습에 직접 참여하기
학습지, 시험지, 연습지 등의 활동	➲	고등 사고력을 강조한 중심 개념과 원리 배우기
모든 교과 영역의 많은 학습량을 교사가 직접적으로, 간단히 다루기	➲	학습의 과정(계획, 정리, 관찰, 평가)에 대한 학습자의 책임하에 학습자 자신이 직접 연구 과제를 결정하기
어떤 사실이나 사항을 단순 암기하기	➲	학습자 개개인의 정의적인 요구나 다양한 인식 양식에 관심을 가지기

성적이나 학업 경쟁을 강조하기	➡	교실을 독립된 작은 사회로 만들기 위한 협동 또는 합작 활동
능력별 그룹을 만들거나 능력별 이름 붙이기	➡	다양한 능력의 학생들을 같은 그룹에 배치하여 활동하기
특별 프로그램을 대용하기	➡	교사, 학부모, 학교 직원들의 다양하고 협동적인 역할을 활용한 일반 학급에서의 특별 지도
표준화 검사를 사용하기	➡	교사들의 관찰로 얻어진 질적 형태의 기술적 평가 사용하기

02 수학과 좋은 수업의 조건

수학과 교과 특성을 반영한 '좋은 수업'이란 '좋은 수업'에 대한 범교과적 정의와 그 궤도를 함께하면서, 수학 수업과 관련하여 현장의 교사들이 제기하는 문제점들을 효과적, 현실적으로 해결해 나가고 있는 수업들이라는 가정하에, 현장의 수학과 수업 지도와 관련하여 제기되어 온 문제점을 감안한 수학과 좋은 수업 선정 기준은 다음과 같다(최승현 외, 2002).

가. 교육과정과의 일관성을 유지하면서 수학과 목표와 본질에 부합되는 수업이어야 한다.

현장의 수학 교사는 수학과 목표와 본질에 부합되면서 학생들의 요구, 능력 및 흥미에 알맞게 교육과정을 재구성할 필요가 있다. 실제로 좋은 수업을 진행하는 교사는 장기적인 기대, 학습 목표, 계획, 학습 활동, 자료 및 평가의 모든 측면을 포함하여 교실 수준에서 실행된 교육과정을 계획, 실천 및 평가하여야 한다(NCTM, 1993). 그뿐만 아니라 수업 목표와 목표 달성을 위하여 모든 교육과정의 요소들을 결합한 일관성 있는 체제를 유지해야 한다.

교육과정과 학습 내용 사이의 일관성을 유지하는 것은 학생들로 하여금 유의미한 지식을 구성할 수 있도록 한다. 즉, 학생들이 학교 밖 생활에서도 쉽게 접근하여 활용할 수 있는 지식을 구성할 수 있도록 하여야 한다. 이때 교사는 (1) 수학과 교육과정과 일관성을 유지하면서 핵심적인 내용들을 심도 있게 학습할 수 있도록 학습 내용의 폭을 줄이고, (2) 학습 내용을 중요한 개념 중심으로 구조화하여 제시하며, (3) 주요 개념들과 그들 사이의 관련성을 쉽게 설명할 수 있도록 교육과정 내용을 재구성하고, (4) 수학과 목표와 본질에 부합되는 수업의 결과를 반영하는 학습 활동과 평가 방법을 학생들에게 제공해야 할 것이다.

나. 수학 수업에서는 수학적 경험이 실생활에 활용되는 가치 있는 것임을 학생들이 인식하여 실생활의 수학적 상황에 전이될 수 있도록 해야 한다.

현장의 수학 수업에서의 문제점은 현실과 유리된 많은 양의 수학적 지식을 교과서나 틀에 박힌 수업 양식에 의존하여 가르친다는 것이다. 좋은 수학 수업을 위해서는 학생들 스스로 문제를 이해하고, 문제 해결의 과정에 관련된 다양한 전략들을 활용하여 실제적으로 문제를 해결하며, 그 과정을 반성해야 한다. 즉, 학생들이 설계한 문제 해결 활동이 이루어지는 기회를 제공하여야 한다. 학교에서 배운 수학이 학교 밖의 다른 실제 상황들에서 활용될 수 없다면, 수학을 학습할 필요성이 줄게 된다. 즉, 학교에서 배운 수학 지식은 실생활에 적용될 때 보다 유의미해진다. 따라서 좋은 수학 수업이란 학생들이 수업 시간에 배운 지식, 이해, 추론 및 문제 해결을 다른 학문 분야에는 물론 실생활 상황에도 적용할 수 있도록 가르치는 수업이다. 장래에 수학이나 과학과 관련된 직업에 종사하게 될 학생들뿐만 아니라 교양을 갖춘 시민이

되기 위하여 학교 수학 교육은 우리가 살아가고 있는 현실 세계에 대한 이해와 흥미를 길러 줄 수 있어야 한다(OECD, 2001).

학교에서는 도형의 넓이나 부피에 대하여 배우지만 실생활에서 어떻게 활용되는지, 어떤 경우에 필요한지를 파악하지 못한다면 이러한 내용들을 학습하는 의미가 반감된다. 그러므로 수학 교사들은 학교 수학을 대학 입시를 위한 과목으로만 중요하게 취급할 것이 아니라, 현실 세계를 살아갈 수 있는 수학적 소양을 갖춘 시민을 양성한다는 취지를 잊지 말고 가르쳐야 할 것이다. 이러한 맥락에서 수학 교사의 중요한 역할은 수학적 능력이 지역 공동체 속에서, 학생들의 일상생활 속에서, 나아가 보다 광범위한 사회적 당면 과제들 속에서 어떻게 적용되는가를 학생들이 파악할 기회를 제공하여야 한다(NCTM, 1989, 1991). 그러므로 학교에서 배운 것을 다른 상황으로 전이할 수 있는 학생의 능력 양성을 위해 교사는 다음과 같은 측면을 강조하여 수업하여야 한다.

- 적절한 수준의 내용을 이해하지 않고서는 실생활로의 학습 전이는 기대하기 어려우므로, 학습한 내용을 숙달하도록 한다.
- 학생들이 학습한 내용에 대하여 다른 상황으로 전이할 수 있음을 인식하도록 한다.
- 학습한 내용과 관련된 교과 내 다른 영역과 타 교과 영역에 적용하도록 한다.
- 학생들이 스스로 학습하고, 스스로 평가한 결과를 피드백할 수 있도록 돕는다.
- 단순 암기보다는 이해를 추구하는 수업을 진행한다.

다. 수학 수업은 현대의 수학 지식을 반영하는 내용과 첨단 기술의 발달을 반영한 기술과 도구의 학습이 요구되므로 컴퓨터, 멀티미디어 및 다른 기술 등과 통합되어야 한다.

수학이 생성되고 응용되는 방법이 현대화되면서 학생들이 배워야 하는 수학적 아이디어나 수학적 입장도 변화되고 있다. 예를 들어 학교 수학에서는 규칙이나 공식으로 설명될 수 있는 필연적인 사건을 주로 다루는 반면, 실생활의 현상에서는 임의의 모델인 경우가 대부분이다. 이러한 변화의 원동력은 컴퓨터의 보급이다. 컴퓨터의 도입으로 지금까지는 생각지 못했던 새로운 유형의 문제를 만들 수 있게 되었고, 수학의 내용과 방법도 많이 달라졌다. 예를 들어 연속적인 것에서 이산적인 것으로, 정확한 것에서 반올림한 값으로, 추상적인 것에서 구체적인 것으로, 이론적인 것에서 경험적인 것으로 변화되었다.

컴퓨터와 계산기는 수학적 아이디어와 응용을 탐구할 기회를 제공한다. 예컨대 저학년의 학생들도 계산기 자체를 수학적인 대상으로 생각하며 계산기의 기능과 규칙을 배울 수 있다. 고학년의 학생들은 그래픽 소프트웨어를 이용하여 함수의 그래프, 함수의 변환을 탐구할 수 있으며, 그 결과 함수 관계를 전보다 더 쉽게 이해할 수 있을 것이다(신동선 외, 1998). 이와 같이 공학적 기술 도구의 사용은 학습 환경을 풍부하게 만들 뿐만 아니라 학습의 질을 향상시킨다. 즉, 학생들은 이러한 기술이 없었다면 불가능했을 활동들을 경험하고 참여할 수 있게 된다. 인터넷이나 모의실험(simulation) 등의 기술들은 수학과 실생활을 연결시키고, 나아가 학습 환경을 보다 넓은 범위로 확산시킬 수 있는 능력을 가지게 한다.

라. 학생들의 선행 지식(기존 지식)을 고려한 수학 수업이어야 한다.

좋은 수학 수업은 새로운 지식을 선행 지식에 관련시킬 수 있는 수업이어야 한다. 그러나 학생들이 선행 지식을 지니고 있는 것만으로 바람직한 학습 결과를 가져오지는 않으며, 학생들이 선행 지식을 새로운 이해와 학습에 활용할 수 있도록 교사가 학습자의 선행 지식에 관심을 기울이고, 이러한 선행 지식을 수업의 출발점으로 활용할 때 비로소 학습이 촉진될 수 있다. 그러므로 수학과 좋은 수업을 위해서는 교사가 학생들이 이미 지니고 있는 선행 지식을 이끌어 내고, 직접적인 체험 활동이나 사고 활동을 통하여 새로운 개념을 도입하며, 나아가 학생들의 기존의 개념을 새로운 개념과 연결하여 통합적인 개념으로 수정해 나가야 한다(Driver 외, 1995).

이와 같이 학생들이 선행 지식을 활성화하여 수학과 학습에 활용할 수 있도록 수업을 할 때, 교사는 다음과 같은 측면을 고려해야 한다.

- 교사는 학생들이 가지고 있는 선행 지식이 무엇인가 정확히 파악하여야 한다.
- 교사는 학생들이 새로운 내용의 학습에 필요한 선행 지식을 활성화하도록 수업 시작 시 수업의 내용에 대하여 논의한다.
- 때때로 학생들의 선행 지식이 불완전하거나 치명적인 오개념을 포함하고 있을 수도 있으므로, 교사는 학생들이 지니고 있는 불완전하거나 잘못된 개념을 상세히 조사할 필요가 있다.
- 학생들이 새로운 내용의 학습에 필요한 선행 지식을 갖추지 못한 경우, 교사는 중요한 선수 학습 자료들을 미리 다루어 수업 진행에 차질이 없도록 해야 한다.
- 교사는 학생들이 선행 지식과 새로운 학습 내용을 연관지을 수 있도록 적절한 질문을 제공하여야 한다.
- 교사는 학생들이 선행 지식과 새로운 개념의 관계를 파악하고, 또 다른 형태의 통합적인 개념을 형성하도록 도와야 한다.
- 교사는 교수-학습에 관한 인지심리학의 이론에 초점을 맞추어 수업해야 한다.

마. 학습자 스스로 문제 해결 활동을 수행할 수 있도록 이끄는 수업이어야 한다.

좋은 수업이란 학생들로 하여금 주어진 수학 문제를 이해하고 그 풀이 과정을 추론하며 이를 이용하여 문제를 해결할 뿐만 아니라 교사나 다른 학생들에게 자신의 방법을 설명할 수 있도록 하는 일련의 학습 전략을 가르치는 수업이다. 보스니아도(Vosniadou, 2001)는 교사가 학생들에게 학습 전략들을 가르치기 위한 체계적인 노력을 할 때, 학생들이 실질적인 성과를 얻을 수 있다고 주장하였다. 이러한 학습 전략들은 학습 과정을 촉진하고 학습을 제고할 뿐더러 학생들이 주어진 상황에 적절한 방법으로 문제를 이해하며 이를 해결할 수 있도록 돕는다는 측면에서 중요하다. 그러므로 문제 해결에 있어서 보다 적용 범위가 넓을수록 성공적인 학습 전략이 된다.

여기서 중요한 것은, 교사는 학생들에게 단순히 수학적 지식의 전달과 수학을 하는 방법을 가르치는 것에만 국한할 것이 아니라 학생들에게 자신의 학습을 스스로 관리, 감독할 수 있는 메타인지 학습 전략을 가르쳐야 한다는 것이다. 구체적인 학습 기능과 내용도 중요하지만, 학습자가 스스로의 학습 과정을 감독하고, 학습이 일어나는 중에 자신의 마음에 어떤 변화가 일어나는지를 의식한다는 것은 보다 고차원의 학습을 위해 중요하다. 즉, 학생들은 주어진 학습 목표 달성을 위해 자신의 학습 진행 과정을 측정하고, 끊임없이 감독하고, 스스로 조절하며, 반성적으로 사고할 필요가 있다.

학습에서의 자기 조절(self-regulation)이란 학습자 자신이 스스로의 학습 과정을 평가하고 이해 수준을 점검하며, 필요시 실수를 수정할 수 있는 전략들을 개발하는 것을 포함한다. 교사는 다음과 같은 기회를 제공함으로써 학생들이 자기 조절적인 학습자가 되도록 도울 수 있다.

- 문제를 해결함에 있어서 학생 자신이 문제 해결 전략이나 방법을 계획하도록 한다.
- 사용 가능한 가장 효과적인 학습 전략들은 무엇이며, 이들을 어떻게 사용할 것인지를 알도록 가르친다.
- 학생 스스로 자신의 수학적 사고 과정을 점검하고, 이해 수준에 따라 문제가 요구하는 질문에 답할 수 있도록 한다.
- 주어진 진술문이나 주장, 문제에 대한 해결책 등에 대하여 평가하도록 한다.

바. 학생들의 동기 유발이 가능한 수학 수업이어야 한다.

일반적으로 학습에 대한 동기가 유발된 학습자는 설정한 목표를 달성하려는 열의가 있으며, 끈기와 의지를 가지고 학습 성취에 많은 노력을 기울이게 된다. 이는 수학 학습에 있어서도 마찬가지이다. 그러므로 학습자의 동기는 학습되는 양과 질에 영향을 미치게 되며, 수학 교사들은 동기 유발된 학습자를 원한다. 교사의 말과 행동은 학생들의 목표 달성 의지에 영향을 미치게 되며, 내적 동기가 유발된 학습자는 학습 성취를 위해 더 노력하게 된다. 교사가 학생들의 내적 동기 유발을 위해 취할 수 있는 행동들은 다음과 같다.

- 새롭고 흥미 있는 학습 과제를 제공함으로써 학생들이 호기심을 갖고 고차원의 사고 기술을 사용하도록 장려한다.
- 학생들의 성취를 외적인 요인이 아닌 내적인 요인들로 귀착시키고 스스로의 수학적 능력에 대하여 자신감을 가질 수 있도록 격려한다.
- 학생 각각의 수준에 실현 가능한 목표를 설정하도록 조언한다.
- 학생들의 수학적 성취를 인정하고, 그 결과에 대하여 정직하게 평가한다.
- 학생들의 성취 결과를 내적 동기를 유발할 수 있는 언어를 사용하여 피드백할 뿐만 아니라 학생들이 활용하는 학습 전략을 개선할 수 있도록 그 방법을 제공한다.

사. 지식 위주의 평가보다는 실제 상황에 기초한 평가 방법을 수반하는 수학 수업이어야 한다.

실제 상황에 기초한 평가 방법 중 하나인 수행 평가는 그 목적과 수행 과정, 그리고 평가 결과가 모두 일치하고 있다. 바람직한 평가는 수업에서 다룬 내용에 대하여 평가하고, 평가가 수업과 일관될 뿐만 아니라 의도한 학습 목표와 일치하며, 나아가 수업의 방식과도 일관성을 유지하는 평가이다. 예를 들어 고차원의 분석과 추론 기술을 활용한 수업에서 학습한 것을 선다형 객관식 문항으로 평가하는 것은 수업의 방법과 평가 사이에 일관성이 결여된 경우이다. 교육 개혁의 중요한 한 부분을 차지하고 있는 수행 평가는 실생활 과제와 상황에서 학생들의 수행 능력을 측정하고 반영하는 것이다.

좋은 수학 수업에는 수업에서 기대되는 학습의 본질, 사용된 학습 자료, 일관성을 유지한 다양한 평가 전략들이 포함된다. 수학과 좋은 수업에서의 평가는 학생들에게 기대되는 것과 결과에 대한 명확한 의사 전달이 요구된다. 이때 평가는 수업과 일관성 있게 통합되어 서로에게서 유용한 정보를 얻을 수 있도록 한다. 수업과 평가를 통합하기 위하여 교사들은 다음 사항들을 주목하여야 한다.

- 학생들에게 도전적이고, 학생들의 발달 단계상 적절한 학습 표준을 개발한다.
- 학생들 사이의 개인차를 적절하게 고려한다.
- 학생들의 수학에 대한 이해 발달을 도울 수 있는 수업 및 평가 전략을 선택한다.
- 상호 양립 가능한 수업 및 평가 전략을 선택한다.
- 다양한 방법과 도구를 활용하여, 학생들의 과학적 추론 기술과 과학 개념의 이해에 대하여 체계적으로 자료를 수집한다.
- 학생들이 그들의 지식, 이해 수준 및 기술을 다양한 방법으로 증명할 수 있는 기회를 제공한다.
- 다양한 수준에서 다양한 방법으로 이루어진 평가 결과들을 교수-학습의 개선을 위해 활용한다.

학교 현장에는 학생들의 수준을 고려한 학생 개인 수준에 맞는 학생 중심 교육과정이 구현되어 있는데, 교사뿐만 아니라 교장, 교감 차원에서도 이에 적합한 평가 방법을 생각해 보아야 한다. 모든 실제 상황에 기초한 평가의 시행 및 운영을 교사에게만 맡긴다는 것은 교사에게 지나친 부담이 될 수도 있다.

VII. 수학과 수업 평가

01 수학과 수업 전문성의 의미

학교 교육에서 교사의 역할이 중요해지고 교사의 책무성에 대한 기대가 높아지면서, 세계 여러 나라에서는 우수한 교사를 확보함과 동시에 현직 교사의 전문성 발달을 촉진하고자 각별한 노력을 기울이고 있다. 이러한 상황에서 학생들의 학습을 평가하기 위한 활동과 평가 방법을 고안하고 그 효과를 경험한 교사들은 이러한 수업 전문성 기준의 유용성을 알고 있으며, 교사의 수업 전문성 평가에도 학생 평가와 같은 원리가 적용된다. 수업 전문성 기준에 비추어 교사의 수업 전문성을 평가(즉, 수업 평가)를 하기 위한 방법들이 제시되고 있으며, 이러한 평가의 시도 자체가 교사들의 좋은 수업 실행을 위한 하나의 기준이 될 수 있다.

구체적인 수학과 수업 전문성 기준 개발의 방향은 다음과 같다(임찬빈 외, 2006).

첫째, 수학 교사의 수업 활동을 총망라하는 포괄적인 기준을 제시한다. 다시 말하면 수학과 수업 전문성 기준은 교사의 수학 수업 전-중-후 활동인 수업을 준비하기 위한 과정-실제 수업 실행-수업 후 반성과 평가 · 향후 개선 노력 등을 종합적으로 다룬다.

둘째, 수학과의 모든 내용 영역에 공통적으로 적용할 수 있는 종합적인 기준을 제시한다. 즉, 특정 영역이나 단원에 국한하는 기준보다는 각 영역에 고루 적용할 수 있는 대표적인 기준을 중심으로 제시한다.

셋째, 각 기준 간의 상호 연계를 고려하여 제시한다. 즉, 수업의 흐름을 고려하여 각각의 기준을 독립적인 영역과 요소로 제시하되, 이들 간의 관계가 상호 의존적으로 연계됨을 보여 준다. 수업이란 복합적이고 다면적일 뿐만 아니라 수업의 제 양상은 상호 의존적이다. 이러한 다층적 위계 속에서 수업 평가 기준의 대영역을 설정하고 다시 중영역과 하위 요소로 세분하여 제시한다.

넷째, 목적과 상황에 따라 유연하게 선택할 수 있는 종합적인 기준 목록을 제시한다. 즉, 수학과 수업 평가 기준은 모든 수업에 획일적이고 고정적으로 적용하는 것이 아니라, 목적과 상황에 따라 기준들을 선정, 조합하고 수학과 각 영역의 특성에 따라 그것들을 변용하여 달리 적용할 수 있음을 고려한다.

다섯째, 수업 전문성 기준은 하나의 개별 기준도 다양한 방식으로 접근하여 판단할 수 있음을 전제하여 제시한다. 교사의 전문성과 수업의 양상은 한 가지 측면에서 살피기보다는 다양한 각도에서 접근하고 판단할 필요가 있다. 예전에는 주로 수업 활동에 초점을 맞추어 수업 평가가 이루어졌기에 교실 수업 관찰이 가장 강력한 평가 도구였지만, 수업 전문성은 수업 전-후의 활동을 모두 포함하므로 교실 수업 관찰만으로 기준의 달성 정도를 가늠하기 어렵다. 따라서 특정 기준이 달성된 정도를 판단할 때에는 전문성 기준 영역과 요소별로 다양하게 제시하고, 나아가 각각의 기준도 다양한 방법으로 적용할 수 있음을 전제한다.

여섯째, 수업 전문성 기준은 수업을 위한 장 · 단기적인 계획이나 단원 단위로도 활용할 수 있도록 충분히 고려하여 제시한다. 수업 전문성 기준의 적용은 하나하나의 수업에 국한하지 않으며, 수업 전-중-후를 포괄하여 설정하여야 한다.

요약하면, 수업 전문성 기준은 좋은 수업 활동의 실제를 특징짓는 요소들이라고 규정지을 수 있다. 그러므로 수업 전문성 기준은 (1) 초보 교사를 위한 지침, (2) 숙련된 전문가 교사를 위한 지침, (3) 개선 노력을 집중할 부분을 파악하는 구조, (4) 교사 집단 이외의 다른 공동체들과의 의사소통의 수단으로 사용될 수 있다.

교사의 수업 활동에 대한 전문성 기준이 마련되었을 때, 관계 당사자들은 공유된 개념과 가치 속에서 개선을 위한 노력을 어디에 집중할 것인지에 대한 논의를 할 수 있게 된다. 아울러 수업 전문성 기준에 교직의 임무와 역량, 우수한 교수 활동의 수준을 명확하게 규정해 놓음으로써 타 분야의 사람들로부터 신뢰받을 수 있고, 교직의 위상을 높일 수 있게 된다. 교사들은 교수 활동을 기술하는 공통된 용어의 가치를 익히 알고 있다. 또한 수업 전문성 기준은 교사들에게 '우수성'에 대한 합의된 기준을 제공함으로써 모범적인 교수 활동에 대한 교사들의 대화를 조직하는 역할을 한다. 이러한 대화를 통하여 경력자뿐만 아니라 초보자의 수행 수준을 향상시킬 수 있을 것이다.

한편 수업 전문성 향상을 위한 평가, 즉 수업 평가 기준에서 규정하는 교사의 가장 중요한 역할은 학생들이 주요 내용 학습에 참여할 수 있도록 지원하는 것이다. 수학과 수업 평가 기준의 구성 요소들은 이러한 목적하에 조직되며, 중요한 내용을 학습할 때 교사는 학생들과 함께 학습자 공동체를 조성해 나아가야 할 것이다.

대니얼슨(Danielson, 1996)은 초임 교사와 경력 교사들이 함께 활용할 수 있도록 보완한 수업 평가 기준을 제시하면서 복합적인 교수 활동을 4개 영역(계획과 준비, 교실 환경, 수업, 전문적 책임)으로 구분하였다(임찬빈 외, 2004, 재인용). 이 수업 평가 기준은 교사의 전문성 발달 단계를 파악하여 각 영역에 알맞은 해당 요소들을 제시함으로써 교사로 하여금 전문성을 계발하고 자기 반성에 활용할 수 있도록 하였다.

수업 평가 기준을 개발 · 실행하는 과정에서 교사는 공동의 연구를 해야 할 뿐만 아니라 평가 기준 개발을 뒷받침하는 원리와 목적에 대한 이론적 근거도 확보하여야 한다. 무엇보다도 수업 평가 기준을 개발하고 설계함에 있어서 주요 이해 당사자들인 교사, 전문가 집단, 정부 기관 등의 참여와 논의가 요구되며, 그에 대한 활용을 전제로 개발하여야 한다. 이때 주의해야 할 것은 교사 자신이 수업 평가 기준을 지원하는 결정적인 역할을 하여야 활용이 가능하게 된다는 점이다.

또한 수업 평가 기준은 자기 평가나 동료 평가, 상호 평가 등으로 활용될 수 있도록 보다 상세하게 개발되어야 하며, 교사의 가르치는 활동에는 일정한 기준이 있다는 점도 제시하여야 한다. 대부분의 교사들은 전문적인 교수 활동의 필수 요소들을 이해하고 있음에도 불구하고, 지극히 관념적인 수준에서 표현하는 경우가 흔히 있는데, 이 점을 특히 주의해야 한다. 동료 교사들뿐만 아니라, 학생, 학부모 및 사회의 다른 구성원들이 교사에게 요구하는 지식과 역량을 명시하는 수업 평가 기준은 좋은 교수 활동을 파악하고 알리며 보상할 수 있는 수단이 되기도 한다.

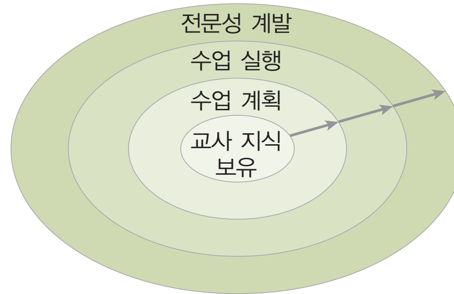
02 수학과 수업 영역 및 요소

가. 수업 평가 영역

수업 평가는 수업 전, 수업 중, 수업 후의 단계별로 진행할 수 있으며, 이러한 수업 단계는 '지식 보유', '수업 계획', '수업 실행', '수업 반성' 부문으로 구성되는데, 이는 교사가 좋은 수업을 하기 위해서는 다음과 같은 요건을 갖추어야 하기 때문이다.

- 교사가 알아야 할 것 ⇨ 지식 보유
- 교사가 준비해야 할 것 ⇨ 수업 계획
- 교사가 행해야 할 것 ⇨ 수업 실행
- 교사가 전문성 발달을 위해 해야 할 것 ⇨ 수업 반성

아는 것이 바로 수업의 실행으로 옮겨지는 것만은 아니지만, 일반적으로 교사가 계획을 세우고 준비하는 것은 수업에 영향을 주고, 이러한 모든 것은 실시한 수업에 대한 교사의 반성적 실천의 영향을 받게 된다. 이렇듯 [지식 보유] ⇨ [수업 계획] ⇨ [수업 실행] ⇨ [수업 반성]의 연계성이 있음을 나타내고 있다. [그림 Ⅶ-1] 참조



[그림 Ⅶ-1] 교사의 수업 단계

위의 [그림 Ⅶ-1]에서 알 수 있는 바와 같이, 교사의 '지식 보유'는 교사가 갖추고 있는 지식에 관한 이해 정도가 수업을 원만히 진행하는 데 충분하다고 생각하는가, '수업 계획'은 본인이 준비한 수업 계획 정도가 수업을 원만히 진행하는 데 충분하다고 생각하는가, '수업 실행'은 본인이 계획한 대로 수업을 충실히 실행하였다고 생각하는가, 그리고 '수업 반성'은 본인의 수업 실행 결과에 만족하는가 등을 반영하기 위한 것이다.

수업 평가를 위한 세부 영역 및 이에 관한 설명은 다음 〈표 Ⅶ-1〉과 같다.

〈표 Ⅶ-1〉 수업 평가 영역

수업 평가 영역		수업 평가 영역에 관한 설명	비고(수업 평가 요소)
교과 내용	• 교육과정 이해 및 재구성	교육과정 목표 및 내용에 관하여 정확히 이해하고, 이를 적절히 재구성하여 수업에 반영하는 것	수학과 교육과정 목표 및 내용에 부합하는 수업 진행하기
	• 수학 내용	소양이 되는 학교 수학 및 학문 수학에 관하여 충분히 이해하고, 이를 수업에 적절히 반영하는 것	학교(중등) 수학 및 학문 수학에 기초하여 내실 있는 수업 진행하기
	• 방법적 지식	문제 해결, 의사소통, 추론 등의 활동을 충분히 이해하고, 이를 효과적으로 수업에 반영하는 것	문제 해결, 의사소통, 추론 등의 활동을 적절히 반영하여 수업 진행하기
	• 수학적 가치	수학적 가치와 중요성을 충분히 인식하고, 이를 수업에 적절히 반영하는 것	수학적 가치와 중요성이 전달되도록 수업 진행하기
학습자 이해	• 학습자 수준	학습자의 인지 수준, 선행 지식, 학업 성취 수준 등을 파악하고 이를 적절히 수업 시간에 반영하는 것	학습자 수준에 부합하는 학습 내용 및 과제, 활동을 수행하기
	• 학습자 오개념	학습자의 오개념을 인지하고 이에 대처하는 것	학습자의 오개념을 파악하여 적절한 피드백 주기
	• 학습 동기	학습자의 관심 및 흥미도를 파악하고 이를 고취시키는 것	학습자 수준이 반영된 적절한 수업 활동을 통하여 학습 동기 및 흥미 유발하기
	• 수학적 태도	학습자의 자신감, 신념 등을 파악하고, 이를 증진시키는 것	학습자의 수학 학습에 대한 긍정적 태도 증진시키기
	• 학습 방법	학습자가 선호하는 학습 활동 및 방법을 파악하고, 이를 수업에 반영하는 것	학습자가 선호하는 학습 활동 및 방법을 반영하여 수업 진행하기
교수 학습 방법 및 평가	• 수업 목표 및 내용 반영	교육 목표 및 내용을 파악하고 이에 적합한 교수 학습 방법을 수행하는 것	수업 목표 및 내용에 적합한 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기
	• 문제 해결 활동 반영	수학적 문제 해결과 관련된 전반적인 활동을 인지하고 이를 적절히 반영하여 교수 학습 방법을 수행하는 것	수학적 문제 해결 관련 활동을 적절히 활용하여 수업 진행하기
	• 학습자 수준 및 태도 반영	학습자의 인지 수준 및 정의적 특성을 인지하고, 이를 적절히 반영하여 교수 학습 방법을 수행하는 것	학습자 수준 및 태도에 부합하는 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기
	• 질문 및 의사소통 활용	효과적 질문 및 의사소통에 관해 인지하고, 이를 적절히 활용하여 교수 학습 방법을 수행하는 것	효과적 질문 및 의사소통을 수반하는 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기
	• 평가 방법 및 절차 마련	수업 목표, 학습자 수준, 평가 목적 등에 따른 평가 방법 및 절차를 계획하고 마련하는 것	평가 목적에 부합하는 평가 방법 및 절차 마련하기
	• 평가 도구 개발	학습 목표에 따른 평가 목표, 문항, 기준 선정 및 실행에 관하여 인지하고 이를 수행하는 것	평가 계획에 준하는 적절한 평가 도구 개발하기
	• 평가 결과 활용	수업 개선 및 학습 처치를 위한 피드백 계획 및 실행을 교사가 인지하고 수행하는 것	수업 개선 및 학습 처치에 유용하도록 평가 결과 활용하기
수업 상황	• 도구 및 교구, 자료 활용	학습 목표와 학습자 수준에 적합한 공학적 도구, 교구, 또는 자료 등을 파악하고, 이를 준비하여 수업에 활용하는 것	학습 목표와 학습자 수준에 적합한 공학적 도구, 교구, 또는 자료를 준비하여 활용하기
	• 교실 환경 및 수업 집단 조성	여러 도구 및 교구, 자료의 효율적인 활용성을 이해하고, 이에 맞춰 수업 환경 및 집단을 구성하는 것	공학적 도구, 교구, 자료 등의 효율적 활용을 위하여 적절한 수업 집단 및 교실 환경 조성하기
	• 학습 태도 및 수업 분위기 조성	교사가 해당 수업 내용에 관한 학습자의 적극적 학습 태도 및 긍정적 수업 분위기를 인지하고, 이를 유도하는 것	학습자의 적극적 학습 태도 및 긍정적 수업 분위기 유도하기
	• 학생 관리 및 수업 상황 대처	학습자의 어려움 또는 질문 등을 인지하고, 이를 효율적으로 대처하는 것	학습자의 어려움 및 질문 등을 합리적으로 처리하기

나. 수업 평가 요소

수업 평가 영역에 따른 수업 평가 요소는 다음 〈표 Ⅶ-2〉와 같이 평정척도법을 이용하여 평정척도를 3단계 정도로 두는 것이 적당하며, 경우에 따라서는 5단계로 좀 더 세분화하여 사용하도록 한다.

수업 평가 요소를 수업 전(지식 보유 및 수업 계획), 수업 중(수업 실행), 수업 후(수업 반성)의 상황으로 세분화하여 제시하면 다음과 같다.

〈표 Ⅶ-2〉 수학 수업 평가 요소

수업 평가 영역		수업 평가 요소		평정척도		
				그렇다	보통이다	그렇지 못하다
교과 내용	1. 교육과정 이해 및 재구성	수학과 교육과정 목표 및 내용에 부합하는 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	2. 수학 내용	학교(중등) 수학 및 학문 수학에 기초하여 내실 있는 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	3. 방법적 지식	문제 해결, 의사소통, 추론 등의 활동을 적절히 반영하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	4. 수학적 가치	수학적 가치와 중요성이 전달되도록 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
학습자 이해	1. 학습자 수준	학습자 수준에 부합하는 학습 내용 및 과제, 활동을 수행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	2. 학습자 오개념	학습자의 오개념을 파악하여 적절한 피드백 주기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	3. 학습 동기	적절한 수업 활동을 통하여 학습 동기 및 흥미 유발하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	4. 수학적 태도	학습자의 수학 학습에 대한 긍정적 태도 증진시키기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	5. 학습 방법	학습자가 선호하는 학습 활동 및 방법을 반영하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			

교수 학습 방법 및 평가	1. 수업 목표 및 내용 반영	수업 목표 및 내용에 적합한 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	2. 문제 해결 활동 반영	수학적 문제 해결 관련 활동을 적절히 활용하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	3. 학습자 수준 및 태도 반영	학습자 수준 및 태도에 부합하는 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	4. 질문 및 의사소통 활용	효과적 질문 및 의사소통을 수반하는 수업 방법을 이용하여 수업 진행하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	5. 평가 방법 및 절차 마련	평가 목적에 부합하는 평가 방법 및 절차 마련하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	6. 평가 도구 개발	평가 계획에 준하는 적절한 평가 도구 개발하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	7. 평가 결과 활용	수업 개선 및 학습 처치에 유용하도록 평가 결과 활용하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
수업 상황	1. 도구 및 교구, 자료 활용	학습 목표와 학습자 수준에 적합한 공학적 도구, 교구, 또는 자료를 준비하여 활용하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	2. 교실 환경 및 수업 집단 조성	공학적 도구, 교구, 자료 등의 효율적 활용을 위하여 적절한 수업 집단 및 교실 환경 조성하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	3. 학습 태도 및 수업 분위기 조성	학습자의 적극적 학습 태도 및 긍정적 수업 분위기 유도하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			
	4. 학생 관리 및 수업 상황 대처	학습자의 어려움 및 질문 등을 합리적으로 처리하기	【지식 보유】 측면			
			【수업 계획】 측면			
			【수업 실행】 측면			
			【수업 반성】 측면			

따라서 이 수업 평가 틀은 교사가 자신의 수업 계획 및 진행, 그리고 반성을 통해 수업 개선은 물론, 더 나아가 교사 지식의 확장을 이끌 수 있도록 하는 데 도움을 줄 것이다. 이때 가급적 수업 후 즉각적으로 평가를 실시함으로써 자신의 수업 반성을 통하여 보다 수월하게 수업 개선이 이뤄질 수 있도록 한다. 또 학교 환경 및 수업 상황에 따라 동료 교사들과의 협력, 연구, 논의 등을 통하여 지속적으로 수업 개선을 도모하는 의지와 노력을 갖추도록 한다.

결론적으로 수업 평가 요소는 기본적으로 교사들이 어떤 지식을 보유하고, 그 지식을 토대로 수업을 계획하고 그 계획에 따라 수업을 실행하며, 더 나아가 반성 및 개선 여부에 활용되어야 한다. 만약 한 교사가 교과 내용, 학습자 이해, 교수 학습 방법 및 평가, 수업 상황 등에 관한 지식을 보유한다면, 수업 계획이나 수업 실행에서 교사의 보유된 지식이 고루 반영되어 드러나야 하며, 수업 반성의 측면도 마찬가지이다. 하지만 어떤 교사에 대해 지식 보유, 수업 계획, 수업 실행, 수업 반성 부문을 동시에 판단하기는 무리이다. 일반적으로 지식 보유, 수업 계획, 수업 실행, 수업 반성의 네 부문 중에서 가장 진단하기에 용이하고 필요한 부문은 수업 실행 부문일 것이며, 또한 간편한 수업 평가를 위해서는 수업 실행 부문에 초점을 두어 교사 스스로 자기 평가를 수행하는 것이 좋다.

한마디로 교사가 자신이 수학 및 수학 교육 관련 지식을 어느 정도 보유하고 있는가에 초점을 두어 진단하고자 할 때에는 이 부문만을 스스로 점검하도록 한다. 마찬가지로 수업 계획, 수업 실행, 수업 반성 측면에 초점을 두어 진단하고자 할 때에는 해당 부문만을 선택하여 점검하도록 한다. 여기서 수업 계획과 수업 반성 측면의 평가 요소는 교사 자신의 교사 지식 및 전문성 향상을 위한 '자기 평가' 용으로 활용 가능하다. 한편 수업 실행 측면의 평가 요소는 교사 자신은 물론 동료 교사의 판단에 따라 진단 및 평가가 가능하다. 이때 평가 요소의 활용 단위(즉, 얼마만큼 수업을 진행한 후 평가를 할 것인가)는 교사의 수업 여건이나 상황에 따라 결정하도록 한다.

Ⅷ. 교과서의 구성

01 편찬 방향

이 교과서는 새로 개정된 교육과정에 따라 학생들이 생활 주변에서 일어나는 여러 가지 현상을 수학적으로 생각하고, 주어진 문제를 창의적이고 합리적으로 해결하는 능력을 기를 수 있도록 하기 위하여 다음과 같은 사항에 중점을 두고 엮었다.

첫째, 수학적 개념과 원리를 이해하고 기초 계산을 숙달하게 할 뿐만 아니라 문제 해결력을 기를 수 있도록 하였다.

둘째, 탐구 활동을 통하여 스스로 수학을 체험하게 하여 학생들이 자연스럽게 수학적 내용을 이해하도록 하였다.

셋째, 자신의 생각을 표현하고 토론하며, 다양한 방법으로 수학적 내용을 다른 사람에게 설명할 수 있는 의사소통 능력을 기를 수 있도록 하였다.

넷째, 흥미와 더불어 수학의 아름다움을 발견하고 수학의 유용성을 느낄 수 있도록 하였다.

02 구성과 특징

■ 대단원 도입

단원과 관련된 사진을 제시하고, 사회 현상이나 자연 현상에서 관찰할 수 있거나 적용할 수 있는 이 단원의 수학 내용을 소개함으로써 단원 학습의 의미와 흥미를 불어넣어 주도록 하였다.

■ 준비 학습

각 대단원을 공부하는 데 꼭 필요한 선수 학습 요소와 이에 대한 문제를 제시함으로써 학습에 필요한 선행 지식을 상기하고 학습의 위계를 알 수 있도록 하였다.

■ 중단원 도입

실생활과 관련된 내용을 스토리텔링 형식으로 소개하고 수학적 사고를 유발하는 물음을 제시하여 학습 동기를 유발하도록 하였다.

■ 생각 열기

새로운 내용의 학습을 시작하면서 다른 교과나 실생활과 관련된 내용을 소개하여 학생들에게 학습에 대한 흥미를 불러일으키고 내용 전개의 실마리를 제공하였다. 또한 이를 통하여 수학의 가치와 유용성도 느끼고 창의적인 생각을 키울 수 있도록 스토리텔링 형식을 빌렸다.

■ 탐구 활동

창의력 기르기와 관련된 물음이나 수학적 사고를 유발할 수 있는 물음과 활동을 통하여 새로 도입할 수학의 원리나 개념을 탐구할 수 있도록 하였다.

■ 예제

학습 내용과 관련된 대표적인 문제와 그 풀이 과정을 함께 제시함으로써 학생들의 개념 이해를 더욱 탄탄히 하고 유사 문제를 해결할 수 있도록 하였다.

■ 문제, 발전 문제, 실생활 문제

학습한 내용을 확인하는 기본 문제를 제시함으로써 학생들이 공부한 내용을 바르게 이해하였는지 스스로 점검할 수 있도록 하였다.

■ 창의 UP

생활 주변에서 파악된 문제를 해결하면서 수학적 원리와 법칙을 탐구하고, 수학의 개념을 깊이 생각해 보고 표현할 수 있게 하여 창의적인 생각을 기를 수 있도록 하였다.

■ 사고력 기르기(문제 해결, 추론, 의사소통)

여러 가지 문제를 창의적으로 해결하는 능력을 기르기 위해 생활 주변의 문제 상황을 탐색하고 해결하는 문제를 제시하였다. 또 수학적 사실을 분석하고 정당화하는 문제를 통하여 수학적으로 사고하고 추론하는 능력을 향상시킬 수 있도록 하였다. 더불어 수학적 개념을 말로 표현하고 토론해 보게 함으로써 다른 사람과 효율적으로 의사소통하는 능력을 기를 수 있도록 하였다.

■ 단원 과제

중단원 도입과 관련된 구체적 문제를 통해 생활에 적용되는 수학을 직접 느낄 수 있도록 하였다.

■ 중단원 기초, 기본, 실력

중단원에서 학습한 내용에 대한 문제를 세 가지 수준으로 나누어 제시하였다. 기초에서는 중단원 학습 내용 중 최소 필수 내용을 확인하는 문제를 제공, 기본에서는 중단원 학습 내용 중 기본 개념을 확인하는 문제를 제공, 실력에서는 중단원 학습 내용을 완벽히 이해한 학생들의 수월성 교육에 이용하여 수준별 학습에 도움이 될 수 있도록 하였다.

■ 수행 과제

대단원에서 학습한 내용 중 탐구 소재를 선정하여 실험 또는 분석을 하거나 조사나 관찰을 하여 그 결과를 조직하고 표현함으로써 종합적인 문제 해결 능력을 기를 수 있도록 하였다.

■ 대단원 학습 내용 정리

대단원 학습을 마친 후 이 단원에서 배운 내용을 요약 · 정리하고, 새로 배운 용어와 기호를 제시함으로써 학습 내용을 스스로 점검하고 보완할 수 있도록 하였다.

■ 대단원 평가 문제

대단원 학습을 종합적으로 평가하기 위하여 다양한 유형의 평가 문항들을 제시하였다. 또 마지막 두 문제는 서술형으로 제시하여 수학적 표현 능력을 기를 수 있도록 하였다.

■ 공학적 도구(컴퓨터, 계산기)의 활용

단원의 내용 중에서 공학적 도구를 의미 있게 활용할 수 있는 학습 주제를 선정하여 인터넷, 컴퓨터, 계산기 등을 활용하는 방법을 제시함으로써 학습자의 흥미를 높이고, 효과적인 수업이 될 수 있도록 하였다.

■ 수학 플러스

단원의 끝에 이 단원의 수학 원리와 관련된 과학, 기술, 공학, 예술, 문학, 실생활, 역사 이야기 등을 소개함으로써 수학에 흥미를 불러일으키고, 단원의 학습에 대한 폭넓은 이해와 확장이 가능하도록 하였다.

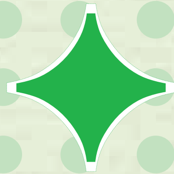
IX. 연간 지도 계획안

단원	중단원	차시	교과서 쪽수	지도 내용
Ⅰ. 수와 식의 계산	1. 수의 연산	1～12	10～43	01 제곱근과 그 성질 02 무리수 03 실수의 대소 관계 04 제곱근의 곱셈과 나눗셈 05 제곱근의 덧셈과 뺄셈 정리 확인 학습
	2. 문자의 사용과 식의 계산	13～16	44～51	01 문자의 사용 02 식의 값 정리 확인 학습
	3. 다항식의 계산	17～31	52～93	01 다항식의 덧셈과 뺄셈 02 지수법칙 03 다항식의 곱셈과 나눗셈 04 곱셈 공식 05 인수분해 06 인수분해 공식 정리 확인 학습
	단원 마무리	32	94～95	
Ⅱ. 방정식과 함수	1. 일차방정식과 일차함수	33～57	96～165	01 일차방정식 02 일차함수의 뜻과 그래프 03 일차함수의 그래프의 성질 04 미지수가 2개인 일차방정식 05 연립일차방정식과 그 해 06 연립일차방정식의 풀이 07 부등식과 그 해 08 부등식의 성질 09 일차부등식의 풀이 10 연립일차부등식 정리 확인 학습
	2. 이차방정식과 이차함수	58～70	166～199	01 이차방정식과 그 해 02 이차방정식의 풀이 03 이차함수의 뜻 04 이차함수 $y=ax^2$의 그래프 05 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프 06 이차함수의 그래프의 성질 정리 확인 학습
	단원 마무리	71	200～203	
Ⅲ. 피타고라스 정리와 삼각비	1. 피타고라스 정리	72～78	204～221	01 피타고라스 정리 02 평면도형에의 활용 03 입체도형에의 활용 정리 확인 학습
	2. 삼각비	79～84	222～239	01 삼각비의 뜻 02 삼각비의 값 03 거리 구하기 04 넓이 구하기 정리 확인 학습
	단원 마무리	85	240～241	

※ 위 계획안은 학교의 실정이나 학생들의 학습 속도 등에 따라 적절히 조정하여 운영할 수 있다.

X. 참고 문헌

- 강완, 백석윤(1998). 초등수학 교육론. 동명사.
- 교육과학기술부(2007). 수학과 교육과정(교육과학기술부 고시 제 2007-79호 별책 8).
- 교육과학기술부(2009). 2009 개정 교육과정 총론. 교육과학기술부 고시 제 2009-41호.
- 교육과학기술부(2011). 수학과 교육과정(교육과학기술부 고시 제 2011-361호 별책 8).
- 신이섭 외(2011). 2009 개정 교육과정에 따른 수학과 교육과정 연구. 한국과학창의재단 정책연구 2011-11.
- 이홍우(1999). 지식의 구조와 교과. 서울: 교육과학사.
- 임찬빈, 이화진, 곽영순, 강대현, 박영석(2004). 수업 평가 기준 개발 연구(Ⅰ): 일반 기준 및 교과(사회, 과학, 영어) 기준 개발. 한국교육과정평가원 연구 보고서 RRI 2004-5.
- 임찬빈, 이화진, 최승현, 오은순, 이경언, 이수정, 노은희, 권순달(2006). 수업 평가 기준 개발 연구(Ⅲ): 일반 기준 및 교과(국어, 수학, 기술 · 가정, 음악, 초등) 기준 상세화. 한국교육과정평가원 연구 보고서 RRI 2006-3.
- 조지민, 김명화, 최인봉, 송미영, 김수진(2007). 2006년 국가수준 학업성취도 평가 연구: 수학. 한국교육과정평가원 연구 보고 RRE 2007-3-4.
- 박선화, 김명화, 주미경(2010). 수학에 대한 정의적 특성 향상 방안 연구. 한국교육과정평가원 연구 보고 RRI 2010-9.
- 박순경(2010). 2009 개정 교육과정에 따른 교과 교육과정의 개선 방향 탐색. 2009 개정 교육과정에 따른 교과 교육과정 개선 방향 23-72. 국가교육과학기술자문위원회 교육과정위원회.
- 최승현(2002). 수학과 교육 내실화 방안 연구-좋은 수업 사례에 대한 질적 접근-. 한국교육과정평가원.
- 최승현, 황혜정(2007). 수학 수업 평가 기준 개발에 관한 기초 연구, 학교 수학, 9(3), pp.327~352.
- 황혜정, 김홍원, 박경미, 김수환, 김신영, 채선희(1997). 창의력 신장을 돕는 중학교 수학과 학습 평가 방법 연구. 한국교육개발원 연구 보고 CR 97-10-1.
- 황혜정, 나귀수, 최승현, 박경미, 임재훈, 서동엽(2012). 수학교육학신론(2012 증보판). 문음사.
- 황혜정(2012). 수학 수업에서 요구되는 교사 지식에 대한 평가 기준 재탐색. 한국학교수학교육학회 시리즈 E 수학교육논문집, 26(1), pp.29~55.
- Charles, L., Lester, F., & O'Daffer, P.(1987). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc..
- Danielson Charlotte(1997). *A collection of Performance Tasks and Rubrics*: Middle School Mathematics. Larchmont, NY: Eye O Education, Inc..
- Driver, R., Asoko, H., Leach, J. Mortimer, E. & Scott, P.(1994). *Constructing scientific knowledge in the classroom*. Educational Researcher, 23, (7), 5-12.
- Greeno, J. G.(1978). *Nature of Problem Solving Abilities*, In W. K. Estes(Ed.). *Handbook of learning and cognitive process: Human Information Processing*(pp.239~270). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Krulick, S. & Rudnick, J. A.(1984). *A Sourcebook for Teaching Problem Solving*. Boston: Allyn and Bacon.
- National Council of Teachers of Mathematics(1989). *The Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics(1991). *Mathematics Assessment*, In J. K. Stenmark(Ed.). Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics(1991). *Mathematical Modeling in the Secondary School Curriculum*, In Frank Swetz and J. S. Hartzler(Eds.). Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics(2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Niss, M.(1989). *Aims and Scope of Applications and Modeling in Mathematics Curricula*, In W. Blum et. al.(Eds.), *Application and Modeling in Learning and Teaching Mathematics*(pp. 22~31). West Sussex: Ells Horwood Limited.
- Pólya, G.(1957), *How to Solve it*. 2nd ed., New York: Doubleday & Company, Inc..
- Vosniadou, S.(2001). *How children learn. Educational Practices series*. Monograph No. 7. International Bureau of Education(IBE).



기왕이면
'미안해' 라는 말보다
'고마워' 란 말이 더 좋아.
'미안해' 라고 하면 어쩐지 내가 뭘 잘못한 것 같지만
'고마워' 라고 하면 내가 뭔가 좋은 일을 한 것 같잖아.

– 미도리카와 세이지의 《맑은 날엔 도서관에 가자》 중에서 –

차례

각론

국보 제18호인 영주 부석사 무량수전은 우리나라에 현존하는 가장 오래된 목조 건물로서 한국 전통 건축의 아름다움을 잘 나타내고 있다.

수와 식의 계산

|준|비|학|습|

초등 식 만들기

1 다음을 식으로 나타내어라.

(1) 37과 21의 차보다 5 작은 수 $(37-21)-5$

(2) 34보다 23 작은 수와 17의 합 $(34-23)+17$

(3) 49를 7로 나눈 수에 5를 곱한 수 $(49\div7)\times5$

(4) 16과 4의 곱을 8로 나눈 수 $(16\times4)\div8$

중① 정수와 유리수

2 다음 중에서 정수가 아닌 유리수를 모두 찾아라. ㉠, ㉢

㉠ 0.3 ㉡ 0 ㉢ $\frac{5}{7}$ ㉣ $-\frac{8}{4}$

중① 유리수의 계산

3 다음을 계산하여라.

(1) $(-2)\times(-7)$ 14

(2) $15\div(-3)$ -5

(3) $(-6)\times\frac{1}{3}$ -2

(4) $\left(-\frac{4}{7}\right)\div\left(-\frac{2}{21}\right)$ 6

단원의 지도 목표

1. 수의 연산

① 제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하게 한다.
② 무리수의 개념을 이해하게 한다.
③ 근호를 포함한 식의 사칙계산을 할 수 있게 한다.

2. 문자의 사용과 식의 계산

① 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 표현하고, 그 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.
② 식의 값을 구할 수 있게 한다.
③ 일차식을 계산할 수 있게 한다.

3. 다항식의 계산

① 지수법칙을 이해하게 한다.
② 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.
③ (단항식)×(다항식), (다항식)÷(단항식)을 할 수 있게 한다.
④ 다항식의 곱셈의 원리를 이해하여 곱셈을 할 수 있게 한다.
⑤ 인수분해의 뜻을 알고, 인수분해를 할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① '근호를 포함한 식의 사칙계산'에서 수의 연산에 대한 복습을 할 수 있다.
② 일차식의 계산에서는 하나의 문자에 대한 일차식만 다룬다.
③ 지수법칙은 지수가 자연수인 범위에서 단항식의 곱셈과 나눗셈을 하는 데 필요한 정도로만 다룬다.
④ 다항식을 단항식으로 나눌 때에는 몫이 다항식이 되는 것만 다룬다.
⑤ 곱셈 공식은 다음의 경우만 다룬다.

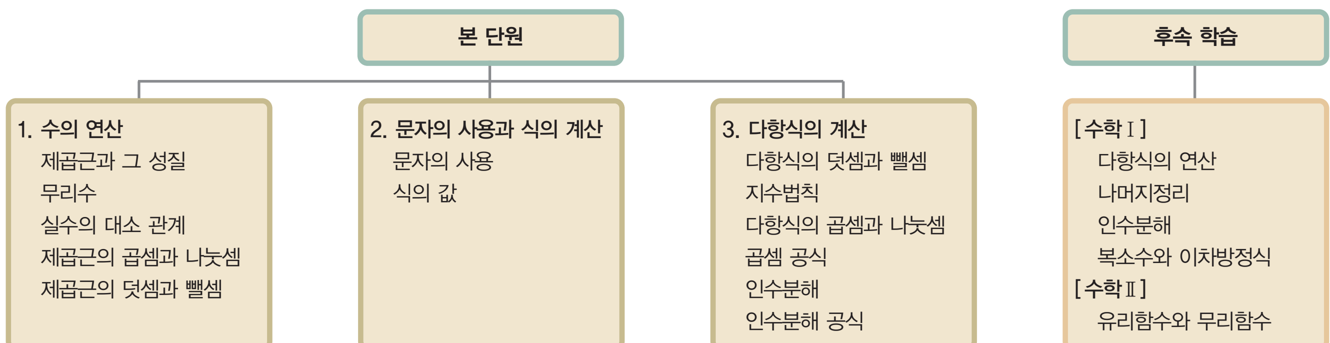
$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$, $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$, $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$
$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

⑥ 인수분해 공식은 다음의 경우만 다룬다.

$ma+mb=m(a+b)$, $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$, $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$
$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$, $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$
$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$

⑦ 복잡한 형태의 인수분해는 다루지 않는다.
⑧ 좌변, 우변, 양변 용어는 교수 · 학습 상황에서 다루어질 수 있다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관		1~3	10~11	• 단원의 개관 • 준비 학습	
1. 수의 연산	중단원 도입		12	• 동적 대칭	
	01 제곱근과 그 성질		13~19	• 제곱근의 뜻과 표현 • 제곱근의 성질 • 제곱근의 대소 관계	제곱근, 근호, $\sqrt{\ }$
	02 무리수	4~5	20~22	• 무리수의 개념	무리수, 실수
	03 실수의 대소 관계	6	23~26	• 무리수를 수직선 위에 나타내기 • 실수의 대소 관계	
	04 제곱근의 곱셈과 나눗셈	7~8	27~34	• 제곱근의 곱셈 • 제곱근의 나눗셈 • 분모의 유리화	분모의 유리화
	05 제곱근의 덧셈과 뺄셈	9~11	35~42	• 제곱근의 덧셈과 뺄셈 • 제곱근의 값 구하기 • 컴퓨터의 활용	
	중단원 마무리	12	43	• 정리 확인 학습	
2. 문자의 사용과 식의 계산	중단원 도입	13~14	44	• 기호	
	01 문자의 사용		45~48	• 문자를 사용하여 식으로 나타내기 • 문자를 사용한 식을 간단히 나타내기	
	02 식의 값	15	49~50	• 식의 값 구하기	대입, 식의 값
	중단원 마무리	16	51	• 정리 확인 학습	
3. 다항식의 계산	중단원 도입	17~20	52	• 태양과 지구의 크기 비교	
	01 다항식의 덧셈과 뺄셈		53~62	• 다항식의 뜻 • 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈 • 동류항의 뜻 • 일차식의 덧셈과 뺄셈 • 이차식의 덧셈과 뺄셈	항, 다항식, 상수항, 계수, 단항식, 차수, 동류항
	02 지수법칙	21~23	63~70	• $a^m \times a^n$의 계산 • $(a^m)^n$의 계산 • $a^m \div a^n$의 계산 • $(ab)^n$과 $\left(\frac{b}{a}\right)^n$의 계산	
	03 다항식의 곱셈과 나눗셈	24~25	71~77	• 단항식의 곱셈 • (단항식)×(다항식) • 단항식의 나눗셈 • (다항식)÷(단항식)	전개, 전개식
	04 곱셈 공식	26~27	78~84	• $(a+b)(c+d)$의 전개 • $(a+b)^2$, $(a-b)^2$의 전개 • $(a+b)(a-b)$의 전개 • $(x+a)(x+b)$의 전개 • $(ax+b)(cx+d)$의 전개	
	05 인수분해	28	85~86	• 인수분해의 뜻	인수, 인수분해
	06 인수분해 공식	29~30	87~92	• $a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$의 인수분해 • a^2-b^2의 인수분해 • $x^2+(a+b)x+ab$의 인수분해 • $acx^2+(ad+bc)x+bd$의 인수분해	
	중단원 마무리	31	93	• 정리 확인 학습	
단원 마무리		32	94~95	• 대단원 평가 문제	

단원의 이론적 배경

1. 무리수의 역사적 배경

무리수의 존재가 밝혀지기 이전의 사람들도 제곱근을 구하는 과정에서 가끔 무리수를 접했던 것으로 여겨진다. 지금부터 약 4000년 전에 만들어진 것으로 추정되는 바빌로니아의 점토판에서는

$$1+\frac{24}{60}+\frac{51}{60^2}+\frac{10}{60^3}\,(=1.41421\dot{2}9\dot{6})$$

과 같이 $\sqrt{2}(=1.41421356237\cdots)$를 계산한 흔적을 찾아볼 수 있다.

이와 같이 바빌로니아 인들은 $\sqrt{2}$를 나타내는 값을 사용하고 있었지만, 그들이 무리수 자체를 인식하고 있었다고 보기는 어렵다. 단지 모든 제곱근을 그들이 사용하던 60진법으로 표현하는 것이 가능하다고 믿었던 것으로 여겨진다.

무리수에 대하여 논리적으로 관심을 가지기 시작한 때는 그리스 시대이고, 무리수의 실질적인 발견은 피타고라스학파에 의해서이다. 피타고라스학파는 직각이등변삼각형의 빗변과 한 등변의 길이의 비, 정사각형의 대각선과 한 변의 길이의 비와 같이 정수의 비로 표현할 수 없는 비가 있다는 것을 알았다. 또 그것이 정수의 비와는 전혀 다르다는 것을 인식하였다. 그리하여 그들은 $\sqrt{2}$와 1의 비가 정수의 비로 나타내어지지 않는다는 것, 즉 $\sqrt{2}$가 무리수라는 것을 증명하였다. 그러나 무리수를 수로 받아들이지는 못하였다.

무리수에 대한 이론은 테아이테토스(Theaetetos ; ?B.C. 417~?B.C. 369)와 에우독소스(Eudoxos ; ?B.C. 400~?B.C. 350) 등에 의해 엄밀한 체계를 갖추게 되었다. 이 이론은 유클리드(Euclid ; ?B.C. 325~?B.C. 265)의 "원론(Elements)"에 자세히 실려 있다. 그러나 이때까지만 해도 무리수는 기하학적인 사고에서 비롯된 것이었고, 기하학적으로 작도될 수 있었다. 그리스 수학은 이처럼 기하학적으로만 무리수를 취급했기 때문에 수론을 더는 발전시키지 못하였다. 그 결과 유리수와 무리수 사이의 이론적 골짜기를 건너뛰는 데 실패하였다.

그리스 수학의 이러한 전통과는 달리 인도 수학은 무리수를 유리수와 같이 수로 취급하였다. 인도인들은 무리수의 계산에 관심을 가지고 있었기 때문에

$$\sqrt{3}+\sqrt{12}=\sqrt{(3+12)+2\sqrt{3\cdot 12}}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$$

과 같이 계산할 수는 있었지만, 유리수와 무리수 사이의 논리적인 차이점을 깨닫지는 못하였다.

인도인들과 마찬가지로 아라비아 인들도 무리수를 자유롭게 취급하였고, 인도인들과 같은 방식으로 무리수를 계산하였다.

스테빈

그리하여 대략 1500년까지는 유럽에서도 무리수가 자유롭게 사용되었다. 그 후에는 스테빈(Stevin, S. ; 1548~1620), 월리스(Wallis, J. ; 1616~1703), 데카르트(Descartes, R. ; 1596~1650) 등에 의해 무리수가 연속량을 나타낼 수 있는 추상적인 수로 인정되기에 이르렀다. 그러나 유리수와 무리수 사이의 관계를 정리한 것은 훨씬 후인 19세기 말에 데데킨트(Dedekind, J. W. R. ; 1831~1916)와 칸토어(Cantor, G. ; 1845~1918)에 의해서였다. 데데킨트는 절단의 개념을 이용하여, 칸토어는 폐구간에서 수렴하는 수열을 이용하여 실수를 유리수로부터 구성할 수 있다는 사실을 밝혔다. 자연수로부터 정수를 구성하고, 정수로부터 다시 유리수를 구성하는 과정까지는 대수적인 방법으로도 가능하다. 그러나 유리수로부터 실수를 구성하는 과정은 그렇지 않은데, 데데킨트는 순서적인 방법을 이용하였고, 칸토어는 코시 수열에 의한 위상적인 방법을 이용하였다.

2. 문자의 사용

기원전 1700년경부터 18세기경까지는 방정식과 이를 해결하는 방법에 대한 연구가 주류를 이루었던 초보적 대수학의 시기라고 할 수 있다. 대수적인 표기법은 대체로 첫 번째 단계인 수사학적 단계, 두 번째 단계인 중략적 단계, 세 번째 단계인 기호적 단계를 거쳐서 기호 체계가 점진적으로 발전되어 왔다.

첫 번째인 수사학적 단계는 기호를 사용하지 않고 모든 사항을 말로 쓴 것이다. 바빌로니아, 이집트, 그리스의 기하학적 대수가 여기에 해당된다. 이를테면 바빌로니아의 점토판에는 오늘날

$$xy=252,\ x+y=32$$

의 x, y를 구하는 문제에 해당하는 것이 다음과 같이 진술되어 있다.

나는 길이와 폭을 곱했다.
그렇게 해서 넓이를 얻었다. ⇨ 252
나는 길이와 폭을 더했다. ⇨ 32
요구되는 것: 길이와 폭

두 번째인 중략적 단계는 단어의 중간을 생략하여 단축어를 만들어 사용한 것이다. 문자를 사용하여 미지수를 나타낸 그리스의 수학자 디오판토스(Diophantos ; ? 200~? 284)와 16세기 초까지 서구의 대수학은 대체로 이 단계에 해당된다.

16세기경에 세 번째인 기호적 단계가 시작되어 뉴턴(Newton, I. ; 1642~1727)의 시대에 이르러서는 기호 체계가 어느 정도 완성된 모습을 보이게 되었다. 프랑스의 데카르트(Descartes, R. ; 1596~1650) 이후의 수학은 대체로 이 단계에 속한다. 특히 비에트(Viéte, F. ; 1540~1603)가 문자를 사용하여 미지수는 물론 상수까지 나타냄으로써 기호적 대수의 발전에 결정적인 계기가 되었다.

3천 년 이상에 걸친 대수의 역사 가운데 기호적 대수는 겨우 300년을 점하고 있지만 그 기간 동안에 대수학은 크나큰 발전을 이룩하였다. 기호적 대수의 특징은 문자를 사용하여 임의의 상수와 미지수를 나타냄으로써 문자식을 사용한다는 것이다. 이러한 기호적 대수의 발전은 17세기 이후 변수 개념과 함수 개념의 발달에 결정적인 역할을 하였다.

3. 다항식과 인수분해

다항식은 변수에 대한 덧셈과 곱셈에 의한 식의 표현이다. 다항식은 이와 같이 간단한 형태의 함수이기 때문에 다른 함수들을 연구하는 데 필수적이다.

현대 수학에서 다항식에 관한 연구는 가장 활발하게 이루어지고 있다. 다항식이 나타내는 도형을 연구하는 분야인 대수기하는 19세기 이후로 수학의 중심 분야 중 하나이며, 힐베르트(Hilbert, D. ; 1862~1943)와 뇌터(Noether, A. E. ; 1882~1935)가 증명한 여러 결과들이 다항식 연구의 바탕이 되고 있다.

피타고라스(Pythagoras ; ?B.C. 569~?B.C. 475) 이후로 던져진 중요한 수학의 문제들이 다항식으로 표현되며 이는 수에 관한 연구와 연결된다. 1802년 가우스(Gauss, K. F. ; 1777~1855)는 일차 이상의 다항식은 기약다항식의 곱으로 유일하게 인수분해된다는 것을 증명하였다. 유클리드가 그의 책 "원론(Elements)"에서 소수의 곱에 관한 내용을 소개한 이후에 2100년이 지난 후에야 가우스가 다항식의 인수분해 정리를 증명함으로써 유클리드 이후로 강조되고 있던 소수의 중요성과 소인수분해를 이용한 최대공약수 및 최소공배수의 계산 등이 다항식의 경우에도 그대로 적용되었다.

가우스

차시별 교수 · 학습 과정안 (예시)

대단원		I. 수와 식의 계산	쪽수	교과서 10~15쪽
소단원		1. 수의 연산 01 제곱근과 그 성질	차시	1/32
학습 목표		제곱근의 뜻을 안다.		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동		교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◯ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◯ 중단원 도입 글을 읽고 단원 과제를 발문하여 이번 중단원을 학습하면서 이 과제를 해결할 수 있음을 암시한다. ◯ 양수를 제곱한 수, 음수를 제곱한 수에 대하여 발문한다. ◯ 이번 차시의 학습 목표를 제시한다. • 제곱근의 뜻을 안다.		모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◯ 생각 열기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◯ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 보충 설명을 한다. ◯ 학습 내용 설명 • **제곱근의 뜻** a의 제곱근: 제곱해서 a가 되는 수 예 25의 제곱근: 제곱해서 25가 되는 수 ⇨ 5, -5 $\frac{1}{49}$의 제곱근: 제곱해서 $\frac{1}{49}$이 되는 수 ⇨ $\frac{1}{7}$, $-\frac{1}{7}$ • **제곱근의 수** a의 제곱근 $a>0$이면 2개 $a=0$이면 1개 $a<0$이면 생각할 수 없다. • **제곱근의 표현** $a>0$일 때, a의 제곱근: $\sqrt{a}$(양의 제곱근), $-\sqrt{a}$(음의 제곱근) 예 3의 제곱근: $\sqrt{3}$, $-\sqrt{3}$ 근호를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수 있는 수도 있다. 예 9의 제곱근: ± 3 ◯ 예제 01, 02를 설명한다. ◯ 문제 1, 2, 3번을 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		제곱근을 처음 구할 때, 그 수를 반으로 나누면 된다고 생각하는 경우가 있다. 제곱근의 정의에 입각하여 제곱근을 구하도록 지도한다.
정리	학습 내용 정리 차시 예고	◯ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◯ 다음 차시를 예고한다. • 제곱근의 성질을 이해한다.		

차시별 교수 · 학습 과정안 (예시)

대단원	I. 수와 식의 계산	쪽수	교과서 15~17쪽
소단원	1. 수의 연산 01 제곱근과 그 성질	차시	2/32
학습 목표	제곱근의 성질을 이해한다.		

단계	학습 과정	교수 · 학습 활동	교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◉ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◉ 제곱근의 뜻과 제곱근을 다시 제곱하면 어떻게 될지에 대하여 발문한다. ◉ 이번 차시의 학습 목표를 제시한다. • 제곱근의 성질을 이해한다.	모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◉ 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◉ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 보충 설명을 한다. ◉ 학습 내용 설명 **제곱근의 성질** $a>0$일 때, (1) 어떤 수의 제곱근을 제곱하면 처음의 수가 된다. $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$ (2) 근호 안의 수가 어떤 수의 제곱일 때, 다음과 같이 근호를 없애고 나타낼 수 있다. $(\sqrt{a^2})=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$ 예 $(\sqrt{3})^2=3$, $(-\sqrt{3})^2=3$, $\sqrt{3^2}=3$, $\sqrt{(-3)^2}=3$ ◉ 예제 02, 03을 설명한다. ◉ 문제 4, 5, 6, 7번과 창의UP, 사고력 기르기를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.	$\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert$와 같이 생각하여 a가 양수이면 a가 되고 a가 음수이면 $-a$가 됨을 알 수 있음을 지도한다.
정리	학습 내용 정리 차시 예고	◉ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◉ 다음 차시를 예고한다. • 제곱근의 대소 관계를 구할 수 있다.	

1 수의 연산

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하게 한다.

② 무리수의 개념을 이해하게 한다.

③ 근호를 포함한 식의 사칙계산을 할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
01 제곱근과 그 성질	제곱근의 뜻과 표현
	제곱근의 성질
	제곱근의 대소 관계
02 무리수	무리수의 개념
03 실수의 대소 관계	무리수를 수직선 위에 나타내기
	실수의 대소 관계
04 제곱근의 곱셈과 나눗셈	제곱근의 곱셈
	제곱근의 나눗셈
	분모의 유리화
05 제곱근의 덧셈과 뺄셈	제곱근의 덧셈과 뺄셈
	제곱근의 값 구하기
	컴퓨터의 활용
중단원 마무리	정리 확인 학습

교과서 12 쪽

1 수의 연산

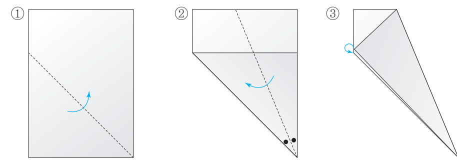
동적 대칭(Dynamic Symmetry)

동적 대칭은 제이 햄비지(Jay Hambidge ; 1867～1924)에 의하여 집대성된 영역으로 건축물, 스크린 디자인, 도자기, 회화, 가전제품, 자동차 등의 매우 다양한 디자인적 구조를 설명하는 학문이다.

낙랑시대 조왕리 69호 전곽분의 평면도에서 발견한 비인 약 1.4 : 1은 동적 기하 입장에서 볼 수 있다. 또한 평양 청암리의 건축군 유적지 중 건축물의 터전이 되는 기단의 평면도는 대각선의 길이에 대한 변의 길이의 비가 약 1.4 : 1로 되어 있다.

이와 같은 비를 가지는 것은 우리나라에서 사용하고 있는 복사지에서도 찾을 수 있는데, 아래 그림과 같이 ①, ②, ③의 순서로 접으면 처음 접은 선의 길이는 복사지의 긴 변의 길이와 같아진다. 이때 복사지의 짧은 변의 길이에 대한 긴 변의 길이의 비가 약 1.4 : 1이다.

〈출처: 김용운, 김용국, 한국 수학사, 살림 Math, 2012, pp.110～112〉



단원 과제

이 단원을 배우면서 다음 과제를 해결하여 보자. 22쪽

복사지의 짧은 변의 길이에 대한 긴 변의 길이의 비를 정확한 값으로 나타낼 수 있을까?

들어가면서 우리는 물건의 개수, 넓이, 무게 등을 보통 자연수, 소수, 분수와 같은 유리수로 표현한다. 그런데 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이와 같이 유리수로 나타낼 수 없는 경우도 있다. 이 단원에서는 유리수가 아닌 수, 즉 무리수에 대하여 알게 하고, 유리수와 무리수를 통틀어 일컫는 실수의 체계와 그 계산 방법을 지도한다.

성취 기준과 성취 수준

성취 기준		성취 수준
1. 제곱근의 뜻을 알고, 근호를 사용하여 제곱근을 나타낼 수 있다.	상	제곱근을 근호를 사용하여 나타내고 그 뜻을 설명할 수 있다.
	중	제곱근을 근호를 사용하여 나타낼 수 있다.
	하	1, 4, 9, 16과 같이 자연수의 제곱으로 되어 있는 제곱수의 제곱근을 구할 수 있다.
2. 제곱근의 성질을 이해한다.	상	$a>0$일 때 $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$, $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$임을 이용하여 식을 간단히 할 수 있다.
	중	자연수에 대한 제곱근의 성질을 이용하여 식을 간단히 할 수 있다.
	하	a가 자연수일 때 $(\sqrt{a})^2=a$, $\sqrt{a^2}=a$임을 이용하여 식을 간단히 할 수 있다.
3. 무리수의 개념을 말할 수 있다.	상	유리수와 무리수의 예를 들고, 무리수의 뜻을 말할 수 있다.
	중	유리수와 무리수의 예를 말할 수 있다
	하	주어진 수가 유리수인지 무리수인지 말할 수 있다.
4. 근호를 포함한 식의 사칙계산을 할 수 있다.	상	근호를 포함한 식의 사칙계산을 할 수 있다.
	중	분수가 들어가지 않은 근호를 포함한 간단한 식의 사칙계산을 할 수 있다.
	하	근호 안의 수가 같은 식의 사칙계산을 할 수 있다.

01 제곱근과 그 성질

● 제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.

제곱근이란 무엇인가?

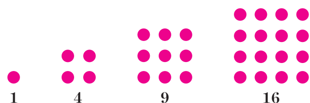
생각 열기

볼링핀과 도형수

물건을 삼각형 모양으로 늘어놓았을 때, 그 삼각형을 이루는 물건의 개수를 삼각수라고 한다. 예를 들어 오른쪽 그림과 같은 볼링핀의 배열은 삼각형을 이루고 있고, 이때 볼링핀의 개수인 10은 삼각수이다. 이와 같이 도형의 모양으로 물건을 배열하여 수를 생각하는 도형수에는 삼각수, 사각수, 오각수 등이 있다.

탐구 활동

다음 그림과 같이 정사각형 모양으로 스티커를 붙여 나갈 때, 사용된 스티커의 개수 1, 4, 9, 16은 사각수이다. 이와 같은 방법으로 계속해서 스티커를 붙여 나간다고 할 때, 물음에 답하여 보자.



1. 36개의 스티커를 붙여서 정사각형 모양을 만들었을 때, 한 줄에 붙인 스티커의 개수를 구하여 보자.
2. 정사각형 모양으로 붙인 스티커에서 한 줄에 붙인 스티커의 개수와 전체에 붙인 스티커의 개수 사이에는 어떤 관계가 있는지 말하여 보자.

탐구 활동에서 스티커의 개수가 1, 4, 9, 16인 정사각형 모양의 한 줄에 붙인 스티커의 개수는 각각 1, 2, 3, 4이고, $1^2=1$, $2^2=4$, $3^2=9$, $4^2=16$이다.

그런데 $2^2=4$, $(-2)^2=4$이므로 제곱하여 4가 되는 수는 2와 -2이다.

이와 같이 음이 아닌 수 a에 대하여 제곱하여 a가 되는 수를 a의 **제곱근**이라고 한다. 이를테면 4의 제곱근은 2와 -2이다.

$x^2=a$ $(a\geq 0)$
⇨ x는 a의 제곱근

01 제곱근과 그 성질

소단원 지도 목표

① 제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하게 한다.
② 제곱근의 대소 관계를 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 제곱과 제곱근의 의미를 혼동하지 않도록 지도한다.

2. "기초 수학"에서는 근호 안의 수가 음수가 아닌 경우만 다룬다.

3. 양수의 제곱근은 모두 근호를 써서 나타낼 수 있으나 제곱인 수의 제곱근은 근호를 쓰지 않고도 나타낼 수 있음을 알게 한다.

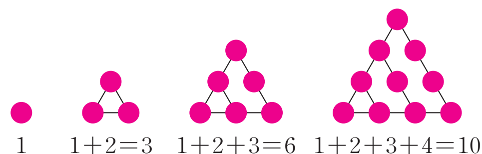
4. 양수 a의 제곱근과 $\sqrt{a}$를 혼동하지 않도록 지도한다.

새로 나온 용어와 기호

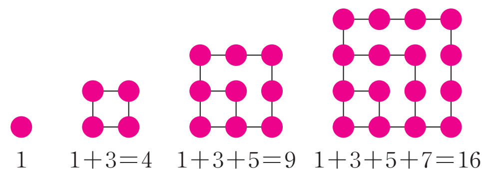
- 제곱근(square root)
- 근호(根號, radical sign)
- $\sqrt{\ }$

생각 열기 참/고/자/료

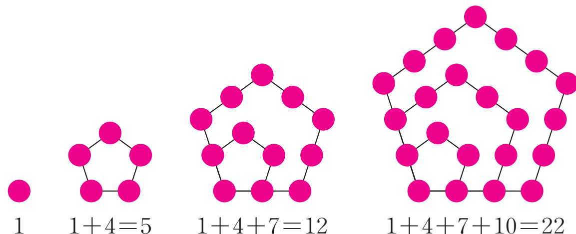
- 삼각수: 1, 3, 6, 10, 15, ⋯



- 사각수: 1, 4, 9, 16, 25, ⋯



- 오각수: 1, 5, 12, 22, 35, ⋯



탐구 활동의 이해

활동 목표 • 한 줄에 붙인 스티커의 개수와 전체 스티커의 개수 사이의 관계를 이용하여 제곱근의 뜻을 알게 하려는 것이다.

1. 한 줄에 붙인 스티커의 개수는 **6**개이다.

2. 한 줄에 붙인 스티커의 개수의 제곱은 전체에 붙인 스티커의 개수와 같다.

교과서 14 쪽

❶ 한편 제곱하여 0이 되는 수는 0이므로 0의 제곱근은 오직 0뿐이다. 또 양수와 음수를 제곱하면 항상 양수가 되므로 음수의 제곱근은 생각하지 않는다.

예제 01 25의 제곱근을 구하여라.

풀이 $5^2=25$, $(-5)^2=25$이므로 25의 제곱근, 즉 제곱하여 25가 되는 수는 5와 -5이다.

답 5, -5

문제 1 다음 수의 제곱근을 구하여라.

(1) 64　　(2) 100　　(3) 0.09　　(4) $\frac{1}{16}$

● $\sqrt{\ }$ 는 뿌리를 뜻하는 radix의 첫 글자 r의 모양을 따서 만든 것이고, 근호라는 말은 한자의 뿌리 근(根) 자를 사용하여 정한 것이다.

❷ 양수의 제곱근은 항상 두 개가 있으며, 그중에서 양수인 것을 양의 제곱근이라 하고 음수인 것을 음의 제곱근이라고 한다.

이때 양수 a의 제곱근은 기호 $\sqrt{\ }$ 를 사용하여

양의 제곱근을 $\sqrt{a}$

음의 제곱근을 $-\sqrt{a}$

로 나타낸다.

> 양수 a의 제곱근
> → $\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$

여기서 기호 $\sqrt{\ }$ 를 **근호**라고 하며, $\sqrt{a}$를 '제곱근 a' 또는 '루트 a'라고 읽는다. 또 ❸ $\sqrt{a}$와 $-\sqrt{a}$를 한꺼번에 $\pm\sqrt{a}$로 나타내기도 한다.

보기 7의 제곱근은 $\sqrt{7}$과 $-\sqrt{7}$이고, 이것을 $\pm\sqrt{7}$로 나타내기도 한다.

문제 2 다음 수의 제곱근을 근호 $\sqrt{\ }$ 를 사용하여 나타내어라.

(1) 2　　(2) 5　　(3) 1.4　　(4) $\frac{1}{3}$

본문 해설

❶ 제곱하여 음수가 되는 유리수는 없으므로 음수의 제곱근은 생각하지 않는다. 따라서 $\sqrt{\ }$ 안에는 음수가 들어갈 수 없다.

1

목표| 제곱근의 뜻을 알고, 제곱근을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $8^2=64$, $(-8)^2=64$이므로 64의 제곱근은 **8**, $\mathbf{-8}$이다.

(2) $10^2=100$, $(-10)^2=100$이므로 100의 제곱근은 **10**, $\mathbf{-10}$이다.

(3) $0.3^2=0.09$, $(-0.3)^2=0.09$이므로 0.09의 제곱근은 **0.3**, $\mathbf{-0.3}$이다.

(4) $\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$, $\left(-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$이므로 $\frac{1}{16}$의 제곱근은 $\mathbf{\frac{1}{4}}$, $\mathbf{-\frac{1}{4}}$이다.

참고| 양수의 두 제곱근은 절댓값이 같고, 부호는 다르다.

본문 해설

❷ 절댓값이 같은 양수와 음수는 제곱하면 같은 값이 되므로 양수 a의 제곱근은 항상 2개이다.

❸ 양수 a의 제곱근인 $\pm\sqrt{a}$는 '$\sqrt{a}$와 $-\sqrt{a}$'를 뜻하는 것으로 이 두 수를 한꺼번에 나타낸 것이다.

2

목표| 제곱근을 근호를 사용하여 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) 2의 제곱근은 $\sqrt{2}$와 $-\sqrt{2}$, 즉 $\mathbf{\pm\sqrt{2}}$이다.

(2) 5의 제곱근은 $\sqrt{5}$와 $-\sqrt{5}$, 즉 $\mathbf{\pm\sqrt{5}}$이다.

(3) 1.4의 제곱근은 $\sqrt{1.4}$와 $-\sqrt{1.4}$, 즉 $\mathbf{\pm\sqrt{1.4}}$이다.

(4) $\frac{1}{3}$의 제곱근은 $\sqrt{\frac{1}{3}}$과 $-\sqrt{\frac{1}{3}}$, 즉 $\mathbf{\pm\sqrt{\frac{1}{3}}}$이다.

지/도/자/료　음수의 제곱근

"기초 수학"에서는 양수와 0의 제곱근만을 다루지만 "수학 Ⅰ"에서는 음수의 제곱근까지 확장하여 다룬다. 그 내용을 간단하게 살펴보면 다음과 같다.

제곱하여 -1이 되는 수를 기호 i(허수단위)라 하고, $i^2=-1$에서 $i=\sqrt{-1}$, $-i=-\sqrt{-1}$이다. 이때 제곱근에 대한 성질을 살펴보면 두 실수 a, b에 대하여

(1) $a\le0$, $b\le0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$

(2) $a\ge0$, $b<0$일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=-\sqrt{\frac{a}{b}}$

(3) $a\ge0$ 또는 $b\ge0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

(4) $a\le0$ 또는 $b>0$일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

❶ 한편 근호 $\sqrt{\ }$를 사용하지 않고 제곱근을 나타낼 수도 있다.
이를테면 $3^2=9$, $(-3)^2=9$이므로 9의 제곱근은 3과 -3이다. 즉,
9의 양의 제곱근은 $\sqrt{9}=3$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{9}=-3$
이다.

예제 02 다음 수를 근호 $\sqrt{\ }$를 사용하지 않고 나타내어라.

(1) $\sqrt{64}$ (2) $-\sqrt{\frac{1}{4}}$

풀이 (1) $8^2=64$, $(-8)^2=64$이므로 64의 제곱근은 ±8이다. 그런데 $\sqrt{64}$는 64의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{64}=8$이다.
(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$, $\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$이므로 $\frac{1}{4}$의 제곱근은 $\pm\frac{1}{2}$이다. 그런데 $-\sqrt{\frac{1}{4}}$은 $\frac{1}{4}$의 음의 제곱근이므로 $-\sqrt{\frac{1}{4}}=-\frac{1}{2}$이다.

답 (1) 8 (2) $-\frac{1}{2}$

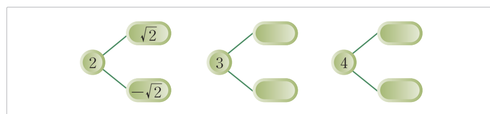
문제 3 다음 수를 근호 $\sqrt{\ }$를 사용하지 않고 나타내어라.

(1) $\sqrt{16}$ (2) $-\sqrt{81}$ (3) $\sqrt{\frac{25}{64}}$ (4) $-\sqrt{0.49}$

제곱근에는 어떤 성질이 있는가?

탐구 활동 다음 물음에 답하여 보자.

1. 빈칸에 주어진 수의 제곱근을 써넣어 보자.

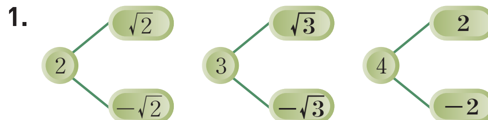


2. 1에서 구한 제곱근을 각각 제곱하면 어떤 수가 되는지 말하여 보자.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 제곱근을 구하고, 다시 제곱한 수를 비교해 봄으로써 제곱근의 성질을 이해하게 하려는 것이다.

1.



2. 1에서 구한 제곱근을 각각 제곱하면 주어진 수가 된다.
➡ $(\sqrt{3})^2=(-\sqrt{3})^2=\mathbf{3}$
$2^2=(-2)^2=\mathbf{4}$

본문 해설

❶ 모든 양수의 제곱근은 근호를 사용하여 나타낼 수 있지만, 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있으면 보통 근호를 사용하지 않고 간단히 나타낸다. 즉, 25의 제곱근을 $\pm\sqrt{25}$로 나타낼 수도 있지만 보통 ±5로 나타낸다.

3

목표| 근호가 있는 수를 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $\sqrt{16}$은 16의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{16}=\mathbf{4}$
(2) $-\sqrt{81}$은 81의 음의 제곱근이므로 $-\sqrt{81}=\mathbf{-9}$
(3) $\sqrt{\frac{25}{64}}$는 $\frac{25}{64}$의 양의 제곱근이므로 $\sqrt{\frac{25}{64}}=\mathbf{\frac{5}{8}}$
(4) $-\sqrt{0.49}$는 0.49의 음의 제곱근이므로
$-\sqrt{0.49}=\mathbf{-0.7}$

읽/기/자/료 제곱근 기호

수학의 여러 기호가 그렇듯이 처음부터 $\sqrt{\ }$가 지금처럼 널리 통일되어 사용된 것은 아니었다. 옛 인도 사람들은 인도말로 무리수의 '무리'라는 말이 'carani'였으므로 그 첫 글자 c로 $\sqrt{\ }$를 표시하였으며, 아라비아 사람들은 제곱근(square root)의 root와 관계가 있는 라틴어 radix라고 썼다. 1525년에 크리스토프 루돌프가 $\surd$라고 썼는데 이것은 radix의 첫 글자 r에서 나왔다는 설이 있다. $\surd$에 가로 막대를 붙여 오늘날처럼 제곱근을 $\sqrt{\ }$로 쓴 사람은 프랑스의 수학자 데카르트(Descartes, R. ; 1596~1650)이다.

본문 해설

❶ a의 제곱근이란 제곱하여 a가 되는 수이므로 a의 제곱근인 $\pm\sqrt{a}$를 제곱하면 다시 a가 된다. 즉, $(\pm\sqrt{a})^2=a$이다.

❷ $\sqrt{a^2}$과 $\sqrt{(-a)^2}$은 각각 a^2과 $(-a)^2=a^2$의 양의 제곱근이고, $a>0$이므로 $\sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}=a$이다.

교과서 16 쪽

$\sqrt{3}$과 $-\sqrt{3}$은 3의 제곱근이므로

$$(\sqrt{3})^2=3,\ (-\sqrt{3})^2=3$$

이다. 일반적으로 a가 양수일 때,

$$❶\ (\sqrt{a})^2=a,\ (-\sqrt{a})^2=a$$

이다.

$\sqrt{a}, -\sqrt{a}$ —제곱→ a, a —제곱근→ $\sqrt{a}, -\sqrt{a}$

한편 $2^2=4$, $(-2)^2=4$이므로

$$\sqrt{2^2}=\sqrt{4}=2,\ \sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$$

이다. 일반적으로 a가 양수일 때,

$$❷\ \sqrt{a^2}=a,\ \sqrt{(-a)^2}=a$$

이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

> **제곱근의 성질**
> $a>0$일 때,
> (1) $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$　　(2) $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$

주의　(2)에서 $\sqrt{(-a)^2}$을 $-a$로 생각하지 않도록 주의한다.

문제 4　다음 값을 구하여라.

(1) $(\sqrt{7})^2$　　(2) $(-\sqrt{8})^2$
(3) $\sqrt{10^2}$　　(4) $\sqrt{(-11)^2}$

발전　문제 5　다음 값을 구하여라.

(1) $-\sqrt{(-1.5)^2}$　　(2) $-\sqrt{\left(\frac{6}{13}\right)^2}$

창의 up　$a<0$일 때, $\sqrt{a^2}\neq a$인 이유를 설명하여라.

4

목표| 제곱근의 성질을 이해하게 한다.

풀이| (1) $(\sqrt{7})^2=\mathbf{7}$
(2) $(-\sqrt{8})^2=\mathbf{8}$
(3) $\sqrt{10^2}=\mathbf{10}$
(4) $\sqrt{(-11)^2}=\mathbf{11}$

5

목표| 제곱근의 성질을 이해하게 한다.

풀이| (1) $-\sqrt{(-1.5)^2}=\mathbf{-1.5}$

(2) $-\sqrt{\left(\frac{6}{13}\right)^2}=\mathbf{-\frac{6}{13}}$

참고| 제곱근의 성질은 정수뿐만 아니라
$(\sqrt{1.3})^2=1.3$, $\sqrt{\left(-\frac{2}{5}\right)^2}=\frac{2}{5}$
등과 같이 정수가 아닌 유리수에 대해서도 성립한다.

창의 UP

출제 의도| 제곱근의 성질 $\sqrt{a^2}=a$가 성립하는 조건을 알고, $a<0$일 때에는 $\sqrt{a^2}=-a$임을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| $a<0$일 때, $a=-b\ (b>0)$라고 하면
$\sqrt{a^2}=\sqrt{(-b)^2}=b=-a$
따라서 $\sqrt{a^2}\neq a$이다.

지/도/자/료

1. 제곱근의 성질을 정리해 보면 다음과 같다.
$a>0$일 때
- a의 제곱근은 $\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$이다.
- $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$
- $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$

2. 근호 안에 어떤 수를 제곱한 수가 있을 때, 근호를 사용하지 않고 나타낼 수 있다. 즉,
양수 a에 대하여 $\sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}=a$
음수 a에 대하여 $\sqrt{a^2}=\sqrt{(-a)^2}=-a$

교과서 17 쪽

예제 03 다음을 계산하여라.

(1) $(\sqrt{6})^2+\sqrt{(-3)^2}$ (2) $(-\sqrt{2})^2-\sqrt{25}$

풀이 (1) $(\sqrt{6})^2=6$, $\sqrt{(-3)^2}=3$이므로

$(\sqrt{6})^2+\sqrt{(-3)^2}=6+3=9$

(2) $(-\sqrt{2})^2=2$, $\sqrt{25}=\sqrt{5^2}=5$이므로

$(-\sqrt{2})^2-\sqrt{25}=2-5=-3$

답 (1) 9 (2) -3

문제 6 다음을 계산하여라.

(1) $(-\sqrt{7})^2+\sqrt{2^2}$ (2) $(\sqrt{11})^2-(-\sqrt{5})^2$

(3) $(\sqrt{10})^2-\sqrt{36}$ (4) $-\sqrt{64}+\sqrt{(-3)^2}$

발전 **문제 7** $a>0$일 때, $\sqrt{a^2}+\sqrt{(-3a)^2}$을 간단히 하여라.

'9의 제곱근'? '제곱근 9'?

뭐가 다르지?

사고력 기르기

추론
▶의사소통
문제 해결

'9의 제곱근'과 '제곱근 9'의 차이점을 말하여 보자.

6

목표| 제곱근의 성질을 이용하여 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(-\sqrt{7})^2+\sqrt{2^2}=7+2=\mathbf{9}$

(2) $(\sqrt{11})^2-(-\sqrt{5})^2=11-5=\mathbf{6}$

(3) $(\sqrt{10})^2-\sqrt{36}=(\sqrt{10})^2-\sqrt{6^2}=10-6=\mathbf{4}$

(4) $-\sqrt{64}+\sqrt{(-3)^2}=-\sqrt{8^2}+\sqrt{(-3)^2}=-8+3=\mathbf{-5}$

7

목표| 제곱근의 성질을 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| $a>0$이므로 $\sqrt{a^2}=a$

$-3a<0$이므로 $\sqrt{(-3a)^2}=-(-3a)=3a$

따라서 $\sqrt{a^2}+\sqrt{(-3a)^2}=a+3a=\mathbf{4a}$이다.

사고력 기르기 의사소통

출제 의도| $a>0$일 때, 'a의 제곱근'과 '제곱근 a'의 차이점을 정확히 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 9의 제곱근은 제곱하여 9가 되는 수이므로 3과 -3이다. 그러나 제곱근 9는 $\sqrt{9}$, 즉 9의 양의 제곱근이므로 3이다.

지/도/자/료

1. 두 수 a, b에 대하여

$$(-a)\times(-b)=a\times b$$

임은 이미 다루었으나 a, b가 유리수인 경우이었다. 따라서

$(-\sqrt{2})^2=(-\sqrt{2})\times(-\sqrt{2})=\sqrt{2}\times\sqrt{2}=(\sqrt{2})^2$

과 같이 계산하는 것보다는 $-\sqrt{2}$는 2의 음의 제곱근인 것에서

$$(-\sqrt{2})^2=2$$

임을 생각하게 한다.

2. a의 제곱근과 제곱근 a의 차이점 (단, $a>0$)

	a의 제곱근	제곱근 a
의미	제곱하여 a가 되는 수	a의 제곱근 중 양의 제곱근
표현	$\sqrt{a}$, $-\sqrt{a}$	$\sqrt{a}$
개수	2개	1개
예	5의 제곱근: $\pm\sqrt{5}$	제곱근 5: $\sqrt{5}$

기/초/력 향상 문제

다음을 계산하여라.

1 $-\sqrt{100}+\sqrt{(-7)^2}$

2 $\sqrt{6^2}-(-\sqrt{11})^2$

3 $(-\sqrt{5})^2\times\sqrt{0.8^2}$

4 $\sqrt{(-16)^2}\div\left(\dfrac{4}{3}\right)^2$

답 **1** -3 **2** -5 **3** 4 **4** 9

생각 열기 참/고/자/료

포르투갈의 독특한 타일 장식을 일컫는 아줄레주라는 말은 '작고 아름다운 돌'이라는 뜻의 아라비아 어에서 유래되었다.
포르투갈의 마누엘 1세는 에스파냐 그라나다의 알람브라 궁전에 방문하여 이슬람 문화에서 전해진 타일 장식에 매료되어 포르투갈에 돌아온 후 자신의 왕궁을 아줄레주로 장식하였다고 전해진다. 이후 아줄레주는 포르투갈 전국에 퍼져 나가기 시작하였으며 각 시대의 문화에 따라 독특한 아줄레주가 만들어져 포르투갈의 문화적 창작물로 자리매김하게 되었다. 마누엘 1세의 지시로 처음 만들어진 포르투갈 최초의 아줄레주는 신트라 왕궁에 여전히 남아 있다.
사진은 에스파냐 카탈루냐 지방의 바르셀로나에 있는 구엘 공원의 한 건축물로, 이 공원의 곳곳에는 타일 장식이 있다.

교과서 18 쪽

제곱근의 대소 관계는 어떻게 알 수 있는가?

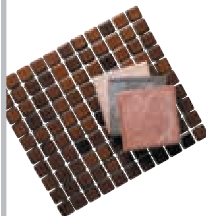
생각 열기

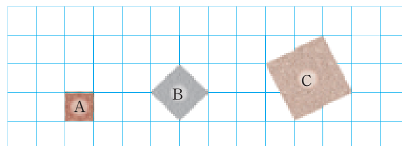
타일

건물의 바닥이나 벽면의 장식용 소재로 많이 사용되는 타일은 그 활용 범위가 넓다. 특히 포르투갈의 독특한 타일 장식인 아줄레주는 유명한 건축물과 미술관뿐만 아니라 일반 가정집 등에서도 다양하게 쓰이고 있다.

탐구 활동

다음 그림과 같이 모눈의 간격이 1인 모눈종이 위에 크기가 다른 정사각형 모양의 타일 세 개가 있다. 타일 A의 넓이가 1일 때, 물음에 답하여 보자.





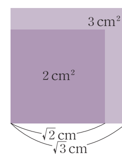
1. 타일 B와 C의 넓이를 구한 후 한 변의 길이를 각각 구하여 보자.
2. 타일 B와 C의 넓이를 비교하여 보자. 또 두 타일의 한 변의 길이를 비교하여 보자.
3. 1, 2에서 제곱근의 대소 관계는 어떻게 알 수 있는지 말하여 보자.

한 변의 길이가 x cm인 정사각형의 넓이는 x^2 cm²이다.

오른쪽 그림과 같이 넓이가 2 cm², 3 cm²인 두 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{2}$ cm, $\sqrt{3}$ cm이다. 그리고 두 정사각형에서 넓이가 큰 정사각형의 한 변의 길이가 더 길다. 즉,

$$2<3\text{이면 } \sqrt{2}<\sqrt{3}$$

이다.



❶ 또 한 변의 길이가 긴 것이 넓이도 더 크므로

$$\sqrt{2}<\sqrt{3}\text{이면 } 2<3$$

이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 크기가 다른 정사각형의 넓이와 한 변의 길이를 비교해 봄으로써 제곱근의 대소 관계를 알게 하려는 것이다.

1. 타일 B의 넓이는

$$2\times2-4\times\left(\frac{1}{2}\times1\times1\right)=4-2=\mathbf{2}$$

이므로 타일 B의 한 변의 길이는 $\sqrt{\mathbf{2}}$이다.
타일 C의 넓이는

$$3\times3-4\times\left(\frac{1}{2}\times2\times1\right)=9-4=\mathbf{5}$$

이므로 타일 C의 한 변의 길이는 $\sqrt{\mathbf{5}}$이다.

2. 넓이를 비교하면 **2<5**이므로 한 변의 길이를 비교하면 $\sqrt{\mathbf{2}}<\sqrt{\mathbf{5}}$

3. 정사각형의 넓이가 커지면 한 변의 길이도 길어지므로 **제곱근의 대소 관계는 근호 안의 수의 대소 관계와 같다.**

본문 해설

❶ 두 수가 양수일 때에는 근호 안의 수가 클수록 크고, 두 수가 음수일 때에는 근호 안의 수가 클수록 작다.
예 $2<3$이므로 $\sqrt{2}<\sqrt{3}$, $-\sqrt{2}>-\sqrt{3}$

지/도/자/료

구체적인 수로 많은 예를 제시하여 제곱근의 대소 관계를 쉽게 이해할 수 있도록 지도한다. 예를 들어 '$\sqrt{9}$와 $\sqrt{25}$는 어느 쪽이 더 큰가?'라고 물은 다음 정사각형의 넓이를 비교해 보도록 지도하여 제곱근의 대소 관계를 정사각형의 넓이와 한 변의 길이 사이의 관계를 통하여 쉽게 받아들일 수 있도록 한다.

교과서 19 쪽

일반적으로 넓이가 a, b인 정사각형의 한 변의 길이는 각각 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$이므로 정사각형의 넓이와 한 변의 길이 사이의 관계에 의하여 다음과 같은 사실을 알 수 있다.

제곱근의 대소 관계

$a>0$, $b>0$일 때,

(1) $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$　　(2) $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이면 $a<b$

예제 04 다음 두 수의 대소를 비교하여라.

(1) $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$　　(2) 3, $\sqrt{10}$

❶ 근호가 있는 수와 없는 수의 대소 비교는 근호가 없는 수를 근호가 있는 수로 고친 뒤에 한다.

풀이 (1) $5<7$이므로 $\sqrt{5}<\sqrt{7}$

(2) $3=\sqrt{9}$이고 $9<10$이므로 $\sqrt{9}<\sqrt{10}$

따라서 $3<\sqrt{10}$이다.

답 (1) $\sqrt{5}<\sqrt{7}$ (2) $3<\sqrt{10}$

문제 8 다음 두 수의 대소를 비교하여라.

(1) $\sqrt{7}$, $\sqrt{6}$　　(2) $\sqrt{11}$, $\sqrt{13}$

(3) 5, $\sqrt{5}$　　(4) $\sqrt{8}$, 4

발전 **문제 9** 다음 두 수의 대소를 비교하여라.

(1) 0.6, $\sqrt{0.7}$　　(2) $\sqrt{\frac{1}{3}}$, $\frac{1}{2}$

사고력 기르기

▸추론
의사소통
문제 해결

$0<a<1$일 때, a와 $\sqrt{a}$의 대소 관계를 설명하여 보자.

본문 해설

❶ 근호가 있는 수와 근호가 없는 수의 대소 비교는 근호가 없는 수를 근호가 있는 수로 고쳐서 비교한다. 두 수가 모두 양수인 경우에는 두 수를 각각 제곱하여 비교할 수도 있다.

예 0.7, $\sqrt{0.5}$의 대소 비교

|방법 1| $0.7=\sqrt{(0.7)^2}=\sqrt{0.49}$이고

$0.49<0.5$이므로 $\sqrt{0.49}<\sqrt{0.5}$

따라서 $0.7<\sqrt{0.5}$이다.

|방법 2| 두 수를 각각 제곱하면

$0.7^2=0.49$, $(\sqrt{0.5})^2=0.5$

이고 $0.49<0.5$

따라서 $0.7<\sqrt{0.5}$이다.

8

목표| 제곱근의 대소를 비교할 수 있게 한다.

풀이| (1) $7>6$이므로 $\mathbf{\sqrt{7}>\sqrt{6}}$

(2) $11<13$이므로 $\mathbf{\sqrt{11}<\sqrt{13}}$

(3) $5=\sqrt{25}$이고 $25>5$이므로

$\sqrt{25}>\sqrt{5}$

따라서 $\mathbf{5>\sqrt{5}}$이다.

(4) $4=\sqrt{16}$이고 $8<16$이므로

$\sqrt{8}<\sqrt{16}$

따라서 $\mathbf{\sqrt{8}<4}$이다.

다른 풀이| (3) $5^2=25$, $(\sqrt{5})^2=5$이고

$25>5$이므로 $5>\sqrt{5}$

(4) $(\sqrt{8})^2=8$, $4^2=16$이고

$8<16$이므로 $\sqrt{8}<4$

9

목표| 제곱근의 대소를 비교할 수 있게 한다.

풀이| (1) $0.6=\sqrt{(0.6)^2}=\sqrt{0.36}$이고

$0.36<0.7$이므로

$\sqrt{0.36}<\sqrt{0.7}$

따라서 $\mathbf{0.6<\sqrt{0.7}}$이다.

(2) $\frac{1}{2}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{1}{4}}$이고 $\frac{1}{3}>\frac{1}{4}$이므로

$\sqrt{\frac{1}{3}}>\sqrt{\frac{1}{4}}$

따라서 $\mathbf{\sqrt{\frac{1}{3}}>\frac{1}{2}}$이다.

사고력 기르기 추론

출제 의도| 양수와 그 양수의 양의 제곱근의 대소 관계를 생각해 보게 하기 위한 문제이다.

풀이| $0<a<1$일 때, $a^2<a$이므로

$\sqrt{a^2}<\sqrt{a}$

그런데 $\sqrt{a^2}=a$이므로 $\mathbf{a<\sqrt{a}}$

참고| • $a>1$일 때, $a^2>a$이므로

$\sqrt{a^2}>\sqrt{a}$, $a>\sqrt{a}$

• $a=1$일 때, $a^2=a$이므로 $a=\sqrt{a}$

02 무리수

소단원 지도 목표

① 무리수의 뜻을 알게 한다.
② 유리수와 무리수를 구분할 수 있게 한다.
③ 실수의 뜻을 알고, 실수를 분류할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 다양한 상황을 이용하여 무리수의 필요성을 인식하게 한다.

2. $a>0$일 때, $\sqrt{a}$는 모두 무리수라고 생각하지 않도록 주의하여 지도한다.

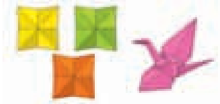
새로 나온 용어와 기호

• 무리수(無理數, irrational number)
• 실수(實數, real number)

생각 열기 참/고/자/료

보행의 안전성, 원활한 교통의 흐름, 도시의 수려한 미관을 위해 고안된 원형 육교는 우리나라의 경우 수원시 영통, 천안시 서북 등에 위치하고 있다.

교과서 20 쪽



02 무리수

● 무리수의 개념을 이해한다.

무리수는 어떤 수인가?

생각 열기

원형 육교

번잡한 도로나 철로 위를 사람들이 안전하게 횡단할 수 있도록 공중으로 건너질러 놓은 다리를 육교라고 한다. 육교는 여러 가지 모양으로 건설되고 있는데 오른쪽 그림과 같은 원형 육교도 있다. 이와 같은 원형 육교를 설계하려면 원주율 π의 값이 필요하다.

탐구 활동

3세기경 중국의 수학자 유휘는 원주율 π의 값으로 $3\frac{7}{50}$을 사용하였고, 13세기 이탈리아의 수학자 피보나치는 π의 값으로 $\frac{864}{275}$를 사용하였다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 두 수학자 중 누가 사용한 값이 π의 값 3.141592653…에 더 가까운지 말하여 보자.

2. 두 수학자가 사용한 값을 소수로 나타내었을 때, 숫자의 배열이 3.141592653…과 다른 점을 말하여 보자.

우리는 중학교에서 유한소수와 순환소수는 유리수이고, 정수가 아닌 유리수는 유한소수나 순환소수로 나타낼 수 있음을 배웠다.

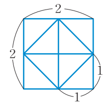
이제 $\sqrt{2}$가 유리수인지 알아보자.

오른쪽 그림에서 정사각형의 넓이를 비교하면 $1<2<4$이므로

$$\sqrt{1}<\sqrt{2}<\sqrt{4},\ 즉\ 1<\sqrt{2}<2$$

이다. 따라서 $\sqrt{2}$는 정수가 아니다.

● $a>0$, $b>0$일 때, $a<b$이면 $\sqrt{a}<\sqrt{b}$이다.



한편 정수가 아닌 유리수는 모두 기약분수로 나타낼 수 있고, 이 기약분수를 제곱하면 그 결과는 정수가 될 수 없다.

예를 들면

$$\left(\frac{3}{4}\right)^2=\frac{9}{16},\ \left(\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4},\ \left(\frac{2}{7}\right)^2=\frac{4}{49},\ \cdots$$

는 모두 정수가 아니다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 역사적으로 사용된 π의 값을 소수로 나타내어 봄으로써 원주율 π가 순환하지 않는 무한소수임을 알게 하려는 것이다.

1. 유휘가 사용한 π의 값은 $3\frac{7}{50}=3.14$이고, 피보나치가 사용한 π의 값은 $\frac{864}{275}=3.14\dot{1}\dot{8}$이므로 **피보나치가 사용한 π의 값이 실제 π의 값에 더 가깝다.**

2. $3\frac{7}{50}$과 $\frac{864}{275}$는 **1**에서와 같이 유한소수로 나타낼 수 있거나 같은 숫자의 배열이 반복되지만 3.141592653…은 반복되는 숫자의 배열이 없다.

읽/기/자/료

고대 그리스의 수학자 아르키메데스(Archimedes ; ?B.C. 287~B.C. 212)는 원에 내접하는 정96각형과 외접하는 정96각형의 변의 길이를 이용하여 π를 다음과 같이 구하였다.

$$3\frac{10}{71}\cdots<\pi<3\frac{1}{7}\cdots$$

이는 소수 둘째 자리까지 정확한 값이기 때문에 π를 '아르키메데스의 수'라고도 부른다.

다음은 수학의 역사에서 사용된 π의 값의 예이다.

• 150년경 그리스의 프톨레마이오스: 3.1416
• 480년경 중국의 조충지: $\frac{355}{113}=3.1415929\cdots$
• 530년경 인도의 아리아바타: $\frac{62832}{20000}=3.1416$
• 1150년경 인도의 바스카라: $\frac{3927}{1250}=3.1416$은 정확한 값, $\frac{22}{7}=3.\dot{1}4285\dot{7}$은 부정확한 값, $\sqrt{10}=3.1622776\cdots$은 보통의 값이라고 하였다.
• 1579년 프랑스의 비에트: 393216각형을 이용하여 소수 90번째 자리까지 정확하게 계산하였다.

교과서 21 쪽

$\sqrt{2}$를 기약분수로 나타낼 수 있다면 $(\sqrt{2})^2$은 정수가 될 수 없다. 그러나 $(\sqrt{2})^2=2$이므로 정수가 된다. 즉, $\sqrt{2}$는 기약분수로 나타낼 수 없다.

❶ 따라서 $\sqrt{2}$는 정수도 아니고 기약분수로 나타낼 수도 없으므로 유리수가 아니다. 이와 같이 유리수가 아닌 수를 **무리수**라고 한다.

이제 무리수 $\sqrt{2}$를 다음과 같이 소수로 나타내어 보자.

(1) $1<2<4$이므로

$$1<\sqrt{2}<2$$

(2) $1.4^2=1.96$, $1.5^2=2.25$이므로

$$1.4^2<2<1.5^2$$
$$1.4<\sqrt{2}<1.5$$

(3) $1.41^2=1.9881$, $1.42^2=2.0164$이므로

$$1.41<\sqrt{2}<1.42$$

(4) $1.414^2=1.999396$, $1.415^2=2.002225$이므로

$$1.414<\sqrt{2}<1.415$$

같은 방법으로 계속하면 $\sqrt{2}$는 다음과 같이 순환하지 않는 무한소수로 나타난다.

$$\sqrt{2}=1.41421356237309504880\cdots$$

또 $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, π 등도 모두 무리수임이 알려져 있고, 다음과 같이 순환하지 않는 무한소수로 나타난다.

$$\sqrt{3}=1.73205080756\cdots,\ \sqrt{5}=2.23606797749\cdots,\ \pi=3.14159265358\cdots$$

한편 $\sqrt{2}+1$, $\sqrt{3}-1$ 등도 무리수이며 이들을 소수로 나타내면 다음과 같다.

$$\sqrt{2}+1=2.41421356237\cdots,\ \sqrt{3}-1=0.73205080756\cdots$$

주의 $\sqrt{4}$, $\sqrt{9}$, $\sqrt{\frac{1}{4}}$, $\sqrt{0.49}$ 등은 각각 2, 3, $\frac{1}{2}$, 0.7 등과 같으므로 유리수이다.

문제 1 다음 중에서 무리수가 쓰여 있는 칸을 모두 찾아 색칠하여라.

$\sqrt{7}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{3^2}$	$\sqrt{0.1}$	$-\sqrt{0.04}$
$-\sqrt{13}$	$\sqrt{\frac{4}{9}}$	π	$\sqrt{(-2.6)^2}$	$\sqrt{2}+3$

본문 해설

❶ $\sqrt{2}$가 유리수가 아님을 다음과 같이 보일 수도 있다.
$\sqrt{2}$가 유리수라고 생각해 보자. 즉,

$\sqrt{2}=\dfrac{a}{b}$ (단, a, b는 양의 정수이고 서로소이다.) ……①

로 놓고 ①의 양변을 제곱하면

$$2=\frac{a^2}{b^2}\text{에서}\quad 2b^2=a^2$$

따라서 a는 2의 배수이다. 그러면

$$a=2m\ (m\text{은 양의 정수})$$

으로 놓을 수 있으므로

$$2b^2=a^2\text{에서}\quad b^2=2m^2$$

이 되고, b도 2의 배수이다.
a, b 모두 2의 배수이므로 a, b에 공약수 2가 있어서 ①에서 서로소라고 한 것에 모순이 된다.
따라서 $\sqrt{2}$는 유리수가 아니다.

1

목표 | 유리수와 무리수를 구분할 수 있게 한다.

풀이 | $\sqrt{64}=\sqrt{8^2}=8$, $\sqrt{3^2}=3$,
$-\sqrt{0.04}=-\sqrt{(0.2)^2}=-0.2$,
$\sqrt{\frac{4}{9}}=\sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2}=\frac{2}{3}$, $\sqrt{(-2.6)^2}=2.6$

따라서 $\sqrt{64}$, $\sqrt{3^2}$, $-\sqrt{0.04}$, $\sqrt{\frac{4}{9}}$, $\sqrt{(-2.6)^2}$은 유리수이므로 무리수가 쓰여 있는 칸을 모두 색칠하면 다음과 같다.

$\sqrt{7}$ (색칠)	$\sqrt{64}$	$\sqrt{3^2}$	$\sqrt{0.1}$ (색칠)	$-\sqrt{0.04}$
$-\sqrt{13}$ (색칠)	$\sqrt{\frac{4}{9}}$	π (색칠)	$\sqrt{(-2.6)^2}$	$\sqrt{2}+3$ (색칠)

지/도/자/료 (무리수)+(유리수)=(무리수)

일반적으로 (무리수)+(유리수)=(무리수)이다. 이는 다음과 같이 설명할 수 있다.
a가 무리수이고, b가 유리수일 때, $a+b$가 유리수 c가 된다고 하면 $a+b=c$에서 $a=c-b$이다. 이때 $c-b$는 두 유리수의 차이므로 유리수이고, a는 무리수이므로 모순이다. 따라서 c는 무리수이다.
그러나 학생들에게는 이와 같은 설명보다는 구체적인 예를 통하여 유한소수와 순환하지 않는 무한소수의 합은 순환하지 않는 무한소수가 됨을 지도한다.

읽/기/자/료 람베르트(Lambert, J. H. ; 1728~1777)

람베르트

π는 소수점 아래 어느 자리에서도 끝나지 않고, 순환마디도 없이 무한히 계속되는 무리수이다. 이 사실이 참이라는 것은 1761년 람베르트에 의하여 밝혀졌다. π는 유리수를 계수로 갖는 유한차수의 다항식의 해가 될 수 없고 이러한 종류의 수를 초월수라고 한다. 이로부터 원주율은 어떤 정수에 적당한 유리수를 곱하고 제곱근을 씌우는 등의 연산을 조합하여 얻어낼 수 없다는 사실을 알 수 있다. 또 π가 초월수라는 사실을 통하여 그리스 3대 난제 중의 하나였던 '자와 컴퍼스만을 사용하여 원과 같은 넓이를 갖는 정사각형을 작도하는 문제'가 유한한 대수적 방법으로는 불가능하다는 것을 밝혀낼 수 있다.

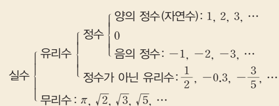
교과서 22 쪽

유리수와 무리수를 통틀어 실수라고 하는데, 앞으로 수라고 하면 실수를 말하는 것으로 한다.

한편 실수를 분류하면 다음과 같다.

실수의 분류

실수
- 유리수
  - 정수
    - 양의 정수(자연수): 1, 2, 3, ⋯
    - 0
    - 음의 정수: -1, -2, -3, ⋯
  - 정수가 아닌 유리수: $\frac{1}{2}$, -0.3, $-\frac{3}{5}$, ⋯
- 무리수: π, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, ⋯



문제 2 보기의 수 중에서 다음에 해당하는 수를 모두 찾아 써라.

보기 π, 2, $-\sqrt{7}$, 1.3, $0.4\dot{3}$, -3, $-\sqrt{4}$, $1+\sqrt{2}$

(1) 자연수 (2) 정수 (3) 유리수
(4) 무리수 (5) 실수

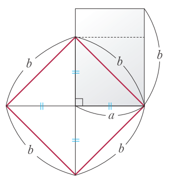
창의 up

순환소수는 무리수가 아님을 설명하여라.

단원 과제

앞의 단원 과제에 대하여 다음을 해결하여 보자.

복사지의 짧은 변의 길이를 1이라고 하면 긴 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다. 오른쪽 그림을 이용하여 복사지의 짧은 변의 길이에 대한 긴 변의 길이의 비가 $\sqrt{2}:1$임을 설명하여라.



교과서 23 쪽

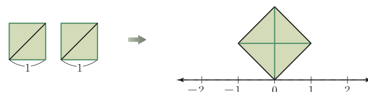
03 실수의 대소 관계

● 실수의 대소 관계를 이해한다.

무리수는 수직선 위에 어떻게 나타낼 수 있는가?

탐구 활동

다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 두 정사각형으로 큰 정사각형을 만들어 수직선 위에 놓고, 물음에 답하여 보자.

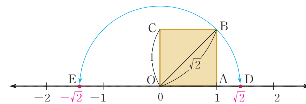


1. 처음 정사각형의 넓이를 이용하여 큰 정사각형의 넓이를 구하여 보자.
2. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 구하여 보자.
3. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 수직선 위에 나타낼 수 있는 방법을 말하여 보자.

우리는 모든 유리수에 대응하는 점을 수직선 위에 나타낼 수 있음을 중학교에서 배웠다.

이제 무리수 $\sqrt{2}$에 대응하는 점을 수직선 위에 나타내어 보자.

다음 그림과 같이 수직선 위에 한 변의 길이가 1인 정사각형 OABC를 그리면 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$가 된다. 따라서 원점 O를 중심으로 하고 대각선 OB를 반지름으로 하는 원을 그릴 때, 수직선과 만나는 점 D, E는 각각 무리수 $\sqrt{2}$와 $-\sqrt{2}$에 대응하는 점이 된다.



이와 같이 수직선 위에는 유리수에 대응하는 점뿐만 아니라 무리수에 대응하는 점도 있음을 알 수 있다.

2

목표| 실수를 분류할 수 있게 한다.

풀이| (1) **2**

(2) **2, -3, $-\sqrt{4}$**

(3) **2, 1.3, $0.4\dot{3}$, -3, $-\sqrt{4}$**

(4) **π, $-\sqrt{7}$, $1+\sqrt{2}$**

(5) **π, 2, $-\sqrt{7}$, 1.3, $0.4\dot{3}$, -3, $-\sqrt{4}$, $1+\sqrt{2}$**

창의 UP

출제 의도| 무리수는 순환하지 않는 무한소수임을 이해하고 유리수와 무리수를 구별할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| $0.\dot{2}=\frac{2}{9}$와 같이 모든 순환소수는 분자, 분모(0이 아니다.)가 모두 정수인 분수로 나타낼 수 있으므로 유리수이다. 즉, 무리수가 아니다.

단원 과제

목표| 복사지에서 무리수 $\sqrt{2}$를 찾아봄으로써 실생활에서 무리수의 활용을 알게 한다.

풀이| 주어진 그림에서 한 변의 길이가 b인 정사각형의 넓이는 $b^2=4\times\frac{1}{2}a^2$, 즉 $b^2=2a^2$이다. 여기서 $b^2:a^2=2:1$이므로 $b:a=\sqrt{2}:1$이다. 따라서 복사지의 짧은 변의 길이에 대한 긴 변의 길이의 비는 $\sqrt{2}:1$이다.

03 실수의 대소 관계

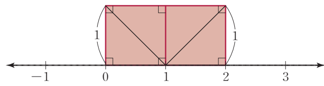
소단원 지도 목표

① 무리수를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.
② 실수의 대소 관계를 이해하게 한다.
③ 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 존재함을 알게 한다.

실제로 수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점으로 완전히 메울 수 있음이 알려져 있다.

따라서 한 실수는 수직선 위의 한 점에 대응하고, 거꾸로 수직선 위의 한 점에는 한 실수가 대응한다.

문제 1 다음 수직선 위에 무리수 $1+\sqrt{2}$와 $1-\sqrt{2}$를 나타내어라.



실수의 대소 관계는 어떻게 알 수 있는가?

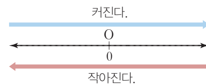
탐구 활동 다음 실수를 아래의 수직선 위에 나타내고, 물음에 답하여 보자.

$\frac{1}{2}$, -3.5, $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$, $2+\sqrt{2}$

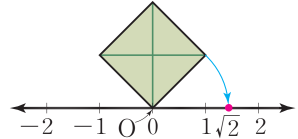
1. 수직선 위에서 1보다 오른쪽에 나타낼 수 있는 수는 어느 것인가?
2. 수직선 위에서 왼쪽에 나타낼 수 있는 수부터 차례로 말하여 보자.

유리수에서와 마찬가지로 실수를 수직선 위에 나타내었을 때, 오른쪽에 있는 수가 왼쪽에 있는 수보다 크다.

원점 O를 기준으로 오른쪽에 있는 수를 양의 실수(양수), 왼쪽에 있는 수를 음의 실수(음수)라고 한다.



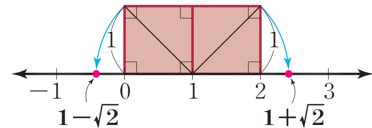
3. 오른쪽 그림과 같이 원점 O를 중심으로 하고 정사각형의 한 변을 반지름으로 하는 원을 그렸을 때, 원점 O의 오른쪽에서 수직선과 만나는 점을 찾는다.



1

목표| 무리수를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

풀이| 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이는 $\sqrt{2}$이므로 $1+\sqrt{2}$와 $1-\sqrt{2}$를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



교수 · 학습상의 유의점

1. 두 수의 차의 부호를 조사하여 두 실수의 대소를 비교할 수 있게 한다.
2. 수직선 위의 점들은 실수에 대응하는 점들로 완전히 메워져 있다는 것을 직관적으로 알게 한다.

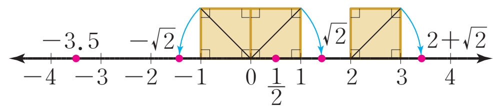
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 무리수인 정사각형의 한 변의 길이를 구하고, 그 무리수를 수직선 위에 나타내는 방법을 알게 하려는 것이다.

1. 넓이가 1인 정사각형 2개를 잘라 붙였으므로 큰 정사각형의 넓이는 2이다.
2. 넓이가 2인 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 주어진 실수를 수직선 위에 나타내고, 수직선에서 왼쪽에 있는 수보다 오른쪽에 있는 수가 더 큰 수임을 이용하여 실수의 대소 관계를 이해하게 하려는 것이다.



1. $\sqrt{2}$, $2+\sqrt{2}$

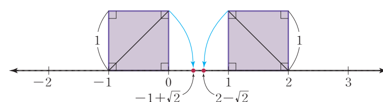
2. -3.5, $-\sqrt{2}$, $\frac{1}{2}$, $\sqrt{2}$, $2+\sqrt{2}$

교과서 25 쪽

예를 들어 두 실수 $-1+\sqrt{2}$와 $2-\sqrt{2}$를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같이 $-1+\sqrt{2}$보다 $2-\sqrt{2}$가 오른쪽에 있으므로

$$-1+\sqrt{2}<2-\sqrt{2}$$

이다.



이제 수직선을 이용하지 않고 실수의 대소를 비교하는 방법을 알아보자.

실수에서도 유리수에서와 같이 부등식의 성질이 성립한다.

즉, 임의의 두 실수 a, b에 대하여

❶ $a-b>0$이면 $a-b+b>0+b$이므로 $a>b$이고,
$a-b<0$이면 $a-b+b<0+b$이므로 $a<b$이다.

따라서 두 실수 a, b의 대소 관계는 $a-b$의 값의 부호에 따라 정할 수 있다.

일반적으로 다음이 성립한다.

> **실수의 대소 관계**
> 두 실수 a, b에 대하여
> (1) $a-b>0$이면 $a>b$　(2) $a-b=0$이면 $a=b$　(3) $a-b<0$이면 $a<b$

예제 01 두 실수 $\sqrt{7}-2$와 1의 대소를 비교하여라.

● 두 실수 a, b에 대하여 $a-b<0$이면 $a<b$이다.

풀이 $(\sqrt{7}-2)-1=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}$
$7<9$이므로 $\sqrt{7}<\sqrt{9}$에서 $\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$
따라서 $(\sqrt{7}-2)-1<0$이므로 $\sqrt{7}-2<1$

답 $\sqrt{7}-2<1$

문제 2 다음 두 실수의 대소를 비교하여라.

(1) $\sqrt{3}+4$, 5　(2) 2, $\sqrt{11}-1$
(3) $\sqrt{5}-2$, 1　(4) $4-\sqrt{2}$, 2

본문 해설

❶ 실수에서도 유리수에서와 같이 부등식의 성질이 성립한다.

(1) 부등식의 양변에 같은 수를 더하거나 양변에서 같은 수를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.
➡ $a<b$이면 $a+c<b+c$,
$a-c<b-c$

(2) 부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.
➡ $a<b$, $c>0$이면 $ac<bc$, $\dfrac{a}{c}<\dfrac{b}{c}$

(3) 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.
➡ $a<b$, $c<0$이면 $ac>bc$, $\dfrac{a}{c}>\dfrac{b}{c}$

2

목표| 두 실수의 대소를 비교할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(\sqrt{3}+4)-5=\sqrt{3}-1$
$=\sqrt{3}-\sqrt{1}>0$
이므로 $\mathbf{\sqrt{3}+4>5}$

(2) $2-(\sqrt{11}-1)=3-\sqrt{11}$
$=\sqrt{9}-\sqrt{11}<0$
이므로 $\mathbf{2<\sqrt{11}-1}$

(3) $(\sqrt{5}-2)-1=\sqrt{5}-3=\sqrt{5}-\sqrt{9}<0$
이므로 $\mathbf{\sqrt{5}-2<1}$

(4) $(4-\sqrt{2})-2=2-\sqrt{2}=\sqrt{4}-\sqrt{2}>0$
이므로 $\mathbf{4-\sqrt{2}>2}$

지/도/자/료 실수의 대소 관계

1. 제곱 판정법
(1) $a>0$, $b>0$일 때 $a>b$이면 $a^2>b^2$
(2) $a>0$, $b>0$일 때 $\sqrt{a}>\sqrt{b}$이면 $a>b$

2. 제곱근 판정법
(1) $a>0$, $b>0$일 때 $a^2>b^2$이면 $a>b$
(2) $a>0$, $b>0$일 때 $a>b$이면 $\sqrt{a}>\sqrt{b}$

3. 빼기 판정법
임의의 a, b에 대하여 $a-b>0$이면 $a>b$

읽/기/자/료

여러 가지 수에 대한 영어 단어는 다음과 같다.

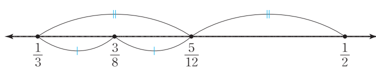
• 자연수: Natural number
• 정수: Integer
• 유리수: Rational number
• 무리수: Irrational number
• 실수: Real number

여기서 자연수, 실수를 각각 나타내는 기호 N, R는 각 수를 나타내는 영어 단어의 첫 글자임을 알 수 있다.
한편 정수를 나타내는 기호 Z는 '수'를 뜻하는 독일어 단어 Zahl의 첫 글자이고, 유리수를 나타내는 기호 Q는 '몫'을 뜻하는 영어 단어 Quotient의 첫 글자이다.

교과서 26 쪽

수직선 위에서 두 유리수 $\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}$에 대응하는 두 점을 이은 선분의 중점은 $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)\div2=\frac{5}{12}$인 유리수에 대응하는 점이다. 이것은 각각 유리수 $\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}$에 대응하는 두 점 사이에 있다. 즉, 두 유리수 $\frac{1}{3}$과 $\frac{1}{2}$ 사이에는 유리수 $\frac{5}{12}$가 있음을 알 수 있다.

마찬가지로 $\frac{1}{3}$과 $\frac{5}{12}$ 사이에는 $\left(\frac{1}{3}+\frac{5}{12}\right)\div2=\frac{3}{8}$이 있다.



이와 같은 방법으로 두 유리수 사이에는 무수히 많은 유리수가 있음을 알 수 있다.

한편 두 무리수

$$\sqrt{2}=1.41421356237\cdots,\quad \sqrt{3}=1.73205080756\cdots$$

에 대하여

$$\sqrt{2}+0.1,\ \sqrt{2}+0.01,\ \sqrt{2}+0.001,\ \cdots$$

등은 모두 순환하지 않는 무한소수이고, 이들은 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수이다.

따라서 두 무리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있음을 알 수 있다.

$\sqrt{2}+0.1=1.51421\cdots$
$\sqrt{2}+0.01=1.42421\cdots$
$\sqrt{2}+0.001=1.41521\cdots$

일반적으로 서로 다른 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

문제 3 두 무리수 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{10}$의 값이 다음과 같을 때, 두 무리수 사이에 있는 무리수를 3개 찾아라.

$$\sqrt{5}=2.23606797\cdots,\quad \sqrt{10}=3.16227766\cdots$$

사고력 기르기

추론
의사소통
▶문제 해결

수직선을 이용하여 $-1-\sqrt{2}<n<3+\sqrt{2}$를 만족시키는 정수 n을 모두 구하여 보자.

3

목표| 두 무리수 사이에 있는 무리수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| $\sqrt{5}=2.23606797\cdots$, $\sqrt{10}=3.16227766\cdots$에 대하여

$\sqrt{5}+0.1=2.33606797\cdots$
$\sqrt{5}+0.01=2.24606797\cdots$
$\sqrt{5}+0.001=2.23706797\cdots$
⋮

이므로

$\sqrt{5}<\sqrt{5}+0.001<\sqrt{5}+0.01<\sqrt{5}+0.1<\sqrt{10}$

따라서 $\boldsymbol{\sqrt{5}+0.001}$, $\boldsymbol{\sqrt{5}+0.01}$, $\boldsymbol{\sqrt{5}+0.1}$은 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 무리수이다.

다른 풀이| $\sqrt{10}-0.1=3.06227766\cdots$
$\sqrt{10}-0.01=3.15227766\cdots$
$\sqrt{10}-0.001=3.16127766\cdots$
⋮

이므로

$\sqrt{5}<\sqrt{10}-0.1<\sqrt{10}-0.01<\sqrt{10}-0.001<\sqrt{10}$

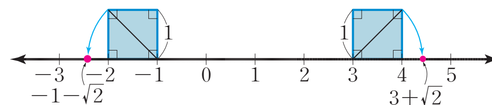
따라서 $\sqrt{10}-0.1$, $\sqrt{10}-0.01$, $\sqrt{10}-0.001$은 $\sqrt{5}$와 $\sqrt{10}$ 사이에 있는 무리수이다.

참고| 임의의 두 무리수 사이에는 무수히 많은 무리수가 있다.

사고력 기르기 문제 해결

출제 의도| 무리수를 수직선 위에 나타내고 두 무리수 사이에 있는 정수를 모두 구할 수 있게 하기 위한 문제이다.

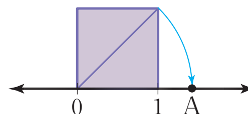
풀이|



위의 수직선에서 $-1-\sqrt{2}<n<3+\sqrt{2}$를 만족시키는 정수 n은 $\mathbf{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4}$이다.

지/도/자/료 실수와 수직선

수직선은 유리수에 대응하는 점만으로 완전하게 메울 수 없다. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형의 대각선의 길이에 해당되는 점 A는 유리수가 아니기 때문이다.



수직선은 유리수와 무리수, 즉 실수에 대응하는 점들 전체로 완전히 메워지는데, 실수 전체의 모든 수는 수직선 위의 점 전체와 한 개씩 대응한다. 즉, 임의의 한 실수는 반드시 수직선 위의 한 점에 대응하고, 수직선 위의 한 점은 반드시 한 실수를 나타낸다.

04 제곱근의 곱셈과 나눗셈

소단원 지도 목표

① 제곱근의 곱셈을 할 수 있게 한다.
② 제곱근의 나눗셈을 할 수 있게 한다.
③ 분모가 근호를 포함한 무리수인 분수의 분모를 유리화할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 제곱근의 곱셈을 구체적인 예를 통해 확인한 후, 문자를 사용하여 일반화할 수 있도록 지도한다.

2. 분모가 무리수인 분수와 분모가 유리수인 분수의 차이를 알게 함으로써 분모를 유리화할 필요성을 느끼도록 지도한다.

3. 제곱근의 계산 결과는 근호 안에 제곱인 수가 없도록 고쳐서 나타내고, 분모가 근호가 있는 무리수이면 분모를 유리화하여 나타내도록 한다.

교과서 27 쪽

04 제곱근의 곱셈과 나눗셈

● 근호를 포함한 식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있다.

제곱근의 곱셈은 어떻게 하는가?

생각 열기 등산

전 국토의 70 %가 산인 우리나라에서 등산은 건강을 지키기 위하여 손쉽게 할 수 있는 여가 활동 중 하나이다. 특히 높은 산의 정상에 오르면 매우 먼 곳까지 볼 수 있다. 맑은 날 높은 산에 올랐을 때, 눈으로 볼 수 있는 거리인 가시거리 d(m)와 산의 높이 h(m)는 $d=\sqrt{12800}\times\sqrt{h}$의 관계가 있다고 한다.

탐구 활동 다음 물음에 답하여 보자.

1. 높이가 $h=100$(m)인 산에 올랐을 때의 가시거리를 구하는 식을 세워 보자.
2. 높이가 $h=400$(m)인 산에 올랐을 때의 가시거리를 구하는 식을 세워 보자.

$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$의 계산에 대하여 알아보자.

예를 들어 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$은 양수이고, 이를 제곱하면

❶ $$(\sqrt{2}\times\sqrt{3})^2=(\sqrt{2}\times\sqrt{3})\times(\sqrt{2}\times\sqrt{3})$$
$$=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{3})^2$$
$$=2\times3$$

이므로 $\sqrt{2}\times\sqrt{3}$은 2×3의 양의 제곱근이다.

그런데 2×3의 양의 제곱근은 $\sqrt{2\times3}$이므로

$$\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{2\times3}$$
$$=\sqrt{6}$$

이다.

일반적으로 두 양수 a, b에 대하여 $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$를 제곱하면 ab가 되므로 $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$는 ab의 양의 제곱근인 $\sqrt{ab}$와 같다.

● 실수의 곱셈에서 다음과 같은 계산 법칙이 성립한다.
• 교환법칙: $ab=ba$
• 결합법칙: $(ab)c=a(bc)$

새로 나온 용어와 기호

• 분모의 유리화(rationalization of denominator)

생각 열기 참/고/자/료

가시거리는 물체나 빛이 분명하게 보이는 최대 거리로 대기가 혼탁한 정도를 나타내는 척도의 하나로 사용된다. 가시거리는 습도와 대기 오염 물질 등에 따라 변하며 항공기의 운항 등에 직접적인 영향을 미친다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 가시거리와 산의 높이 사이의 관계식을 이용하여 제곱근의 곱셈 방법을 이해하게 하려는 것이다.

1. $h=100$(m)일 때, 가시거리 d는
$d=\sqrt{12800}\times\sqrt{100}=\mathbf{\sqrt{12800}\times10}$**(m)**

2. $h=400$(m)일 때, 가시거리 d는
$d=\sqrt{12800}\times\sqrt{400}=\mathbf{\sqrt{12800}\times20}$**(m)**

본문 해설

❶ 실수의 곱셈에서도 유리수와 마찬가지로 교환법칙과 결합법칙이 성립하므로 다음과 같이 계산한다.

$$(\sqrt{2}\times\sqrt{3})^2=(\sqrt{2}\times\sqrt{3})\times(\sqrt{2}\times\sqrt{3})$$
$$=\sqrt{2}\times(\sqrt{3}\times\sqrt{2})\times\sqrt{3}$$ (결합법칙)
$$=\sqrt{2}\times(\sqrt{2}\times\sqrt{3})\times\sqrt{3}$$ (교환법칙)
$$=(\sqrt{2}\times\sqrt{2})\times(\sqrt{3}\times\sqrt{3})$$ (결합법칙)
$$=(\sqrt{2})^2\times(\sqrt{3})^2$$
$$=2\times3$$

교과서 28 쪽

이상을 정리하면 다음과 같다.

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}$는 곱셈 기호 ×를 생략하여 $\sqrt{a}\sqrt{b}$와 같이 나타내기도 한다.

제곱근의 곱셈 [1]
$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$

보기 (1) $\sqrt{3}\sqrt{5}=\sqrt{3\times5}=\sqrt{15}$　　(2) $\sqrt{2}\sqrt{8}=\sqrt{2\times8}=\sqrt{16}=4$

문제 1 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{2}\sqrt{5}$　　(2) $\sqrt{3}\sqrt{12}$
(3) $\sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{7}$　　(4) $\sqrt{2}\sqrt{5}\sqrt{10}$

$\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}$과 같이 근호 안의 수에 제곱인 인수가 있으면 이것을 근호 밖으로 꺼내어 근호 안을 간단한 수로 나타낼 수 있다. 즉,

$$\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}=\sqrt{2^2}\sqrt{3}=2\sqrt{3}$$

이다. 또 $3\sqrt{5}$와 같은 무리수는 근호 밖의 양수를 제곱하여 근호 안에 넣어 나타낼 수도 있다. 즉,

$$3\sqrt{5}=\sqrt{3^2}\sqrt{5}=\sqrt{3^2\times5}=\sqrt{45}$$

이다.

$a\times\sqrt{b}$는 곱셈 기호 ×를 생략하여 $a\sqrt{b}$와 같이 나타내기도 한다.
$2\sqrt{3}$과 같이 근호가 없는 수를 항상 앞에 쓴다.

일반적으로 다음이 성립한다.

❶ **제곱근의 곱셈 [2]**
$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

교과서 29 쪽

예제 01 다음 물음에 답하여라.

(1) $\sqrt{18}$을 $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타내어라.
(2) $4\sqrt{7}$을 $\sqrt{a}$의 꼴로 나타내어라.

풀이 (1) $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타낼 때, 보통 근호 안의 수는 가장 작은 자연수가 되도록 한다.
$\sqrt{18}=\sqrt{3^2\times2}=3\sqrt{2}$
(2) $4\sqrt{7}=\sqrt{4^2\times7}=\sqrt{16\times7}=\sqrt{112}$

답 (1) $3\sqrt{2}$ (2) $\sqrt{112}$

문제 2 다음을 $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타내어라.

(1) $\sqrt{2^2\times5}$　　(2) $\sqrt{3\times7^2}$
(3) $\sqrt{24}$　　(4) $\sqrt{63}$

예제 02 다음을 $\sqrt{a}$ 또는 $-\sqrt{a}$의 꼴로 나타내어라.

(1) $5\sqrt{3}$　　(2) $-3\sqrt{6}$

풀이 (1) $5\sqrt{3}=\sqrt{5^2\times3}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{75}$
(2) $-3\sqrt{6}=-\sqrt{3^2\times6}=-\sqrt{9\times6}=-\sqrt{54}$

답 (1) $\sqrt{75}$ (2) $-\sqrt{54}$

1

목표| 제곱근의 곱셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\sqrt{2}\sqrt{5}=\sqrt{2\times5}=\sqrt{\mathbf{10}}$
(2) $\sqrt{3}\sqrt{12}=\sqrt{3\times12}=\sqrt{36}=\mathbf{6}$
(3) $\sqrt{2}\sqrt{3}\sqrt{7}=\sqrt{2\times3\times7}=\sqrt{\mathbf{42}}$
(4) $\sqrt{2}\sqrt{5}\sqrt{10}=\sqrt{2\times5\times10}=\sqrt{100}=\mathbf{10}$

본문 해설

❶ 근호 안의 제곱인 수를 근호 밖으로 꺼낼 수도 있고, 이와 반대로 근호 밖의 양수를 제곱하여 근호 안에 넣을 수도 있다.

2

목표| $\sqrt{a^2b}$의 꼴을 $a\sqrt{b}$의 꼴로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $\sqrt{2^2\times5}=\mathbf{2\sqrt{5}}$
(2) $\sqrt{3\times7^2}=\mathbf{7\sqrt{3}}$
(3) $\sqrt{24}=\sqrt{2^2\times6}=\mathbf{2\sqrt{6}}$
(4) $\sqrt{63}=\sqrt{3^2\times7}=\mathbf{3\sqrt{7}}$

지/도/자/료

근호 안의 수는 다음과 같은 순서로 간단히 할 수 있다.
❶ 근호 안의 수를 소인수분해한다.
❷ 지수가 짝수인 소인수는 지수를 반으로 하여 근호 밖으로 꺼낸다.
❸ 지수가 3 이상의 홀수인 소인수는 지수법칙을 이용하여 짝수로 만든 후 ❷를 한다.

예 $\sqrt{108}=\sqrt{2^2\times3^3}=2\sqrt{3^3}=2\sqrt{3^2\times3}$
$=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

3

목표| $a\sqrt{b}$의 꼴을 $\sqrt{a^2b}$의 꼴로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $3\sqrt{3}=\sqrt{3^2\times3}=\sqrt{9\times3}=\boldsymbol{\sqrt{27}}$

(2) $-7\sqrt{2}=-\sqrt{7^2\times2}=-\sqrt{49\times2}=\boldsymbol{-\sqrt{98}}$

(3) $10\sqrt{7}=\sqrt{10^2\times7}=\sqrt{100\times7}=\boldsymbol{\sqrt{700}}$

(4) $-6\sqrt{5}=-\sqrt{6^2\times5}=-\sqrt{36\times5}=\boldsymbol{-\sqrt{180}}$

주의| 근호 밖의 수를 제곱하여 근호 안에 넣을 때, 음수는 근호 안에 들어갈 수 없다.

예) $-3\sqrt{2}\neq\sqrt{(-3)^2\times2}$

$-3\sqrt{2}=-\sqrt{3^2\times2}=-\sqrt{18}$

창의 UP

출제 의도| 근호 밖의 수를 제곱하여 근호 안에 넣을 때, 음수는 근호 안에 들어갈 수 없는 이유를 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| $\sqrt{(-3)^2\times6}=\sqrt{9\times6}=\sqrt{3^2\times6}=3\sqrt{6}$ 이므로 $-3\sqrt{6}$과 같지 않기 때문이다.

올바른 계산은 다음과 같다.

$-3\sqrt{6}=-\sqrt{3^2\times6}=-\sqrt{54}$

생각 열기 참/고/자/료

붉은 악마는 우리나라 축구 국가 대표 팀의 응원단 중 하나이며 1995년 인터넷 축구 동호회 형태로 시작하였다. 붉은 악마라는 이름은 1983년 멕시코 세계 청소년 축구 대회에서 우리나라 대표 팀이 모두의 예상을 깨고 4강에 올라 외국의 언론들에 '붉은 악령(Red Furies)'으로 불린 것에서 유래하였다. 붉은 악마에 대한 보다 자세한 정보는 붉은 악마 홈페이지(http://www.reddevil.or.kr)에서 확인할 수 있다.

교과서 30 쪽

문제 3 다음을 $\sqrt{a}$ 또는 $-\sqrt{a}$의 꼴로 나타내어라.

(1) $3\sqrt{3}$ (2) $-7\sqrt{2}$

(3) $10\sqrt{7}$ (4) $-6\sqrt{5}$

창의 UP $-3\sqrt{6}$을 $\sqrt{(-3)^2\times6}$처럼 계산하면 안 되는 이유를 설명하여라.

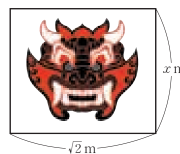
제곱근의 나눗셈은 어떻게 하는가?

생각 열기 붉은 악마

우리나라 축구 국가 대표 팀의 응원단인 붉은 악마는 1998년 프랑스 월드컵 아시아 지역 예선을 앞두고 국가 대표 팀을 조직적으로 응원하기 위하여 창설되었다. 그 후 붉은 악마는 2002년 한일 월드컵을 통하여 전 세계에 널리 알려지게 되었다. 현재 붉은 악마는 치우천왕이 그려진 응원기를 사용하고 있다.

탐구 활동 오른쪽 그림과 같이 폭이 $\sqrt{2}$ m인 천으로 넓이가 $\sqrt{3}$ m^{2}인 직사각형 모양의 응원기를 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 응원기의 넓이를 구하는 식을 세워 보자.
2. 1에서 세운 식을 이용하여 응원기의 높이 x m를 구하는 식을 세워 보자.



탐구 활동의 이해

활동 목표 • 사각형의 넓이를 이용하여 높이를 구하는 식을 세워 봄으로써 제곱근의 나눗셈 방법을 이해하게 하려는 것이다.

1. 직사각형의 넓이는 (가로의 길이)×(세로의 길이)이므로 응원기의 넓이는 $\boldsymbol{(\sqrt{2}\times x)}$ $\mathbf{m}^2$이다.

2. 응원기의 넓이가 $\sqrt{3}$ m^{2}이므로 $\sqrt{2}x=\sqrt{3}$이다. 따라서 구하고자 하는 응원기의 높이는 $\boldsymbol{x=\sqrt{3}\div\sqrt{2}}$**(m)**이다.

교과서 31 쪽

① $\sqrt{3}\div\sqrt{2}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

$a>0$, $b>0$일 때, $\sqrt{a}\div\sqrt{b}$의 계산에 대하여 알아보자.

예를 들어 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$은 양수이고, 이를 제곱하면

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3})^2}{(\sqrt{2})^2}=\frac{3}{2}$$

이므로 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$은 $\frac{3}{2}$의 양의 제곱근이다.

그런데 $\frac{3}{2}$의 양의 제곱근은 $\sqrt{\frac{3}{2}}$이므로

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{3}{2}}$$

이다.

$a>0$, $b>0$일 때, $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2=\frac{a}{b}$

② 일반적으로 두 양수 a, b에 대하여 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$를 제곱하면 $\frac{a}{b}$가 되므로 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$는 $\frac{a}{b}$의 양의 제곱근인 $\sqrt{\frac{a}{b}}$와 같다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

제곱근의 나눗셈

$a>0$, $b>0$일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

보기 (1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{3}{5}}$ (2) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{8}{2}}=\sqrt{4}=2$

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$

(3) $\sqrt{3}\div\sqrt{27}$ (4) $\sqrt{45}\div\sqrt{3}$

4

목표 | 제곱근의 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{15}{3}}=\boldsymbol{\sqrt{5}}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}=\sqrt{\frac{2}{8}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$

(3) $\sqrt{3}\div\sqrt{27}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}}=\sqrt{\frac{3}{27}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2}=\boldsymbol{\frac{1}{3}}$

(4) $\sqrt{45}\div\sqrt{3}=\frac{\sqrt{45}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{45}{3}}=\boldsymbol{\sqrt{15}}$

참고 | 제곱근의 나눗셈은 근호 안의 수끼리 나눈 후 그 수에 근호를 씌운다. 이때 근호 안의 수를 소인수분해하여 제곱인 수는 근호 밖으로 꺼낸다.

즉, $a>0$, $b>0$일 때,

- $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$
- $\sqrt{\frac{a}{b^2}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b^2}}=\frac{\sqrt{a}}{b}$

본문 해설

① $a\div b=\frac{a}{b}$이므로 $\sqrt{3}\div\sqrt{2}$를 계산하는 것은 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$을 계산하는 것과 같다.

② $a>0$, $b>0$일 때 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$임을 다음과 같이 설명할 수 있다.

$a>0$, $b>0$일 때 $x=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ……①

라고 하면 $x>0$이다.

①의 양변을 제곱하면 $x^2=\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2=\frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2}=\frac{a}{b}$

제곱근의 뜻에 의하여 $x=\sqrt{\frac{a}{b}}$ 또는 $x=-\sqrt{\frac{a}{b}}$

그런데 $x>0$이므로 $x=\sqrt{\frac{a}{b}}$ ……②

①, ②에서 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

지/도/자/료

$a>0$, $b>0$일 때 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$임을 구체적인 예를 많이 들어서 확인한 후에 일반화할 수 있도록 지도한다.

a	b	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
1	4	1	2	$\frac{1}{2}$
4	9	2	3	$\frac{2}{3}$

$\frac{a}{b}$	$\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$와 $\sqrt{\frac{a}{b}}$의 값의 비교
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	서로 같다.
$\frac{4}{9}$	$\frac{2}{3}$	서로 같다.

본문 해설

❶ $\sqrt{24}\div\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\sqrt{24}\div\sqrt{2\times3}$

$$=\sqrt{24}\div\sqrt{6}=\sqrt{\frac{24}{6}}=\sqrt{4}=2$$

와 같이 계산하면 계산의 결과가 달라진다. 따라서 근호를 포함한 식의 계산에서 곱셈과 나눗셈이 섞여 있을 때에는 유리수의 계산과 마찬가지로 앞에서부터 차례로 계산한다.

5

목표 | 제곱근의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $\sqrt{8}\times3\sqrt{6}\div12=3\sqrt{48}\div12=\frac{3\sqrt{48}}{12}$

$$=\frac{\sqrt{48}}{4}=\frac{4\sqrt{3}}{4}=\mathbf{\sqrt{3}}$$

(2) $\frac{4}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{15}}{2}\times\sqrt{5}=\frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{3}}\times\sqrt{5}$

$$=2\sqrt{\frac{15}{3}}\times\sqrt{5}$$

$$=2\sqrt{5}\times\sqrt{5}=\mathbf{10}$$

(3) $2\sqrt{7}\div\sqrt{2}\times\sqrt{6}=\frac{2\sqrt{7}}{\sqrt{2}}\times\sqrt{6}=2\sqrt{\frac{7}{2}}\times\sqrt{6}$

$$=2\sqrt{\frac{7}{2}\times6}=\mathbf{2\sqrt{21}}$$

(4) $\sqrt{27}\div6\sqrt{3}\times4\sqrt{2}=\frac{\sqrt{27}}{6\sqrt{3}}\times4\sqrt{2}=\frac{1}{6}\sqrt{\frac{27}{3}}\times4\sqrt{2}$

$$=\frac{1}{6}\sqrt{9}\times4\sqrt{2}=\frac{3}{6}\times4\sqrt{2}$$

$$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=\mathbf{2\sqrt{2}}$$

6

목표 | 제곱근의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $(-3\sqrt{7})\times\sqrt{7}\times\sqrt{12}=-21\times2\sqrt{3}$

$$=\mathbf{-42\sqrt{3}}$$

(2) $\sqrt{18}\div\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\div(-\sqrt{20})=3\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}\times\left(-\frac{1}{2\sqrt{5}}\right)$

$$=\frac{3\sqrt{5}}{2}\times\left(-\frac{1}{2\sqrt{5}}\right)=\mathbf{-\frac{3}{4}}$$

교과서 32 쪽

근호를 포함한 식의 계산에서 곱셈과 나눗셈이 섞여 있을 때에는 앞에서부터 차례로 계산한다.

예제 03 다음을 계산하여라.

(1) $3\sqrt{6}\times2\sqrt{2}\div\sqrt{6}$ (2) $\sqrt{24}\div\sqrt{2}\times\sqrt{3}$

풀이 (1) $3\sqrt{6}\times2\sqrt{2}\div\sqrt{6}=6\sqrt{12}\div\sqrt{6}=\frac{6\sqrt{12}}{\sqrt{6}}$

$$=6\sqrt{\frac{12}{6}}=6\sqrt{2}$$

❶ (2) $\sqrt{24}\div\sqrt{2}\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{2}}\times\sqrt{3}=\sqrt{\frac{24}{2}}\times\sqrt{3}$

$$=\sqrt{12}\times\sqrt{3}=\sqrt{36}=6$$

답 (1) $6\sqrt{2}$ (2) 6

(2)의 계산에서
$\sqrt{12}\times\sqrt{3}$
$=(\sqrt{3}\times\sqrt{4})\times\sqrt{3}$
$=(\sqrt{3})^2\times\sqrt{4}$
$=3\times2=6$
과 같이 계산할 수도 있다.

문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{8}\times3\sqrt{6}\div12$ (2) $\frac{4}{\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{15}}{2}\times\sqrt{5}$

(3) $2\sqrt{7}\div\sqrt{2}\times\sqrt{6}$ (4) $\sqrt{27}\div6\sqrt{3}\times4\sqrt{2}$

발전 **문제 6** 다음을 계산하여라.

(1) $(-3\sqrt{7})\times\sqrt{7}\times\sqrt{12}$ (2) $\sqrt{18}\div\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\div(-\sqrt{20})$

사고력 기르기

추론
▸의사소통
문제 해결

근호를 포함한 식의 계산에서 곱셈과 나눗셈이 섞여 있을 때에는 앞에서부터 차례로 계산하는 이유에 대하여 토의하여 보자.

사고력 기르기 의사소통

출제 의도 | 곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식을 계산할 때, 앞에서부터 차례로 계산해야 하는 이유를 알게 하여 계산의 순서를 확실히 이해하도록 하기 위한 문제이다.

풀이 | $\sqrt{12}\div\sqrt{3}\times\sqrt{4}$에서 차례로 계산하는 경우와 그렇지 않은 경우를 살펴보면 다음과 같다.

- $\sqrt{12}\div\sqrt{3}\times\sqrt{4}=\sqrt{\frac{12}{3}}\times\sqrt{4}$
  $=\sqrt{4}\times\sqrt{4}=4$
- $\sqrt{12}\div\sqrt{3}\times\sqrt{4}=\sqrt{12}\div\sqrt{3\times4}$
  $=\sqrt{12}\div\sqrt{12}=1$

이와 같이 서로 다른 계산 결과가 나타나므로 곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 경우 앞에서부터 차례로 계산하는 것을 원칙으로 한다.

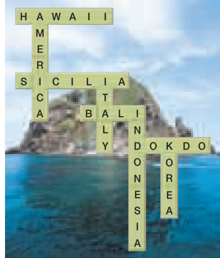
교과서 33 쪽

분모의 유리화란 무엇인가?

생각 열기

광고판

2010년 3월 1일 삼일절을 맞아 미국 뉴욕 맨해튼의 한복판인 타임스 스퀘어의 대형 광고판에 낱말 퍼즐의 형식을 빌려 “하와이는 미국 땅, 시칠리아는 이탈리아 땅, 발리는 인도네시아 땅, 독도는 한국 땅”이라고 말한 뒤 ‘동해(East Sea)’가 표기된 한국과 일본 인근의 지도를 보여 주면서 ‘이것들은 매우 분명한 사실’이라고 지적하는 광고가 상영되었다. 광고는 이어 “한국의 아름다운 섬, 독도를 방문하세요.”라는 메시지로 끝을 맺는다.



탐구 활동

가로의 길이가 $\sqrt{2}$ m이고 넓이가 1 m^2인 직사각형 모양의 광고판을 만들려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. $\sqrt{2}$를 소수 넷째 자리에서 반올림하여 1.414라고 할 때, 나눗셈을 이용하여 빈칸에 알맞은 소수를 써넣어 보자.

$\frac{1}{\sqrt{2}} = 1 \div \sqrt{2} = \bigcirc$, $\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \div 2 = \bigcirc$

2. **1**로부터 광고판의 세로의 길이를 구하기 위하여 어떤 나눗셈의 계산이 더 편리한지 말하여 보자.

탐구 활동에서 $\frac{1}{\sqrt{2}}$의 분모, 분자에 각각 $\sqrt{2}$를 곱하면

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

이므로 $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$이다.

한편 $\sqrt{2}$는 순환하지 않는 무한소수 1.41421356…이다. 따라서 $\sqrt{2}$를 소수 넷째 자리에서 반올림하여 1.414라 하고 $1 \div \sqrt{2}$와 $\sqrt{2} \div 2$를 직접 계산해 보면, $1 \div \sqrt{2} = 1 \div 1.414$보다 $\sqrt{2} \div 2 = 1.414 \div 2$가 더욱 편리하다는 것을 알 수 있다.

교과서 34 쪽

일반적으로 분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 이를 유리수로 바꾼 후에 계산하면 편리하다.

이와 같이 분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 분모, 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하여 분모를 유리수로 고치는 것을 **분모의 유리화**라고 한다.

분모의 유리화

$a>0$, $b>0$일 때, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{\sqrt{b}\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$

예제 04 다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\frac{6}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{5}{3\sqrt{5}}$

분모에 있는 무리수를 분모, 분자에 각각 곱하여 준다.

풀이 (1) $\frac{6}{\sqrt{3}}$의 분모, 분자에 $\sqrt{3}$을 곱하면

$$\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$$

❶ (2) $\frac{5}{3\sqrt{5}}$의 분모, 분자에 $\sqrt{5}$를 곱하면

$$\frac{5}{3\sqrt{5}} = \frac{5 \times \sqrt{5}}{3\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{3 \times 5} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

답 (1) $2\sqrt{3}$ (2) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

문제 7 다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\frac{3}{\sqrt{3}}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

(3) $\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{7}}$ (4) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

생각 열기 참/고/자/료

외교부 독도 홈페이지(http://dokdo.mofat.go.kr)에서는 대한민국 정부의 독도에 대한 기본 입장과 다양한 정보를 제공하고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 분모가 무리수인 분수와 유리수인 분수의 값을 각각 계산해 봄으로써 분모의 유리화의 필요성을 느끼게 하려는 것이다.

1. $\frac{1}{\sqrt{2}} = 1 \div \sqrt{2} = 1 \div 1.414 = \mathbf{0.7072135785\cdots}$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \div 2 = 1.414 \div 2 = \mathbf{0.707}$

2. $\frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \div 2$가 $\frac{1}{\sqrt{2}} = 1 \div \sqrt{2}$보다 계산하기 편리하다.

본문 해설

❶ 분모를 유리화할 때에는 분모의 근호가 있는 부분만 분모, 분자에 각각 곱한다. 즉, $\frac{5}{3\sqrt{5}}$의 분모와 분자에 $3\sqrt{5}$가 아닌 $\sqrt{5}$를 곱한다.

7

목표 | 분모가 근호를 포함한 무리수인 분수의 분모를 유리화할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $\frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{3 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \boldsymbol{\sqrt{3}}$

(2) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{10}}{5}}$

(3) $\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{7}}{2\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{42}}{2 \times 7} = \boldsymbol{\frac{\sqrt{42}}{14}}$

(4) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{2} = \boldsymbol{\sqrt{6}}$

05 제곱근의 덧셈과 뺄셈

소단원 지도 목표

① 제곱근의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.
② 근호를 포함한 식의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.
③ 곱셈 공식을 이용하여 분모에 근호가 있는 분수의 분모를 유리화할 수 있게 한다.
④ 제곱근표나 계산기를 이용하여 제곱근의 반올림한 값을 구할 수 있게 한다.

교과서 35 쪽

05 제곱근의 덧셈과 뺄셈

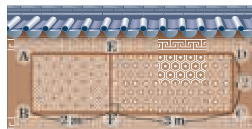
● 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

제곱근의 덧셈과 뺄셈은 어떻게 하는가?

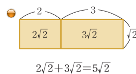
생각 열기 꽃담

담을 쌓을 때 기와 조각이나 돌 등으로 무늬를 넣어 만든 담을 꽃담이라고 한다. 꽃담에는 여러 가지 무늬와 상징적인 문양이 들어간다. 우리의 멋스러운 디자인 감각을 뽐낸 담이라 할 수 있다. 고궁 중에서도 경복궁에 있는 자경전 서쪽 꽃담은 화려하면서도 세련된 아름다움으로 유명하다.

탐구 활동 다음 그림은 어느 꽃담의 일부분이다. 물음에 답하여 보자.



1. 직사각형 ABFE와 직사각형 EFCD의 넓이를 각각 구하고, 두 직사각형의 넓이의 합을 식으로 나타내어 보자.
2. 변 BC의 길이를 구하고, 이것을 이용하여 직사각형 ABCD의 넓이를 구하여 보자.



탐구 활동의 그림에서 전체 직사각형의 가로의 길이는 5 m이고, 세로의 길이는 $\sqrt{2}$ m이므로 넓이는

$$5\times\sqrt{2}=5\sqrt{2}\,(\mathrm{m}^2)$$

이다. 이것은 직사각형 각각의 넓이의 합과 같으므로

$$2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}\,(\mathrm{m}^2)$$

임을 알 수 있다.

교수 · 학습상의 유의점

1. $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\sqrt{5}$와 같이 실수하지 않도록 지도한다.

2. 유리수와 무리수의 덧셈은 더 이상 간단히 할 수 없음에 유의하여 지도한다.

3. 곱셈 공식을 활용한 분모의 유리화를 다룰 때에는 분모와 분자의 항의 개수가 각각 2개 이하인 경우만 다룬다.

4. 제곱근을 반올림한 값이 필요할 때에는 제곱근표나 계산기를 사용하고, 제곱근 풀이법은 다루지 않는다.

5. 제곱근표에는 1.00에서 99.9까지의 수에 대한 양의 제곱근을 반올림한 값만 나와 있으므로 이외의 반올림한 값은 제곱근의 성질을 이용하여 구할 수 있음을 이해하게 한다.

생각 열기 참/고/자/료

자경전은 흥선 대원군이 경복궁을 다시 지으면서 자미당 터에 고종의 어머니인 조대비(신정왕후)를 위해 지었으나 불에 타 버려 고종 25년인 1888년에 다시 지어 오늘에 이른다. 자경전은 대비들이 일상생활을 하고 잠을 자는 침전 건물로, 총 44간 규모이다. 겨울에 따뜻하게 지낼 수 있도록 서북쪽에 복안당이라는 침실을 두고 중앙에는 중심 건물인 자경전을 두었다. 또 동남쪽에는 다락집인 청연루를 두어 여름을 시원하게 보낼 수 있도록 하였다.

자경전과 경복궁에 대한 보다 자세한 자료는 경복궁 홈페이지(http://www.royalpalace.go.kr)에서 찾아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 직사각형의 넓이를 두 가지 방법으로 구하여 비교해 봄으로써 제곱근의 덧셈 방법을 이해하게 하려는 것이다.

1. $\square\mathrm{ABFE}=2\times\sqrt{2}=\mathbf{2\sqrt{2}(m^2)}$
$\square\mathrm{EFCD}=3\times\sqrt{2}=\mathbf{3\sqrt{2}(m^2)}$
$\square\mathrm{ABFE}+\square\mathrm{EFCD}=\mathbf{2\sqrt{2}+3\sqrt{2}(m^2)}$

2. $\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BF}}+\overline{\mathrm{FC}}=2+3=\mathbf{5(m)}$
$\square\mathrm{ABCD}=\overline{\mathrm{BC}}\times\overline{\mathrm{CD}}=5\times\sqrt{2}=\mathbf{5\sqrt{2}(m^2)}$

❶ 한편 $2\sqrt{2}+3\sqrt{2}$에서 $\sqrt{2}$를 문자 a로 생각하면

$$2a+3a=(2+3)a=5a$$

이므로

$$2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=(2+3)\sqrt{2}=5\sqrt{2}$$

임을 알 수 있다.

$2a + 3a = 5a$ → $2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

마찬가지로

$$2\sqrt{2}-3\sqrt{2}=(2-3)\sqrt{2}=-\sqrt{2}$$

임을 알 수 있다.

따라서 근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈은 근호가 있는 수를 문자로 생각하여 다항식의 덧셈과 뺄셈에서 동류항끼리 계산하는 것과 같은 방법으로 한다.

또 근호를 포함한 식이 복잡할 경우에는 a, b가 양수일 때 $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$임을 이용하여 간단히 한다.

근호 안의 수가 같은 것을 다항식의 동류항과 같이 생각한다.

예제 01 다음을 계산하여라.

(1) $6\sqrt{5}-7\sqrt{5}$ (2) $\sqrt{3}+7\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

풀이 (1) $6\sqrt{5}-7\sqrt{5}=(6-7)\sqrt{5}=-\sqrt{5}$

(2) $\sqrt{3}+7\sqrt{3}-2\sqrt{3}=(1+7-2)\sqrt{3}=6\sqrt{3}$

답 (1) $-\sqrt{5}$ (2) $6\sqrt{3}$

문제 1 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{2}+3\sqrt{2}$ (2) $-5\sqrt{6}-4\sqrt{6}$

(3) $-\sqrt{3}+9\sqrt{3}-4\sqrt{3}$ (4) $-4\sqrt{7}-\sqrt{7}+3\sqrt{7}$

문제 2 다음을 계산하여라.

(1) $5\sqrt{3}-\dfrac{6}{\sqrt{3}}$ (2) $3\sqrt{7}-\dfrac{14}{\sqrt{7}}$

본문 해설

❶ $x>0$일 때

$$a\sqrt{x}+b\sqrt{x}=(a+b)\sqrt{x}$$
$$a\sqrt{x}-b\sqrt{x}=(a-b)\sqrt{x}$$

와 같이 근호를 포함하고 있는 식의 덧셈과 뺄셈은 근호 부분을 문자와 같이 생각하여 다항식의 덧셈과 뺄셈처럼 동류항끼리 모아서 계산한다.

1

목표| 근호 안의 수가 같은 제곱근의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\sqrt{2}+3\sqrt{2}=(1+3)\sqrt{2}$
$=\mathbf{4\sqrt{2}}$

(2) $-5\sqrt{6}-4\sqrt{6}=(-5-4)\sqrt{6}$
$=\mathbf{-9\sqrt{6}}$

(3) $-\sqrt{3}+9\sqrt{3}-4\sqrt{3}=(-1+9-4)\sqrt{3}$
$=\mathbf{4\sqrt{3}}$

(4) $-4\sqrt{7}-\sqrt{7}+3\sqrt{7}=(-4-1+3)\sqrt{7}$
$=\mathbf{-2\sqrt{7}}$

2

목표| 근호 안의 수가 같은 제곱근의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $5\sqrt{3}-\dfrac{6}{\sqrt{3}}=5\sqrt{3}-\dfrac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}\sqrt{3}}$
$=5\sqrt{3}-\dfrac{6\sqrt{3}}{3}$
$=5\sqrt{3}-2\sqrt{3}$
$=(5-2)\sqrt{3}=\mathbf{3\sqrt{3}}$

(2) $3\sqrt{7}-\dfrac{14}{\sqrt{7}}=3\sqrt{7}-\dfrac{14\sqrt{7}}{\sqrt{7}\sqrt{7}}=3\sqrt{7}-\dfrac{14\sqrt{7}}{7}$
$=3\sqrt{7}-2\sqrt{7}=(3-2)\sqrt{7}=\mathbf{\sqrt{7}}$

주의| 근호를 포함한 식을 간단히 할 때, 분모에 근호가 들어 있는 경우에는 가장 먼저 분모의 유리화를 하는 것이 편리하다.

지/도/자/료 실수의 계산 법칙

실수에서도 유리수와 마찬가지로 다음 계산 법칙이 성립한다.

즉, a, b, c가 실수일 때

(1) 덧셈에 대한 교환법칙: $a+b=b+a$
곱셈에 대한 교환법칙: $ab=ba$

(2) 덧셈에 대한 결합법칙: $(a+b)+c=a+(b+c)$
곱셈에 대한 결합법칙: $(ab)c=a(bc)$

(3) 분배법칙: $a(b+c)=ab+ac$
$(a+b)c=ac+bc$

교과서 37 쪽

예제 02 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{2}+5\sqrt{3}+7\sqrt{2}-\sqrt{3}$ (2) $\sqrt{6}-\sqrt{20}+\sqrt{54}-\sqrt{45}$

(1) $8\sqrt{2}+4\sqrt{3}$은 근호 안의 수를 같게 할 수 없으므로 더 이상 간단히 할 수 없다.
(2) $\sqrt{20}=\sqrt{2^2\times5}=2\sqrt{5}$임을 이용한다.

풀이 (1) $\sqrt{2}+5\sqrt{3}+7\sqrt{2}-\sqrt{3}=\sqrt{2}+7\sqrt{2}+5\sqrt{3}-\sqrt{3}$
$=(1+7)\sqrt{2}+(5-1)\sqrt{3}=8\sqrt{2}+4\sqrt{3}$
(2) $\sqrt{6}-\sqrt{20}+\sqrt{54}-\sqrt{45}=\sqrt{6}-2\sqrt{5}+3\sqrt{6}-3\sqrt{5}$
$=\sqrt{6}+3\sqrt{6}-2\sqrt{5}-3\sqrt{5}$
$=(1+3)\sqrt{6}-(2+3)\sqrt{5}=4\sqrt{6}-5\sqrt{5}$

답 (1) $8\sqrt{2}+4\sqrt{3}$ (2) $4\sqrt{6}-5\sqrt{5}$

문제 3 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{2}-5\sqrt{7}-6\sqrt{2}-\sqrt{7}$ (2) $\sqrt{6}+\sqrt{32}-\sqrt{24}-\sqrt{18}$

근호를 포함한 식에 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있을 때에는 곱셈과 나눗셈을 먼저 계산한다.

예제 03 $2\times\sqrt{6}-\sqrt{2}\div\sqrt{12}$를 계산하여라.

분모에 근호가 있을 때에는 분모를 유리화하여 계산하는 것이 편리한 경우도 있다.

풀이 $2\times\sqrt{6}-\sqrt{2}\div\sqrt{12}=2\sqrt{6}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{12}}=2\sqrt{6}-\frac{1}{\sqrt{6}}$
$=2\sqrt{6}-\frac{\sqrt{6}}{6}=\left(2-\frac{1}{6}\right)\sqrt{6}=\frac{11}{6}\sqrt{6}$

답 $\frac{11}{6}\sqrt{6}$

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{28}\div2+\sqrt{7}\times3$ (2) $\sqrt{2}\times\sqrt{6}-\sqrt{5}\div\sqrt{15}$

교과서 38 쪽

근호를 포함한 식에 괄호가 있을 때에는 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀어 계산한다.

예제 04 $\sqrt{6}(\sqrt{3}+2\sqrt{2})$를 계산하여라.

$a(b+c)=ab+ac$

풀이 $\sqrt{6}(\sqrt{3}+2\sqrt{2})=\sqrt{6}\times\sqrt{3}+\sqrt{6}\times2\sqrt{2}=\sqrt{18}+2\sqrt{12}$
$=3\sqrt{2}+2\times2\sqrt{3}=3\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

답 $3\sqrt{2}+4\sqrt{3}$

문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{5}(\sqrt{3}+2\sqrt{5})$ (2) $-2\sqrt{6}(\sqrt{2}+4\sqrt{3})$

중학교에서 배운 곱셈 공식을 이용하여 근호를 포함한 식의 혼합 계산을 할 수 있다.

예제 05 다음을 계산하여라.

(1) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$ (2) $(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})$

곱셈 공식
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
$(ax+b)(cx+d)$
$=acx^2+(ad+bc)x+bd$

풀이 (1) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2=(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$
$=2+2\sqrt{6}+3=5+2\sqrt{6}$
(2) $(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})=3^2-(\sqrt{2})^2=9-2=7$

답 (1) $5+2\sqrt{6}$ (2) 7

문제 6 다음을 계산하여라.

(1) $(\sqrt{2}+\sqrt{7})^2$ (2) $(\sqrt{6}-3)^2$
(3) $(\sqrt{5}-4)(\sqrt{5}+4)$ (2) $(3\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+4)$

3

목표| 제곱근의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\sqrt{2}-5\sqrt{7}-6\sqrt{2}-\sqrt{7}=\sqrt{2}-6\sqrt{2}-5\sqrt{7}-\sqrt{7}$
$=(1-6)\sqrt{2}-(5+1)\sqrt{7}=\mathbf{-5\sqrt{2}-6\sqrt{7}}$
(2) $\sqrt{6}+\sqrt{32}-\sqrt{24}-\sqrt{18}=\sqrt{6}+4\sqrt{2}-2\sqrt{6}-3\sqrt{2}$
$=\sqrt{6}-2\sqrt{6}+4\sqrt{2}-3\sqrt{2}=(1-2)\sqrt{6}+(4-3)\sqrt{2}$
$=\mathbf{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}$

4

목표| 근호를 포함한 식의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\sqrt{28}\div2+\sqrt{7}\times3=2\sqrt{7}\div2+3\sqrt{7}=\sqrt{7}+3\sqrt{7}$
$=(1+3)\sqrt{7}=\mathbf{4\sqrt{7}}$
(2) $\sqrt{2}\times\sqrt{6}-\sqrt{5}\div\sqrt{15}=\sqrt{12}-\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{15}}=2\sqrt{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$=2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}=\left(2-\frac{1}{3}\right)\sqrt{3}$
$=\mathbf{\frac{5}{3}\sqrt{3}}$

5

목표| 식에 괄호가 있을 때에는 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀어 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\sqrt{5}(\sqrt{3}+2\sqrt{5})=\sqrt{5}\times\sqrt{3}+\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=\mathbf{\sqrt{15}+10}$
(2) $-2\sqrt{6}(\sqrt{2}+4\sqrt{3})=-2\sqrt{6}\times\sqrt{2}+(-2\sqrt{6})\times4\sqrt{3}$
$=-2\sqrt{12}-8\sqrt{18}=\mathbf{-4\sqrt{3}-24\sqrt{2}}$

6

목표| 곱셈 공식을 이용하여 근호를 포함한 식의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(\sqrt{2}+\sqrt{7})^2=(\sqrt{2})^2+2\times\sqrt{2}\times\sqrt{7}+(\sqrt{7})^2$
$=2+2\sqrt{14}+7=\mathbf{9+2\sqrt{14}}$
(2) $(\sqrt{6}-3)^2=(\sqrt{6})^2-2\times\sqrt{6}\times3+3^2$
$=6-6\sqrt{6}+9=\mathbf{15-6\sqrt{6}}$
(3) $(\sqrt{5}-4)(\sqrt{5}+4)=(\sqrt{5})^2-4^2=5-16=\mathbf{-11}$
(4) $(3\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+4)=3(\sqrt{2})^2+(12+1)\sqrt{2}+1\times4$
$=6+13\sqrt{2}+4=\mathbf{10+13\sqrt{2}}$

교과서 39 쪽

❶ 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 분모에 근호가 있는 분수의 분모를 유리화할 수 있다.

예제 06 $\dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$의 분모를 유리화하여라.

풀이 $\dfrac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$의 분모, 분자에 $\sqrt{7}-\sqrt{5}$를 곱하면

$$\frac{2}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}=\frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}=\frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2}$$
$$=\frac{2(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{2}=\sqrt{7}-\sqrt{5}$$

답 $\sqrt{7}-\sqrt{5}$

문제 7 다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}$　(2) $\dfrac{2}{3+\sqrt{7}}$

(3) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}$　(4) $\dfrac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}-2}$

창의 up

$6-\sqrt{5}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라고 할 때, a^2-b^2의 값을 구하는 방법을 설명하여라. (단, $0\le b<1$)

사고력 기르기

▶추론
의사소통
문제 해결

다음 그림을 보고 영훈이와 수연이는 어느 부분을 잘못 말하였는지 설명하여 보자.

(3) $$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1}=\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1)}$$
$$=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2-1^2}=\mathbf{\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}}$$

(4) $$\frac{\sqrt{6}+2}{\sqrt{6}-2}=\frac{(\sqrt{6}+2)^2}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)}$$
$$=\frac{(\sqrt{6})^2+2\times\sqrt{6}\times2+2^2}{(\sqrt{6})^2-2^2}$$
$$=\mathbf{5+2\sqrt{6}}$$

창의 UP

출제 의도 무리수에서 정수 부분과 소수 부분을 구해 봄으로써 무리수를 이해하고, 근호를 포함한 식의 혼합 계산을 능숙하게 하기 위한 문제이다.

풀이 $2<\sqrt{5}<3$이므로 $3<6-\sqrt{5}<4$
따라서 $a=3$이고 $b=(6-\sqrt{5})-3=3-\sqrt{5}$이므로

$$a^2-b^2=3^2-(3-\sqrt{5})^2$$
$$=9-(9-6\sqrt{5}+5)$$
$$=\mathbf{6\sqrt{5}-5}$$

본문 해설

❶ $a+b$에 $a-b$를 곱하면 a^2-b^2이 되어 a 또는 b가 근호로 표현되는 무리수일지라도 a^2-b^2은 항상 유리수가 된다.

7

목표 곱셈 공식을 이용하여 분모에 근호가 있는 분수의 분모를 유리화할 수 있게 한다.

풀이 (1) $$\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}$$
$$=\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{(\sqrt{5})^2-(\sqrt{2})^2}$$
$$=\mathbf{\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{3}}$$

(2) $$\frac{2}{3+\sqrt{7}}=\frac{2(3-\sqrt{7})}{(3+\sqrt{7})(3-\sqrt{7})}$$
$$=\frac{2(3-\sqrt{7})}{3^2-(\sqrt{7})^2}=\mathbf{3-\sqrt{7}}$$

사고력 기르기 추론

출제 의도 제곱근의 덧셈에서 흔히 생길 수 있는 오류를 바로 잡아 봄으로써 제곱근의 덧셈을 정확히 이해하도록 하기 위한 문제이다.

풀이
- 영훈: $\sqrt{12}+\sqrt{48}$은 근호 안의 수가 다르지만 $\sqrt{12}=\sqrt{2^2\times3}=2\sqrt{3}$이고 $\sqrt{48}=\sqrt{4^2\times3}=4\sqrt{3}$이므로 다음과 같이 계산할 수 있다.
  $\sqrt{12}+\sqrt{48}=2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=(2+4)\sqrt{3}=6\sqrt{3}$
  즉, $\sqrt{12}+\sqrt{48}$은 근호 안의 수가 다르지만 같게 변형할 수 있으므로 더 계산이 가능하다.
- 수연: $\sqrt{12}+\sqrt{48}=6\sqrt{3}=\sqrt{108}$이고 $\sqrt{12+48}=\sqrt{60}$이므로 $\sqrt{12}+\sqrt{48}\neq\sqrt{12+48}$이다. 이와 같이 제곱근의 합을 계산할 때 근호 안의 수를 더하면 실제의 값과 다른 값이 나타나므로
  $\sqrt{12}+\sqrt{48}=\sqrt{12+48}=\sqrt{60}$
  은 잘못 계산한 것이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 계산기를 사용하여 제곱근의 반올림한 값을 구하여 순환하지 않는 무한소수인 무리수를 소수로 나타내는 방법을 이해하게 하려는 것이다.

1. 1.581

2. $\sqrt{6.23}=$**2.496**

$\sqrt{0.63}=$**0.794**

$\sqrt{62.3}=$**7.893**

교과서 40 쪽

무리수는 소수로 어떻게 나타내는가?

탐구 활동 다음은 계산기를 이용하여 $\sqrt{2.5}$를 소수로 나타내는 과정이다. 물음에 답하여 보자.

❶ ① [2], [.], [5]를 차례로 누른다.

② [√]를 누른다.

③ 계산기의 창에 표시된 값을 읽는다.

1. 위에서 구한 소수를 반올림하여 소수 셋째 자리까지 구하여 보자.

2. 다음 수를 **1**과 같은 방법으로 구하여 보자.

$\sqrt{6.23}$ $\sqrt{0.63}$ $\sqrt{62.3}$

무리수는 순환하지 않는 무한소수이므로 실제의 값을 소수로 나타낼 때에는 반올림한 값으로 나타낼 수 있다. 무리수를 반올림한 값은 계산기나 제곱근표를 이용하여 구할 수 있다.

Tablet No. 7289

위의 그림은 바빌로니아의 점토판으로 가운데 숫자가 $\sqrt{2}$를 나타낸다.

먼저 탐구 활동에서 계산기를 이용하여 $\sqrt{2.5}$를 반올림한 값으로 표현한 것을 살펴보자. $\sqrt{2.5}$를 계산기를 이용하여 구해 보면 $\sqrt{2.5}=1.58113883008\cdots$을 반올림한 값이 나타난다. 즉, 계산기가 나타내는 자리가 소수 둘째 자리라면 1.58, 소수 셋째 자리라면 1.581이 나타나는 것이다.

P.257 **제곱근표**
제곱근표는 양의 제곱근을 소수 넷째 자리에서 반올림하여 구한 것이다.

❷ 한편 이 책의 부록에 있는 제곱근표에는 1.00부터 99.9까지의 수에 대한 양의 제곱근을 반올림한 값이 나와 있다. 이 제곱근표에는 1.00부터 9.99까지 0.01 간격으로, 10.0부터 99.9까지 0.1 간격으로 되어 있다.

다음 표는 부록에 있는 제곱근표의 일부를 나타낸 것이다.

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	1.020	1.025	1.030	1.034	1.039	1.044
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	1.068	1.072	1.077	1.082	1.086	1.091
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	1.114	1.118	1.122	1.127	1.131	1.136
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	1.158	1.162	1.166	1.170	1.175	1.179
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	1.200	1.204	1.208	1.212	1.217	1.221
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237	1.241	1.245	1.249	1.253	1.257	1.261

제곱근표에서 $\sqrt{1.25}$를 반올림한 값은 왼쪽의 수 1.2의 가로줄과 위쪽의 수 5의 세로줄이 만나는 곳의 수 1.118이다. 즉,

$$\sqrt{1.25}=1.118$$

이다.

제곱근표에 있는 제곱근의 값은 대부분 반올림한 값이지만 이 값을 나타낼 때에는 '='를 사용한다.

본문 해설

❶ 계산기는 그 종류에 따라 제곱근값을 계산하는 순서가 약간씩 다를 수 있다. 그러나 전문가용 계산기가 아닌 일반 계산기를 사용하는 방법은 교과서에 제시되어 있는 방법과 같다.

❷ 제곱근표에 있는 1.00부터 99.9까지의 수 중에서 유리수의 제곱인 수의 제곱근은 반올림한 값이 아닌 실제의 값이다.

읽/기/자/료

1. 점토판에 나타난 $\sqrt{2}$

오른쪽 사진은 지금으로부터 약 4000년 전의 것으로 추정되는 바빌로니아의 유물인 흙으로 만든 점토판이다.

이 점토판의 사각형의 대각선 위에는

1, 24, 51, 10

이 적혀 있다.

그 당시 바빌로니아에서는 60진법을 사용하였으므로 이를 십진법의 수로 나타내어 보면

$$1+\frac{24}{60}+\frac{51}{60^2}+\frac{10}{60^3}=1.41421\dot{2}9\dot{6}$$

이며 이 값은 $\sqrt{2}=1.41421356237\cdots$을 표현한 것이다.

2. 무리수(irrational number)

irrational은 'ir+ratio+nal'로써, ir은 '…이 아니다.'를, ratio는 '비 또는 비율'을 뜻한다. 따라서 irrational number는 '두 정수의 비로 나타낼 수 없는 수'를 의미한다. irrational은 그리스 어 $\alpha\lambda o\gamma o\sigma$에서 유래했다고 전해진다. 그리스의 피타고라스학파는 임의의 길이를 단위 길이로 정했을 때, 정사각형의 한 변의 길이와 대각선의 길이는 단위 길이에 대한 정수배로 나타낼 수 없다는 사실을 발견하였다. 이와 같이 두 선분의 길이가 같은 단위 길이에 대한 정수배로 나타낼 수 없을 때를 $\alpha\lambda o\gamma o\sigma$라고 하였다.

교과서 41 쪽

문제 8 다음 수를 제곱근표를 이용하여 구하여라.

(1) $\sqrt{1.32}$ (2) $\sqrt{4.51}$
(3) $\sqrt{27.6}$ (4) $\sqrt{84.3}$

❶ 한편 제곱근표에는 0과 1 사이의 수와 99.9보다 큰 수의 제곱근을 반올림한 값은 나와 있지 않다. 그러나 이들의 제곱근을 반올림한 값은

$$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}\ (a>0,\ b>0)$$

와 제곱근표를 이용하여 구할 수 있다.

예제 07 다음 수를 제곱근표를 이용하여 구하여라.

(1) $\sqrt{340}$ (2) $\sqrt{0.34}$

풀이 (1) 제곱근표에서 $\sqrt{3.4}=1.844$이므로

$\sqrt{340}=\sqrt{3.4\times10^2}=10\sqrt{3.4}$
$=10\times1.844=18.44$

(2) 제곱근표에서 $\sqrt{34}=5.831$이므로

$\sqrt{0.34}=\sqrt{\frac{34}{100}}=\frac{\sqrt{34}}{10}$
$=\frac{5.831}{10}=0.5831$

답 (1) 18.44 (2) 0.5831

문제 9 제곱근표를 이용하여 다음 수의 값을 구하고, 계산기로 확인하여라.

(1) $\sqrt{167}$ (2) $\sqrt{2300}$
(3) $\sqrt{0.052}$ (4) $\sqrt{0.841}$

발전 **문제 10** 제곱근표에서 $\sqrt{7}=2.646$, $\sqrt{70}=8.367$일 때, 다음 수의 값을 구하여라.

(1) $\sqrt{700}$ (2) $\sqrt{7000}$
(3) $\sqrt{0.7}$ (4) $\sqrt{0.07}$

8

목표| 제곱근표를 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\sqrt{1.32}=\mathbf{1.149}$

(2) $\sqrt{4.51}=\mathbf{2.124}$

(3) $\sqrt{27.6}=\mathbf{5.254}$

(4) $\sqrt{84.3}=\mathbf{9.182}$

본문 해설

❶ 제곱근표에 없는 수는 근호 안의 수를 다음과 같이 고쳐서 계산한다.

a가 제곱근표에 있는 수일 때

- 근호 안의 수가 100보다 큰 수이면
  $\sqrt{100a}=10\sqrt{a}$, $\sqrt{10000a}=100\sqrt{a}$, …
- 근호 안의 수가 1보다 작은 수이면
  $\sqrt{\frac{a}{100}}=\frac{\sqrt{a}}{10}$, $\sqrt{\frac{a}{10000}}=\frac{\sqrt{a}}{100}$, …

9

목표| 제곱근표를 이용하여 제곱근의 값을 구하고, 계산기로 확인할 수 있게 한다.

풀이| (1) 제곱근표에서 $\sqrt{1.67}=1.292$이므로

$\sqrt{167}=\sqrt{1.67\times100}=10\sqrt{1.67}$
$=10\times1.292=\mathbf{12.92}$

계산기에서
$\sqrt{167}=12.9228479833$ ➜ **12.92**

(2) 제곱근표에서 $\sqrt{23}=4.796$이므로

$\sqrt{2300}=\sqrt{23\times100}=10\sqrt{23}$
$=10\times4.796=\mathbf{47.96}$

계산기에서
$\sqrt{2300}=47.9583152331$ ➜ **47.96**

(3) 제곱근표에서 $\sqrt{5.2}=2.280$이므로

$\sqrt{0.052}=\sqrt{\frac{5.2}{100}}=\frac{\sqrt{5.2}}{10}=\frac{2.280}{10}$
$=\mathbf{0.2280}$

계산기에서
$\sqrt{0.052}=0.22803508501$ ➜ **0.2280**

(4) 제곱근표에서 $\sqrt{84.1}=9.171$이므로

$\sqrt{0.841}=\sqrt{\frac{84.1}{100}}=\frac{\sqrt{84.1}}{10}=\frac{9.171}{10}$
$=\mathbf{0.9171}$

계산기에서
$\sqrt{0.841}=0.91706052145$ ➜ **0.9171**

10

목표| $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}\ (a>0,\ b>0)$임을 이용하여 제곱근의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\sqrt{700}=\sqrt{7\times100}=10\sqrt{7}=10\times2.646=\mathbf{26.46}$

(2) $\sqrt{7000}=\sqrt{70\times100}=10\sqrt{70}=10\times8.367=\mathbf{83.67}$

(3) $\sqrt{0.7}=\sqrt{\frac{7}{10}}=\sqrt{\frac{70}{100}}=\frac{\sqrt{70}}{10}=\frac{8.367}{10}=\mathbf{0.8367}$

(4) $\sqrt{0.07}=\sqrt{\frac{7}{100}}=\frac{\sqrt{7}}{10}=\frac{2.646}{10}=\mathbf{0.2646}$

본문 해설

❶ 빈 셀에 '=POWER(5, 0.5)'를 입력하여도 5의 양의 제곱근이 나타나지만 소수점 아래 일정 자릿수까지만 나타난다. 주어진 방법은 정수 부분을 구하는 'INT 함수'를 이용하여 5의 양의 제곱근의 각 자릿수를 구한 후, 각 자리수를 합쳐서 원하는 자릿수만큼 구하는 방법이다.

교과서 42 쪽

컴퓨터의 활용

양의 제곱근을 구하여 보자.

컴퓨터 프로그램을 이용하여 양의 제곱근을 구할 수 있다.

❶ 5의 양의 제곱근을 구하여 보자.

1\ A2 셀에 숫자 '5'를 입력한다.

2\ C2 셀에 '=INT(POWER(A2, 0.5))',
B2 셀에 '=(POWER(A2, 0.5)−C2)*10'을 입력한다.
'=INT(POWER(A2, 0.5))'는 $\sqrt{5}$의 정수 부분을,
'=(POWER(A2, 0.5)−C2)*10'은 $\sqrt{5}$의 소수 부분에 10을 곱한 값을 나타낸다.

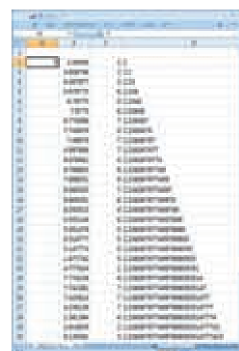
3\ C3 셀에 '=INT(B2)', B3 셀에 '=(B2−C3)*10'을 입력한다.

4\ C1 셀에 '.'을 입력한다.

5\ D2 셀에 '=C2&TEXT(C1, 0)', D3 셀에 '=D2&TEXT(C3, 0)'을 입력한다.

6\ B3 셀부터 D3 셀까지 선택한 후 아래로 드래그한다.

7\ 5의 양의 제곱근은 2.2360679774⋯임을 알 수 있다.



읽/기/자/료 히파티아

히파티아는 기원후 370년경 알렉산드리아 대학의 저명한 수학과 교수였던 테온의 딸로 태어났다. 알렉산드리아는 서로의 학문을 나누기 위해서 모든 문명국으로부터 학자들이 모여드는 세계적인 학문의 중심지였기 때문에 히파티아는 유년기부터 예술, 문학, 자연 과학, 철학에 이르기까지 상당히 균형 잡힌 교육을 받았다. 그녀는 수학에 관한 몇 권의 책을 저술하였고 별에 관련된 많은 연구 자료가 들어 있는 프톨레마이오스(Ptolemaeos ; ?85~?165)의 천체 관측 규범인 "알마게스트"에 관한 해설서도 집필하였다. 원뿔 곡선에 대해 히파티아가 주석을 쓰고 난 후 수 세기가 지나 데카르트(Descartes, R. ; 1596~1650)나 뉴턴(Newton, I. ; 1642~1727) 그리고 라이프니츠(Leibniz, G. W. ; 1646~1716) 등의 연구가 나올 때까지 수리 과학에서의 발전은 더 이상 없었다. 10세기 말경의 그리스 문학 사전 편찬자인 수이다스는 몇 권의 책이 히파티아의 것이라고 기록하였으나 대부분의 책들은 완전히 파손되었거나 없어졌다. 그녀의 연구는 단편적인 부분만 남아 있는데 "디오판토스의 천문학적 계산에 관하여"라고 하는 그녀의 저서 일부분이 15세기경 바티칸 도서관에서 발견되었다.

정리 확인 학습

1

목표| 제곱근의 뜻을 알고, 제곱근을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$이다.
(2) 13의 제곱근은 $\pm\sqrt{13}$이다.
(3) $0.5^2=0.25$, $(-0.5)^2=0.25$이므로 0.25의 제곱근은 ± 0.5이다.
(4) $\left(\frac{5}{9}\right)^2=\frac{25}{81}$, $\left(-\frac{5}{9}\right)^2=\frac{25}{81}$이므로 $\frac{25}{81}$의 제곱근은 $\pm\frac{5}{9}$이다.

2

목표| 제곱근의 성질을 이용하여 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(\sqrt{3})^2+(-\sqrt{5})^2=3+5=8$
(2) $\sqrt{144}-\sqrt{9}=\sqrt{12^2}-\sqrt{3^2}=12-3=9$

정리 확인 학습

1. 수의 연산

제곱근의 뜻

(1) 음이 아닌 수 a에 대하여 제곱하여 a가 되는 수를 a의 제곱근이라고 한다.
(2) 양수 a의 양의 제곱근은 $\sqrt{a}$, 음의 제곱근은 $-\sqrt{a}$로 나타낸다.

1 다음 수의 제곱근을 구하여라.

(1) 6 (2) 13 (3) 0.25 (4) $\frac{25}{81}$

제곱근의 성질

$a>0$일 때,
① $(\sqrt{a})^2=a$, $(-\sqrt{a})^2=a$ ② $\sqrt{a^2}=a$, $\sqrt{(-a)^2}=a$

2 다음을 계산하여라.

(1) $(\sqrt{3})^2+(-\sqrt{5})^2$ (2) $\sqrt{144}-\sqrt{9}$

무리수

유리수가 아닌 수를 무리수라 하고, 유리수와 무리수를 통틀어 실수라고 한다.

3 다음 중 무리수를 모두 찾아라.

$\sqrt{3}$, $\sqrt{9}$, -5, $\sqrt{5}$, $-\frac{2}{7}$

실수의 대소 관계

두 실수 a, b에 대하여
(1) $a-b>0$이면 $a>b$
(2) $a-b=0$이면 $a=b$
(3) $a-b<0$이면 $a<b$

4 다음 두 실수의 대소를 비교하여라.

(1) $2+\sqrt{6}$, 5 (2) $\sqrt{3}-2$, $\sqrt{3}-\sqrt{7}$

제곱근의 곱셈과 나눗셈

$a>0$, $b>0$일 때,
① $\sqrt{a}\sqrt{b}=\sqrt{ab}$, $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ ② $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

5 다음을 계산하여라.

(1) $\sqrt{3}\sqrt{11}$ (2) $\sqrt{5^2\times7}$
(3) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{24}}$ (4) $\sqrt{\frac{3}{16}}$

분모의 유리화

분수의 분모가 근호를 포함한 무리수일 때, 분모, 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱하여 분모를 유리수로 고치는 것

6 다음 수의 분모를 유리화하여라.

(1) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}$ (2) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$
(3) $\frac{5}{\sqrt{6}-1}$ (4) $\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$

제곱근의 덧셈과 뺄셈

근호를 포함한 식의 덧셈과 뺄셈은 근호가 있는 수를 문자로 생각하여 다항식의 덧셈과 뺄셈에서 동류항끼리 계산하는 것과 같은 방법으로 한다.

7 다음을 계산하여라.

(1) $2\sqrt{7}+\sqrt{7}$ (2) $\sqrt{18}-\sqrt{32}+\sqrt{2}$
(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2$ (4) $\sqrt{2}\times5-2\div\sqrt{2}$

제곱근의 값

제곱근의 값은 계산기나 제곱근표를 이용하여 구한다.

8 다음 수를 계산기를 이용하는 방법과 제곱근표를 이용하는 방법으로 각각 구하여라.

(1) $\sqrt{1700}$ (2) $\sqrt{0.017}$

용어와 기호 제곱근, 근호, 무리수, 실수, 분모의 유리화, $\sqrt{\ }$

3

목표| 유리수와 무리수를 구분할 수 있게 한다.

풀이| $\sqrt{9}=\sqrt{3^2}=3$이므로 유리수이다.
따라서 무리수는 $\mathbf{\sqrt{3}}$, $\mathbf{\sqrt{5}}$이다.

4

목표| 두 실수의 대소를 비교할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(2+\sqrt{6})-5=\sqrt{6}-3=\sqrt{6}-\sqrt{9}<0$이므로
$\mathbf{2+\sqrt{6}<5}$

(2) $(\sqrt{3}-2)-(\sqrt{3}-\sqrt{7})=\sqrt{3}-2-\sqrt{3}+\sqrt{7}=\sqrt{7}-2$
$=\sqrt{7}-\sqrt{4}>0$
이므로 $\mathbf{\sqrt{3}-2>\sqrt{3}-\sqrt{7}}$

5

목표| 제곱근의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\sqrt{3}\sqrt{11}=\sqrt{3\times11}=\mathbf{\sqrt{33}}$

(2) $\sqrt{5^2\times7}=\mathbf{5\sqrt{7}}$

(3) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{24}}=\sqrt{\frac{6}{24}}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\mathbf{\frac{1}{2}}$

(4) $\sqrt{\frac{3}{16}}=\sqrt{\frac{3}{4^2}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4^2}}=\mathbf{\frac{\sqrt{3}}{4}}$

6

목표| 분모에 근호가 있는 분수의 분모를 유리화할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{6}\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\mathbf{\frac{\sqrt{42}}{7}}$

(2) $\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{4}}$

(3) $\frac{5}{\sqrt{6}-1}=\frac{5(\sqrt{6}+1)}{(\sqrt{6}-1)(\sqrt{6}+1)}$
$=\frac{5(\sqrt{6}+1)}{(\sqrt{6})^2-1^2}=\mathbf{\sqrt{6}+1}$

(4) $\frac{\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}$
$=\frac{2\sqrt{3}-(\sqrt{3})^2}{2^2-(\sqrt{3})^2}=\mathbf{2\sqrt{3}-3}$

7

목표| 근호를 포함한 식의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2\sqrt{7}+\sqrt{7}=(2+1)\sqrt{7}=\mathbf{3\sqrt{7}}$

(2) $\sqrt{18}-\sqrt{32}+\sqrt{2}=3\sqrt{2}-4\sqrt{2}+\sqrt{2}$
$=(3-4+1)\sqrt{2}=\mathbf{0}$

(3) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2=(\sqrt{5})^2+2\times\sqrt{5}\times\sqrt{3}+(\sqrt{3})^2$
$=5+2\sqrt{15}+3=\mathbf{8+2\sqrt{15}}$

(4) $\sqrt{2}\times5-2\div\sqrt{2}=5\sqrt{2}-\frac{2}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}-\sqrt{2}$
$=(5-1)\sqrt{2}=\mathbf{4\sqrt{2}}$

8

목표| 제곱근표와 계산기를 이용하여 제곱근의 반올림한 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 제곱근표에서 $\sqrt{17}=4.123$이므로
$\sqrt{1700}=\sqrt{17\times100}=10\sqrt{17}=10\times4.123=\mathbf{41.23}$
계산기에서 $\sqrt{1700}=41.2310562562$ ➡ **41.23**

(2) 제곱근표에서 $\sqrt{1.7}=1.304$이므로
$\sqrt{0.017}=\sqrt{\frac{1.7}{100}}=\frac{\sqrt{1.7}}{10}=\frac{1.304}{10}=\mathbf{0.1304}$
계산기에서 $\sqrt{0.017}=0.1303840481$ ➡ **0.1304**

2 문자의 사용과 식의 계산

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 표현하고, 그 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

② 식의 값을 구할 수 있게 한다.

③ 일차식을 계산할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
01 문자의 사용	문자를 사용하여 식으로 나타내기
	문자를 사용한 식을 간단히 나타내기
02 식의 값	식의 값 구하기
중단원 마무리	정리 확인 학습

교과서 44 쪽

2 문자의 사용과 식의 계산

기호

지구상에는 약 5000개 이상의 언어가 있다. 이 언어 중에는 한국어, 세계에서 가장 많은 국가가 사용하고 있는 에스파냐어, 가장 많은 인구가 사용하고 있는 중국어, 가장 영향력이 있는 언어인 영어 등이 있다.

언어는 우리가 의사소통하는 데에 많은 도움을 주는 수단이다. 그런데 사람들은 언어를 사용하여 어떤 상황을 이해하기도 하지만 국제적으로 통용되고 있는 여러 가지 기호를 보고 이해하는 경우도 많다.

오늘날 우리는 도로 표지판 기호, 화장실 기호, 비상구 표시 기호 등 헤아릴 수 없이 많은 기호를 사용하고 있다. 이와 같은 기호의 사용은 언어에 구애 받지 않으면서 간단하고 분명하게 그 뜻을 전달할 수 있다는 장점이 있다.

수학에서도 이와 같이 주어진 식이나 문장을 문자나 기호를 사용하여 간단하게 나타낼 수 있으며, 문자나 기호를 사용하여 나타낸 식은 계산하기에 편리하다.

7－22h

단원 과제

이 단원을 배우면서 다음 과제를 해결하여 보자.

48쪽

문자나 기호를 사용하여 상황을 표현할 수 있을까?

들어가면서 오늘날 우리는 도로 표지판 기호, 화장실 기호, 비상구 표시 기호 등 헤아릴 수 없이 많은 기호를 사용하고 있다. 어떤 수량 사이의 관계를 말로 설명하면 복잡하지만 문자나 기호를 사용하여 식으로 나타내면 그 관계가 간단하고 명확하게 드러나 편리한 경우가 있다.

수학에서도 이와 같이 주어진 식이나 문장을 문자나 기호를 사용하여 간단하게 나타낼 수 있으며, 문자나 기호를 사용하여 나타낸 식은 계산하기에 빠르고 편리하다.

이 단원에서는 문자를 사용하여 식을 간단하게 나타내고, 일반화된 식에 어떤 특정한 값을 넣어서 계산하는 과정을 통하여 실생활에서의 문제를 이해하고 해결할 수 있게 한다.

성취 기준과 성취 수준

성취 기준		성취 수준
1. 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 간단히 나타낼 수 있다.	상	문자의 필요성을 인식하고, 다양한 상황에 나타난 수량 사이의 관계를 문자를 사용한 식으로 간단히 나타낼 수 있다.
	중	수량 사이의 관계를 문자를 사용한 식으로 간단히 나타낼 수 있다.
	하	수량 사이의 관계를 문자를 사용한 식으로 나타낼 수 있다.
2. 식의 값을 구할 수 있다.	상	문자를 포함하고 있는 식에 문자 대신 수를 대입하여 그 값을 구할 수 있다.
	중	문자를 포함하고 있는 일차식에 문자 대신 수를 대입하여 그 값을 구할 수 있다.
	하	문자를 포함하고 있는 식에 문자 대신 수를 대입할 수 있다.

교과서 45 쪽

01 문자의 사용

● 다양한 상황을 문자를 사용한 식으로 표현하고, 그 식을 간단히 나타낼 수 있다.

문자를 사용하여 식을 어떻게 나타내는가?

탐구 활동 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.

1. 할머니가 호랑이에게 준 떡의 수는 몇 개인지 다음 표의 빈칸을 채워 보자.

할머니가 넘은 고개의 수(고개)	1	2	3	4	5	…
호랑이에게 준 떡의 수(개)	2×1	2×2		2×4		…

2. 할머니가 넘은 고개의 수를 □고개라고 할 때, 호랑이에게 준 떡의 수를 □를 사용하여 식으로 나타내어 보자.

● $\underbrace{2+2+\cdots+2}_{x\text{개}}=2\times x$

탐구 활동의 표에서 할머니가 호랑이에게 준 떡의 수는

$2\times$(할머니가 넘은 고개의 수) 개

로 구할 수 있다.

❶ 여기서 할머니가 넘은 고개의 수 대신 문자 x를 사용하면, 호랑이에게 준 떡의 수를

$(2\times x)$개

로 나타낼 수 있다.

즉, 이 식은 할머니가 넘은 고개의 수에 따라 호랑이에게 준 떡의 수가 어떻게 변하는지 일반적으로 나타낸 것이다.

❷ 이와 같이 문자를 사용하면 수량과 수량 사이의 관계를 식으로 간단히 나타낼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 생활 주변에서 관찰되는 상황을 문자를 사용하여 식으로 나타낼 수 있음을 알게 하려는 것이다.

1. 할머니가 호랑이에게 준 떡의 수를 표로 나타내면 다음과 같다.

할머니가 넘은 고개의 수(고개)	1	2	3
호랑이에게 준 떡의 수(개)	2×1	2×2	$\mathbf{2\times3}$

할머니가 넘은 고개의 수(고개)	4	5	…
호랑이에게 준 떡의 수(개)	2×4	$\mathbf{2\times5}$	…

2. 1의 표에 의하면 호랑이에게 준 떡의 수는 할머니가 넘은 고개의 수의 2배와 같으므로 □를 사용하여 식으로 나타내면 **2×□**이다.

01 문자의 사용

소단원 지도 목표

① 문자를 사용하여 식을 간단히 나타낼 수 있게 한다.

② 문자를 사용한 식에서 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하여 간단히 나타낼 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 다양한 상황을 이용하여 문자의 필요성을 알게 한다.

2. 문장을 식으로 처음 나타낼 때에는 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하지 않도록 한다. 또 곱셈 기호와 나눗셈 기호를 생략하여 쓸 경우에 틀리지 않도록 충분히 연습하게 한다.

본문 해설

❶ 탐구 활동에서는 숫자 대신 □라는 기호를 사용하고 있다. 그런데 □, △, ○ 등의 기호를 사용하여 서로 다른 다양한 종류의 대상을 모두 구별하여 나타내기 어려운 경우가 있다. 이렇게 수학적으로 구별되어야 할 다양한 대상을 편리하게 나타내기 위해 문자가 필요한 것이다.

❷ 문자를 사용하면 구체적인 값이 주어지지 않은 수량이나 일반적인 수를 나타낼 때 편리하다.
예를 들어 사과 한 개의 값을 1000원이라고 하면 사과 x개의 값은 $(1000\times x)$원으로 나타낼 수 있다. 이것은 사과의 개수에 따른 사과의 값을 모두 나타낼 수 있는 방법이다. 즉, 숫자를 사용하여 계산한 값은 특정한 경우의 값이지만 문자를 사용하면 일반적인 경우를 모두 나타낼 수 있다.

1

목표| 주어진 문장을 문자를 사용하여 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) 자동차가 한 시간 동안 70 km를 가므로 x시간 동안 간 거리는
$(70\times x)$ km

(2) 물을 컵으로 한 번씩 퍼낼 때마다 100 mL씩 물이 줄어들므로 남아 있는 물의 양은
$(800-100\times y)$ mL

(3) 150 g인 사과 x개의 무게는 $(150\times x)$ g
200 g인 배 y개의 무게는 $(200\times y)$ g
따라서 구하는 무게의 합은
$(150\times x+200\times y)$ g

참고| 문자식에서 자주 쓰이는 수량 식은 다음과 같다.

- (거스름돈)=(낸 돈)−(물건 값)
- (속력)$=\frac{(\text{거리})}{(\text{시간})}$

이때 속력은 평균 속력을 의미한다.

교과서 46 쪽

예제 01 다음을 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

(1) 승용차를 k대씩 실은 차량 운반차 5대에 실려 있는 승용차의 총 대수
(2) 200원짜리 연필 x자루와 100원짜리 지우개 한 개의 값
(3) 7장의 값이 a원인 우표 한 장의 값

풀이 (1) 차량 운반차 1대에 실려 있는 승용차의 수는 k대이므로, 차량 운반차 5대에 실려 있는 승용차의 총 대수는 $(5\times k)$대이다.
(2) 200원짜리 연필 x자루의 값은 $(200\times x)$원이고, 지우개 한 개의 값은 100원이므로 구하는 값은 $(200\times x+100)$원이다.
(3) 우표 7장의 값이 a원이므로 한 장의 값은 $(a\div 7)$원이다.

답 (1) $(5\times k)$대 (2) $(200\times x+100)$원 (3) $(a\div 7)$원

문제 1 다음을 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.

(1) 한 시간에 70 km를 가는 자동차가 x시간 동안 간 거리
(2) 물통에 들어 있는 물 800 mL를 100 mL 들이의 컵에 가득 담아 y번 퍼내었을 때 물통에 남아 있는 물의 양
(3) 한 개의 무게가 150 g인 사과 x개와 200 g인 배 y개의 무게의 합

무게의 단위는 힘의 단위인 N(뉴턴)이지만 일상생활에서는 g(그램)이나 kg(킬로그램)을 사용하고 있다.

문자를 사용한 식을 어떻게 간단히 나타내는가?

생각 열기 차(茶) 이야기

전라남도 보성군은 "동국여지승람", "세종실록지리지" 등에 차의 자생지로 기록되어 있을 만큼 우리나라를 대표하는 차의 본고장이며, 녹차가 자라기 좋은 기후 환경을 가진 지역이다. 해마다 5월에 열리는 차 문화 축제인 '다향제'에는 많은 관광객들이 방문하여 축제를 즐긴다.

탐구 활동 가로의 길이가 20 m인 직사각형 모양의 차 만들기 체험장에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1. 세로의 길이가 10 m일 때, 차 만들기 체험장의 넓이를 구하여 보자.
2. 세로의 길이가 a m일 때, 차 만들기 체험장의 넓이를 구하는 식을 써 보자.

생각 열기 참/고/자/료

우리나라 사람들이 언제부터 차를 마셨는지 정확하게 알려져 있지는 않으나 "삼국사기"에 따르면 신라 시대 흥덕왕(?~836) 때 당나라에 갔던 사신이 차 씨를 가져와 지리산에 심은 후 널리 마시게 되었다고 한다. 통일신라 시대에는 승려와 화랑들이 수행과 관련하여 차를 마신 것으로 전해지고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 직사각형 모양의 체험장의 넓이를 구하여 문자를 사용한 식으로 나타내어 보게 하려는 것이다.

1. 세로의 길이가 10 m인 차 만들기 체험장의 넓이는
(가로의 길이)×(세로의 길이)$=20\times 10$
$=$**$200(\text{m}^2)$**

2. 세로의 길이가 a m인 차 만들기 체험장의 넓이는
(가로의 길이)×(세로의 길이)
$=$**$20\times a(\text{m}^2)$**

지/도/자/료 기호의 생략

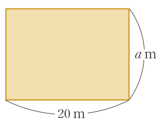
1. 기호를 생략할 수 있는 것은 곱셈 기호 ×이고 덧셈 기호 +는 생략할 수 없다. 그런데도 생략의 의미를 확대해서 생략하는 경우가 있다.
예를 들어 $3\times a+5$는 $3a+5$이지만, 덧셈 기호를 생략하고 $8a$로 답하지 않도록 지도해야 한다.

2. 거듭제곱은 같은 문자를 여러 번 곱한 것으로 같은 문자의 덧셈과 혼동하지 않도록 지도한다. 예를 들어
$a+a+a=3\times a=3a$
$a\times a\times a=a^3$
임을 알게 한다.

교과서 47 쪽

❶ 1 또는 -1과 문자의 곱에서는 다음과 같이 1을 생략한다.
$1\times a=a$, $(-1)\times a=-a$
0.1×a는 0.a로 쓰지 않고 0.1a로 쓴다.

가로의 길이가 20 m이고, 세로의 길이가 a m인 직사각형의 넓이는 $(20\times a)$ m^2 또는 $(a\times 20)$ m^2이다.



이때 $20\times a$와 $a\times 20$은 곱셈 기호 ×를 생략하여 $20a$로 간단히 나타낼 수 있다.

일반적으로 문자를 사용한 식에서 곱셈 기호를 생략하여 간단히 나타내는 방법은 다음과 같다.

$a\times 2$ → $2a$

❷ **곱셈 기호의 생략**

(1) 수와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 수를 문자 앞에 쓴다.
$$a\times 2=2a$$
(2) 문자와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 알파벳 순서로 쓴다.
$$y\times x=xy$$
(3) 같은 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 거듭제곱의 꼴로 나타낸다.
$$a\times a\times b\times b\times a=a^3b^2$$

예제 02 다음 식을 곱셈 기호 ×를 생략하여 나타내어라.

(1) $a\times 2\times b$ (2) $x\times(-2)+y\times y$

풀이 (1) $a\times 2\times b=2\times a\times b=2ab$
(2) $x\times(-2)+y\times y=-2\times x+y\times y=-2x+y^2$

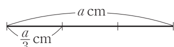
답 (1) $2ab$ (2) $-2x+y^2$

문제 2 다음 식을 곱셈 기호 ×를 생략하여 나타내어라.

(1) $b\times 3\times a$ (2) $(a+b)\times(-2)$
(3) $2\times x\times 5+y\times y$ (4) $x\times 3\times x+y\times(-1)$

$a\div 3$ → $\dfrac{a}{3}$

❸ 한편 길이가 a cm인 끈을 삼등분한 길이는 $(a\div 3)$ cm이다.
여기서 식 $a\div 3$은 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 $\dfrac{a}{3}$로 간단히 나타낼 수 있다.



또 $a\div 3=a\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{3}a$이므로 $a\div 3$은 $\dfrac{1}{3}a$로도 나타낼 수 있다.

2

목표| 곱셈 기호 ×를 생략하여 식을 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $b\times 3\times a=3\times a\times b=\mathbf{3ab}$

(2) $(a+b)\times(-2)=(-2)\times(a+b)$
$=\mathbf{-2(a+b)}$

(3) $2\times x\times 5+y\times y=2\times 5\times x+y\times y$
$=\mathbf{10x+y^2}$

(4) $x\times 3\times x+y\times(-1)$
$=3\times x\times x+(-1)\times y$
$=\mathbf{3x^2-y}$

본문 해설

❸ 나눗셈 기호 ÷를 생략할 때에는 분수의 꼴로 나타낸다. 즉, $a\div b=\dfrac{a}{b}(b\neq 0)$이다.
이것은 나눗셈을 곱셈으로 바꾼 후 곱셈 기호 ×를 생략하여 나타낸 것과 같다.
즉, $a\div b=a\times\dfrac{1}{b}=\dfrac{a}{b}(b\neq 0)$이다.

본문 해설

❶ $1\times a=a\times 1=a$에서 알 수 있듯이 어떤 수에 1을 곱해도 결과는 그 수 자신이 된다. 따라서 문자 앞의 1은 생략할 수 있다.
그러나 $0.1\times a$는 0.a로 쓰지 않고 0.1a로 쓴다는 것을 주의해야 한다.
예를 들어 $0.1\times 15=1.5$이며, 이것은 0.15와 같지 않다.

❷ 곱셈에서는 교환법칙이 성립하므로 $a\times 2=2\times a=2a$이다. 또한 $a\times b$는 곱셈 기호를 생략하여 ab라고 쓴다. 즉, ab는 a와 b의 곱을 의미한다.
한편 두 문자의 곱과 달리 두 수의 곱에서는 곱셈 기호를 생략하지 않는다.
수와 마찬가지로 문자의 곱에서도 같은 문자의 곱은 거듭제곱의 꼴로 나타낼 수 있으므로 식이 매우 간단해진다.

지/도/자/료

$a\div bc$를 $a\div b\times c$로 생각하고 $\dfrac{ac}{b}$로 잘못 나타내는 경우가 있다. 그러나 $a\div bc$는 $a\div(bc)=a\div(b\times c)$를 뜻한다. 따라서 $a\div bc=\dfrac{a}{bc}$임을 알 수 있도록 지도한다. 한편

$$a\div b\div c=a\times\frac{1}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{b}\times\frac{1}{c}=\frac{a}{bc}$$

$$a\div(b\times c)=a\div(bc)=\frac{a}{bc}$$

이므로

$$a\div b\div c=a\div(b\times c)$$

이다. 이때

$$a\div(b\div c)=a\div\frac{b}{c}=a\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b}$$

와 구별할 수 있게 한다.

3

목표| 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 식을 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{x}{7}$　(2) $\frac{x+1}{y}$

(3) $-\frac{8}{a+b}$　(4) $\frac{a}{4}-\frac{b}{6}$

4

목표| 곱셈 기호 ×와 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 식을 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $x+\frac{a}{y}$　(2) $\frac{1}{2}x^2-3y$

(3) $\frac{ab}{a+1}$　(4) $3(a+b)+\frac{1}{2}ab$

단원 과제

목표| 실생활 문제를 문자와 기호를 사용하여 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| x를 일을 시작할 때 가지고 있던 돈이라고 하면

$2\{2(2x-120)-120\}-120=0$

교과서 48 쪽

일반적으로 문자를 사용한 식에서 나눗셈 기호를 생략하여 간단히 나타내는 방법은 다음과 같다.

나눗셈 기호의 생략

나눗셈에서는 나눗셈 기호 ÷를 생략하고, 분수의 꼴로 나타낸다.

$$a \div b=\frac{a}{b} \text{ (단, } b \neq 0)$$

예제 03 다음 식을 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $3 \div x$　(2) $(a+b) \div 5$

풀이 (1) $3 \div x=3 \times \frac{1}{x}=\frac{3}{x}$

(2) $(a+b) \div 5=(a+b) \times \frac{1}{5}=\frac{a+b}{5}$

답 (1) $\frac{3}{x}$　(2) $\frac{a+b}{5}$

문제 3 다음 식을 나눗셈 기호 ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $x \div 7$　(2) $(x+1) \div y$

(3) $(-8) \div (a+b)$　(4) $a \div 4-b \div 6$

문제 4 다음 식을 기호 ×, ÷를 생략하여 나타내어라.

(1) $x \times 1+a \div y$　(2) $x \div 2 \times x-3 \times y$

(3) $a \times b \div (a+1)$　(4) $(a+b) \times 3+a \div 2 \times b$

단원 과제

앞의 단원 과제에 대하여 다음을 해결하여 보자.

문자나 기호를 사용하면 복잡하고 어렵게 표현된 내용을 간단히 줄여서 나타낼 수 있다. 다음 문장을 식으로 나타내어라.

> 어떤 사람이 도시 A에서 일을 시작하여 가진 돈을 2배로 만든 후 그곳에서 120만 원을 쓴 다음 도시 B로 갔다. 그는 그곳에서 자신의 돈을 다시 2배로 만들고 120만 원을 썼다. 그리고 도시 C로 가서 다시 자신의 돈을 2배로 만들고 120만 원을 썼더니 하나도 남지 않았다.

02 식의 값

소단원 지도 목표

① 대입의 뜻을 알고, 식의 문자에 어떤 값을 대입하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 식의 문자에는 가급적 간단한 수를 대입하여 복잡한 계산이 되지 않게 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 대입(代入, substitution)
• 식의 값(numerical value of expression)

생각 열기 참/고/자/료

옛날 사람들은 지금보다 키가 많이 작았을까? 얼마 전 출토된 조선 육군 사령관 미라의 길이는 170 cm로 살아 생전에는 180 cm가 넘었을 것으로 추정되며, 경남에서 출토된 가야인의 성인 유골의 길이는 남자 167.4 cm, 여자 150.8 cm로 현재 우리나라 사람들의 평균 키보다 많이 작지 않다고 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 문자가 들어간 식을 만들고, 문자에 수를 대입하여 실제의 값을 알아보게 하려는 것이다.

1. 예상되는 최종 키를 구하는 식은

남자의 경우: $\left(\frac{x+y}{2}+6.5\right)$ cm

여자의 경우: $\left(\frac{x+y}{2}-6.5\right)$ cm

교과서 49 쪽

02 식의 값

● 식의 값을 구할 수 있다.

식의 값을 어떻게 구하는가?

생각 열기 내 키는 얼마나 클까?

어린아이의 성장 정도에 비추어 어른이 되었을 때의 키를 예측하는 다양한 방법이 있다. 이 중 MPH(중간부모키, Mid-Parental Height)는 부모의 키를 바탕으로 최종 키를 예상하는 가장 간단한 방법이다. 구하는 방식은 부모의 키를 합한 값을 2로 나눈 다음 남자이면 6.5를 더하고 여자이면 6.5를 뺀다.

탐구 활동 아버지의 키를 x cm, 어머니의 키를 y cm라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1. MPH를 이용하여 자기 자신의 예상되는 키를 구하는 식을 써 보자.
2. 여자 중학생인 지현이는 아버지의 키가 175 cm이고 어머니의 키가 165 cm이다. 이때 지현이의 최종 키를 예상하여 보자.

탐구 활동 2에서 식 $\frac{x+y}{2}-6.5$의 문자 x에 175, y에 165를 넣어 계산하면

$$\frac{175+165}{2}-6.5=163.5(\text{cm})$$

가 된다.

이와 같이 문자를 포함한 식에서 문자 대신에 수를 넣는 것을 **대입**한다고 하며, 문자에 수를 대입하여 얻은 값을 **식의 값**이라고 한다.

● 음수를 대입할 때에는 괄호를 사용한다.

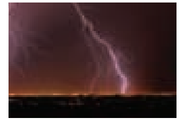
보기 식 $2x+6$의 문자 x에 -1을 대입하면 $2x+6=2\times(-1)+6=4$
따라서 $x=-1$일 때, 식 $2x+6$의 값은 4이다.

문제 1 다음을 구하여라.

(1) $x=2$일 때, 식 $3x+5$의 값　　(2) $x=-2$일 때, 식 $3-x^2$의 값

교과서 50 쪽

발전 문제 2 공기 중에서 소리의 속력은 기온이 x ℃일 때 $(331+0.6x)$ m/s라고 한다. 기온이 15 ℃일 때, 번개가 치고 5초 후에 천둥소리를 들었다면 번개가 친 곳까지의 거리는 몇 m인지 구하여라.



예제 01 $x=-2$, $y=5$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $2x-y$　　(2) $\frac{x-1}{y}$

풀이 (1) $2x-y=2\times(-2)-5=-9$

(2) $\frac{x-1}{y}=\frac{-2-1}{5}=-\frac{3}{5}$

답 (1) -9 (2) $-\frac{3}{5}$

문제 3 $a=3$, $b=-2$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

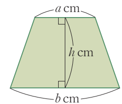
(1) $-5a+b$　　(2) $2a-3b$

(3) $\frac{6}{a}+\frac{b}{4}-3$　　(4) $\frac{a^2+b^2}{b}$

창의 up

윗변의 길이가 a cm, 아랫변의 길이가 b cm, 높이가 h cm인 사다리꼴의 넓이를 S cm²라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) S를 a, b, h를 사용하여 식으로 나타내어라.
(2) $a=3$, $b=5$, $h=4$일 때, S의 값을 구하여라.



2. 예상되는 지현이의 최종 키는

$$\frac{175+165}{2}-6.5=\mathbf{163.5(cm)}$$

1

목표| 문자 x에 주어진 수를 대입하여 알맞은 식의 값을 구하게 한다.

풀이| (1) x에 2를 대입하여 식의 값을 구하면

$3x+5=3\times2+5=6+5=\mathbf{11}$

(2) x에 -2를 대입하여 식의 값을 구하면

$3-x^2=3-(-2)^2=3-4=\mathbf{-1}$

2

목표| 문자를 포함한 식의 문자에 수를 대입하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 식 $331+0.6x$의 문자 x에 15를 대입하면 $331+0.6\times15=331+9=340$이므로 공기 중에서 소리의 속력은 340 m/s이다.

따라서 번개가 치고 5초 후에 천둥소리를 들었으므로 번개가 친 곳까지의 거리는 $340\times5=\mathbf{1700(m)}$이다.

3

목표| 문자 a, b에 각각 3, -2를 대입하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $-5a+b=-5\times3+(-2)$

$=(-15)+(-2)=\mathbf{-17}$

(2) $2a-3b=2\times3-3\times(-2)=6-(-6)=6+6=\mathbf{12}$

(3) $\frac{6}{a}+\frac{b}{4}-3=\frac{6}{3}+\frac{-2}{4}-3=2+\left(-\frac{1}{2}\right)+(-3)$

$=2+(-3)+\left(-\frac{1}{2}\right)=(-1)+\left(-\frac{1}{2}\right)$

$=\mathbf{-\frac{3}{2}}$

(4) $\frac{a^2+b^2}{b}=\frac{3^2+(-2)^2}{-2}=\frac{9+4}{-2}=\mathbf{-\frac{13}{2}}$

창의 UP

출제 의도| 주어진 사다리꼴의 넓이를 식으로 나타낸 후 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $S=(a+b)\times h\div 2$

$=\mathbf{\frac{1}{2}(a+b)h(cm^2)}$

(2) $S=\frac{1}{2}(a+b)h$에 $a=3$, $b=5$, $h=4$를 대입하면 $S=\frac{1}{2}\times(3+5)\times 4=\mathbf{16(cm^2)}$

정리 확인 학습

1

목표| 문자를 사용하여 식으로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) 공책 한 권의 값이 800원이므로 공책 x권의 값은 **$(800\times x)$원**

(2) 자동차가 한 시간에 60 km를 가므로 자동차가 x km를 갔을 때 걸린 시간은 **$(x\div 60)$시간**

(3) 직사각형의 가로의 길이가 a cm, 세로의 길이가 b cm이므로 직사각형의 둘레의 길이는 **$2\times(a+b)$cm**

(4) 500원짜리 동전 a개의 금액은 $(500\times a)$원
100원짜리 동전 b개의 금액은 $(100\times b)$원
10원짜리 동전 c개의 금액은 $(10\times c)$원
따라서 구하는 금액의 합은
$(500\times a+100\times b+10\times c)$원

2

목표| 기호 ×, ÷를 생략하여 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) $(-3)\times x\times y\times 2=\mathbf{-6xy}$

(2) $z\div 5+x\times 3\times y=\mathbf{\frac{z}{5}+3xy}$

(3) $y\times x\times y\times(-2)\div z=\mathbf{-\frac{2xy^2}{z}}$

(4) $(-5)\times x-(y+z)\times 4=\mathbf{-5x-4(y+z)}$

3

목표| 문자에 수를 대입하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $xy+y^2=2\times(-3)+(-3)^2=-6+9=\mathbf{3}$

(2) $\frac{y^2}{x}-2xy=\frac{(-2)^2}{1}-2\times 1\times(-2)=4+4=\mathbf{8}$

교과서 51 쪽

정리 확인 학습 2. 문자의 사용과 식의 계산

문자의 사용

문자를 사용하면 수량과 수량 사이의 관계를 간단히 식으로 나타낼 수 있다.

1 다음을 문자를 사용하여 식으로 나타내어라.
(1) 한 권에 800원 하는 공책 x권의 값
(2) 한 시간에 60 km를 가는 자동차가 x km를 갔을 때 걸린 시간
(3) 가로의 길이가 a cm, 세로의 길이가 b cm인 직사각형의 둘레의 길이
(4) 500원짜리 동전 a개와 100원짜리 동전 b개, 10원짜리 동전 c개를 모두 합한 금액

식을 간단히 나타내는 방법

(1) 수와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 수를 문자 앞에 쓴다.
(2) 문자와 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 알파벳 순서로 쓴다.
(3) 같은 문자의 곱에서는 곱셈 기호 ×를 생략하고, 거듭제곱의 꼴로 나타낸다.
(4) 나눗셈에서는 나눗셈 기호 ÷를 생략하고, 분수의 꼴로 나타낸다.

2 다음 식을 기호 ×, ÷를 생략하여 나타내어라.
(1) $(-3)\times x\times y\times 2$
(2) $z\div 5+x\times 3\times y$
(3) $y\times x\times y\times(-2)\div z$
(4) $(-5)\times x-(y+z)\times 4$

식의 값

(1) 대입: 문자를 포함한 식에서 문자 대신에 수를 넣는 것
(2) 식의 값: 문자에 수를 대입하여 얻은 값

3 다음을 구하여라.
(1) $x=2$, $y=-3$일 때, 식 $xy+y^2$의 값
(2) $x=1$, $y=-2$일 때, 식 $\frac{y^2}{x}-2xy$의 값

용어와 기호 | 대입, 식의 값

3 다항식의 계산

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.
① 지수법칙을 이해하게 한다.
② 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.
③ (단항식)×(다항식), (다항식)÷(단항식)을 할 수 있게 한다.
④ 다항식의 곱셈의 원리를 이해하여 곱셈을 할 수 있게 한다.
⑤ 인수분해의 뜻을 알고, 인수분해를 할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
01 다항식의 덧셈과 뺄셈	다항식의 뜻
	일차식과 수의 곱셈, 나눗셈
	동류항의 뜻
	일차식의 덧셈과 뺄셈
	이차식의 덧셈과 뺄셈

교과서 52 쪽

3 다항식의 계산

태양과 지구의 크기 비교

태양계는 태양과 태양의 중력에 의해 그 주변을 돌고 있는 지구를 비롯한 행성, 왜소 행성, 혜성, 유성체 등의 천체로 이루어진 계(系)이다.

태양계에는 항성인 태양이 존재하고 그 가까이로부터 수성, 금성, 지구, 화성과 같은 지구형 행성이 순서대로 나열되어 태양 주위를 돌고 있으며 화성의 바깥쪽에 소행성대(asteroid belt)가 존재한다. 이후 목성, 토성, 천왕성, 해왕성으로 구성된 목성형 행성이 나열되어 태양계에는 총 8개의 행성이 존재한다. 그 바깥에는 얼음덩어리들과 미행성들로 구성된 카이퍼 띠(Kuiper belt), 원반 대역(scattered disk)이 있으며, 가장 바깥쪽에는 오르트 구름(Oort cloud)이 있다. 유성체, 혜성과 성간 물질 등은 SSSB(small solar system bodies)로 분류된다.

태양계 행성은 다음과 같은 평균 궤도 반지름을 갖고 있다.

(단위: km)

행성	수성	금성	지구	화성	소행성(세레스)	목성	토성	천왕성	해왕성
평균궤도 반지름($\times 10^8$)	0.58	1.08	1.50	2.28	4.14	7.78	14.3	28.7	45

소단원명	지도 내용	
02 지수법칙	$a^m \times a^n$의 계산	$(a^m)^n$의 계산
	$a^m \div a^n$의 계산	$(ab)^n$과 $\left(\frac{a}{b}\right)^n$의 계산
03 다항식의 곱셈과 나눗셈	단항식의 곱셈	
	(단항식)×(다항식)	
	단항식의 나눗셈	
	(다항식)÷(단항식)	
04 곱셈 공식	$(a+b)(c+d)$의 전개	
	$(a+b)^2$, $(a-b)^2$의 전개	
	$(a+b)(a-b)$의 전개	
	$(x+a)(x+b)$의 전개	
	$(ax+b)(cx+d)$의 전개	
05 인수분해	인수분해의 뜻	
06 인수분해 공식	$a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$의 인수분해	
	a^2-b^2의 인수분해	
	$x^2+(a+b)x+ab$의 인수분해	
	$acx^2+(ad+bc)x+bd$의 인수분해	
중단원 마무리	정리 확인 학습	

들어가면서 수학에서는 의사소통을 원활히 하기 위해 수와 식을 최대한 간결하게 표현한다. 같은 이유로 과학, 사회학, 공학, 경제학 등의 분야에서도 수와 식을 간결하게 표현한다. 이 단원에서는 단항식과 다항식의 계산에 대하여 지도한다.

성취 기준과 성취 수준

성취 기준	성취 수준	
1. 일차식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.	상	일차식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
	중	계수가 정수인 일차식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
	하	일차인 단항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
2. 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.	상	다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있고, 그 계산 과정을 설명할 수 있다.
	중	계수가 정수인 이차식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
	하	이차인 단항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.
3. 지수법칙을 이해한다.	상	지수법칙을 사용하여 식을 간단히 하고, 그 과정을 설명할 수 있다.
	중	지수법칙을 말할 수 있고, 지수법칙을 사용하여 식을 간단히 할 수 있다.
	하	거듭제곱으로 표현된 수들의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있다.
4. (단항식)×(다항식), (다항식)÷(단항식)을 할 수 있다.	상	(단항식)×(다항식), (다항식)÷(단항식)의 원리를 이해하고, 그 계산 과정을 설명할 수 있다.
	중	(단항식)×(다항식), (다항식)÷(단항식)을 할 수 있다.
	하	수와 다항식의 곱셈을 할 수 있다.
5. 다항식의 곱셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있다.	상	다항식의 곱셈의 원리를 이해하고, 그 계산 과정을 설명할 수 있다.
	중	다항식의 곱셈을 할 수 있다.
	하	일차인 단항식과 다항식의 곱셈을 할 수 있다.
6. 인수분해의 뜻을 알고, 인수분해를 할 수 있다.	상	인수분해의 뜻을 이해하고, 다항식의 인수분해를 할 수 있다.
	중	인수분해 공식을 이용하여 이차항의 계수가 1인 이차식의 인수분해를 할 수 있다.
	하	공통인수로 묶는 인수분해를 할 수 있다.

01 다항식의 덧셈과 뺄셈

소단원 지도 목표

① 다항식과 관련된 여러 가지 용어의 뜻을 알게 한다.

② 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.

③ 동류항의 뜻을 알고, 동류항을 간단히 할 수 있게 한다.

④ 일차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.

⑤ 이차식의 덧셈과 뺄셈의 원리를 이해하고, 그 계산을 할 수 있게 한다.

교과서 53 쪽

01 다항식의 덧셈과 뺄셈

● 다항식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있다.

다항식이란 무엇인가?

탐구 활동 대수 타일은 타일의 길이와 넓이를 이용하여 식의 계산 과정을 알아보는 도구이다. 대수 타일에서 정사각형 ■은 1, ■은 -1, 직사각형 ▬은 x, ▬은 $-x$를 나타낸다. 예를 들어 식 $x-1$은 대수 타일을 이용하여 나타내면 ▬ ■이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 다음을 식으로 나타내어 보자.

2. 식 $-2x+3$을 대수 타일을 이용하여 나타내어 보자.

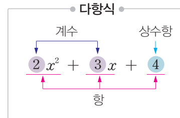
식 $2x+1$은 $2x$와 1의 합으로 이루어져 있다.

이때 $2x$, 1과 같이 수나 문자의 곱으로 이루어진 부분을 각각 $2x+1$의 **항**이라 하고, $2x+1$과 같이 하나 이상의 항의 합으로 이루어진 식을 **다항식**이라고 한다.

예를 들어 $2x^2+3x+4$는 세 개의 항

$$2x^2,\ 3x,\ 4$$

의 합으로 이루어진 다항식이다.



이때 4와 같이 수만으로 이루어진 항을 **상수항**이라 하고, $3x$와 같이 수와 문자의 곱으로 이루어진 항에서 문자에 곱해진 수 3을 x의 **계수**라고 한다.

한편 다항식 중에서 하나의 항으로만 이루어진 식을 **단항식**이라고 한다. 이를테면 x^2, $3a$, $-2x$는 모두 단항식이다.

항을 찾을 때에는 식을 합의 꼴로 나타낸다.
예 $x-7=x+(-7)$이므로 항은 x, -7이다.

❶ **보기** 다항식 $2a+b-3$에서 항은 $2a$, b, -3이고, 상수항은 -3이다.
또 a의 계수는 2이고, b의 계수는 1이다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 구체적인 식을 통하여 다항식에서의 항, 계수, 상수항, 차수 등의 뜻을 알게 한다.

2. 다항식에서 두 변수의 곱에 대한 차수는 다루지 않는다.

3. 일차식의 계산에서는 하나의 문자에 대한 일차식만 다룬다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 대수 타일을 이용하여 다항식의 개념을 알게 하고, 다항식을 대수 타일로 나타내어 이해를 돕게 하려는 것이다.

1. x인 대수 타일이 3개, -1인 대수 타일이 2개 있으므로 이것을 식으로 나타내면 $\boldsymbol{3x-2}$이다.

2. $-2x+3$은 $-x$인 대수 타일이 2개, 1인 대수 타일이 3개 있어야 하므로 대수 타일로 나타내면 다음과 같다.

새로 나온 용어와 기호

• 항(項, term)
• 다항식(多項式, polynomial)
• 상수항(常數項, constant term)
• 계수(係數, coefficient)
• 단항식(單項式, monomial)
• 차수(次數, degree)
• 동류항(同類項, similar term)

본문 해설

❶ $2a+b-3=2a+b+(-3)$이므로 다항식 $2a+b-3$에서 항은 $2a$, b, -3이다. 이때 이 식의 항을 $2a$, b, 3이라고 하지 않도록 주의한다.

교과서 54 쪽

문제 1 다음 다항식에서 항, 각 문자에 대한 계수, 상수항을 각각 말하여라.

(1) $-5x+3y$ (2) $2a+\frac{1}{3}b-c$

(3) $-\frac{p}{2}+q+7$ (4) $3-y+\frac{3z}{4}$

❶ $3a$는 $3\times a$이므로 문자 a가 한 개 곱해진 항이고 $3a^2$은 $3\times a\times a$이므로 문자 a가 두 개 곱해진 항이다. 이와 같이 어떤 항에 포함되어 있는 문자의 곱해진 개수를 그 문자에 대한 항의 **차수**라고 한다.

❷ 다항식에서 차수가 가장 큰 항의 차수를 그 다항식의 차수라고 하며, 특히 차수가 1인 다항식을 일차식이라고 한다.

예제 01 다음 다항식에서 문자가 포함되어 있는 항의 차수를 말하고, 일차식을 찾아라.

(1) $3x-5$ (2) $4x^2-x+1$

풀이 (1) 문자가 포함되어 있는 항은 $3x$이고, 이 항의 차수는 1이다.
또 차수가 가장 큰 항의 차수가 1이므로 이 다항식은 일차식이다.
(2) 문자가 포함되어 있는 항은 $4x^2$, $-x$이고, 이 항의 차수는 각각 2, 1이다. 또 차수가 가장 큰 항의 차수가 2이므로 이 다항식은 일차식이 아니다.

답 (1) $3x$의 차수: 1, 일차식이다.
(2) $4x^2$의 차수: 2, $-x$의 차수: 1, 일차식이 아니다.

문제 2 다음 중에서 일차식을 모두 찾아라.

㉠ $5a+3$ ㉡ $\frac{x}{2}-6$ ㉢ $1+0.8b$ ㉣ $-\frac{1}{2}y^2+y$

1

목표| 다항식에서 항과 계수, 상수항을 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) 항: $\mathbf{-5x}$, $\mathbf{3y}$, x의 계수: $\mathbf{-5}$, y의 계수: $\mathbf{3}$

(2) $2a+\frac{1}{3}b-c=2a+\frac{1}{3}b+(-c)$

항: $\mathbf{2a}$, $\mathbf{\frac{1}{3}b}$, $\mathbf{-c}$

a의 계수: **2**, b의 계수: $\mathbf{\frac{1}{3}}$, c의 계수: $\mathbf{-1}$

(3) 항: $\mathbf{-\frac{p}{2}}$, $\mathbf{q}$, $\mathbf{7}$

p의 계수: $\mathbf{-\frac{1}{2}}$, q의 계수: **1**, 상수항: **7**

(4) $3-y+\frac{3z}{4}=3+(-y)+\frac{3z}{4}$

항: **3**, $\mathbf{-y}$, $\mathbf{\frac{3z}{4}}$

y의 계수: $\mathbf{-1}$, z의 계수: $\mathbf{\frac{3}{4}}$, 상수항: **3**

본문 해설

❶ 차수는 문자의 곱해진 개수이므로 문자를 밑으로 하는 지수와 같다.

$7x^2$ ← 차수

참고| $x=x^1$이므로 x의 차수는 1이다.

❷ 일반적으로 일차식은 일차항과 상수항으로 이루어진 다항식으로 $ax+b$에서 $a\neq 0$인 경우이다.

참고| $3x+2y-3$과 같은 다항식도 $3x$, $2y$가 모두 일차항이므로 일차식이다.

2

목표| 일차식의 뜻을 알고, 일차식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠ 문자 a의 차수가 1이므로 일차식이다.
㉡ 문자 x의 차수가 1이므로 일차식이다.
㉢ 문자 b의 차수가 1이므로 일차식이다.
㉣ 차수가 가장 큰 항의 차수가 2이므로 일차식이 아니다.
따라서 차수가 가장 큰 항의 차수가 1인 일차식은 ㉠, ㉡, ㉢이다.

지/도/자/료 대수 타일

대수 학습에 이용되는 구체적 조작물인 대수 타일은 다항식의 연산 및 인수분해 도입에 유용한 수학 교구이다. 대수 타일은 학생들로 하여금 수 또는 식만으로 이루어진 계산 과정을 눈으로 보고 손으로 만지며 흥미롭게 학습하도록 도와준다.
대수 타일의 기본 아이디어는 고대 그리스의 피타고라스학파로부터 시작되었다고 한다. 그들은 수학적인 사실들을 기하적인 표현으로 이해하고 설명하였다.
대수 타일의 기본 세트는 다음 세 가지 유형으로 구성된다.
(1) 1과 -1을 나타내는 정사각형 모양의 타일(1×1 크기)
(2) x와 $-x$를 나타내는 직사각형 모양의 타일($1\times x$ 크기)
(3) x^2과 $-x^2$을 나타내는 정사각형 모양의 타일($x\times x$ 크기)

생각 열기 참/고/자/료

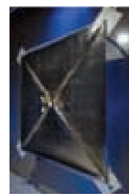
얇은 태양 전지 필름으로 만든 태양 돛은 태양광을 받아 우주선을 움직이는 장치이다. 태양 돛을 단 우주선은 시속 36만 km라는 엄청난 속력을 낼 수 있다. 이는 미국 우주 왕복선보다 약 10배나 빠르며 로스앤젤레스에서 뉴욕까지를 불과 약 1분여 만에 비행할 수 있는 속도이다.
태양 돛을 이용한 우주 탐사는 반영구적이며 우주 비행에 사용되는 연료를 절감할 수 있어 더욱 실용적이다. 게다가 우주 쓰레기 문제 또한 해결할 수 있을 것으로 보여 주목을 받고 있다.

교과서 55 쪽

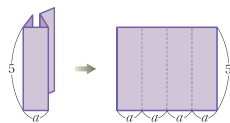
일차식과 수의 곱셈, 나눗셈을 어떻게 하는가?

생각 열기 **종이접기와 인공위성**

종이는 쉽게 휘고 구겨지는 특성이 있어, 일정한 규칙에 따라 접어 다양한 조형물을 만들 수 있다. 미국항공우주국(NASA)이 2010년 발사한 초소형 인공위성 '나노세일-D'는 가로 30 cm, 세로 10 cm, 높이 10 cm에 불과하지만 그 안에 가로, 세로의 길이가 각각 10 m나 되는 거대한 돛이 종이접기 기술로 접혀 있다. 이 돛은 두께가 약 0.0075 mm로 방패연처럼 펼쳐져 태양 빛을 받아 인공위성을 움직이게 한다.



탐구 활동 **세로의 길이가 5인 직사각형 모양의 종이를 오른쪽 그림과 같이 일정한 폭으로 접었다가 다시 펴보고, 다음 물음에 답하여 보자.**



1. 종이를 접었을 때, 접힌 종이의 한 면의 넓이를 식으로 나타내어 보자.
2. 종이를 폈을 때, 1에서 얻은 식을 이용하여 종이 전체의 넓이를 식으로 나타내어 보자.

가로의 길이가 a, 세로의 길이가 5인 직사각형 4개의 넓이는 $5a\times4$이고, 이 식은 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$5a\times4=(5\times a)\times4=5\times a\times4$$
$$=5\times4\times a=20\times a=20a$$

❶ 이와 같이 단항식과 수를 곱할 때에는 수끼리 곱하여 문자 앞에 쓴다.

보기 (1) $5x\times(-6)=5\times x\times(-6)=5\times(-6)\times x=-30x$
(2) $6\times\left(-\frac{1}{3}a\right)=6\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times a=-2a$

문제 3 다음을 계산하여라.

(1) $3x\times(-2)$ (2) $\left(-\frac{2}{5}\right)\times(-3x)$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 접힌 종이를 이용하여 일차식과 수의 곱셈, 나눗셈을 어떻게 하는지 알게 하려는 것이다.

1. 접힌 종이의 한 면의 가로의 길이는 a이고 세로의 길이는 5이므로 넓이는
$5\times a=\mathbf{5a}$

2. 종이 전체의 넓이는 접힌 종이의 한 면의 넓이의 4배와 같으므로
$\mathbf{5a\times4}$

본문 해설

❶ (단항식)×(수)는 문자의 계수와 수를 곱하여 계산한다. 이때 곱셈의 교환법칙과 결합법칙이 이용된다는 것을 알 수 있다.

예 $5x\times(-6)=5\times x\times(-6)$
$=5\times(-6)\times x$ ← 교환법칙
$=\{5\times(-6)\}\times x$ ← 결합법칙
$=-30\times x$
$=-30x$

3

목표| 단항식과 수의 곱셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $3x\times(-2)=3\times x\times(-2)$
$=3\times(-2)\times x=\mathbf{-6x}$

(2) $\left(-\frac{2}{5}\right)\times(-3x)=\left(-\frac{2}{5}\right)\times(-3)\times x=\mathbf{\frac{6}{5}x}$

기/초/력 향상 문제

다음을 계산하여라.

1 $2x\times3$

2 $\left(-\frac{5}{4}\right)\times(-2x)$

답 **1** $6x$ **2** $\frac{5}{2}x$

교과서 56 쪽

일차식과 수의 곱셈은 다음과 같이 분배법칙을 이용하여 그 수를 일차식의 각 항에 곱하여 계산한다.

❶ 분배법칙

$a(b+c)=ab+ac$

$(a+b)c=ac+bc$

수의 계산에서와 마찬가지로 문자가 들어 있는 식의 계산에서도 분배법칙이 성립한다.

$$7(2x+3)=7\times 2x+7\times 3$$
$$=14x+21$$

보기 (1) $3(a+2)=3\times a+3\times 2=3a+6$

(2) $(2x-4)\times \frac{1}{2}=2x\times \frac{1}{2}-4\times \frac{1}{2}=x-2$

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $2(8x-3)$　　(2) $-12\left(-\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}\right)$

단항식을 수로 나눌 때에는 다음과 같이 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

$$20a\div 4=20a\times \frac{1}{4}=20\times \frac{1}{4}\times a$$
$$=5\times a=5a$$

보기 $12a\div(-3)=12a\times\left(-\frac{1}{3}\right)=12\times\left(-\frac{1}{3}\right)\times a=-4a$

문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $8x\div(-7)$　　(2) $6x\div\left(-\frac{3}{2}\right)$

❷ 일차식을 수로 나눌 때에는 다음과 같이 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어 계산한다.

$$(3x-12)\div 3=(3x-12)\times \frac{1}{3}$$
$$=3x\times \frac{1}{3}+(-12)\times \frac{1}{3}$$
$$=x-4$$

보기 $(8x+6)\div(-2)=(8x+6)\times\left(-\frac{1}{2}\right)=8x\times\left(-\frac{1}{2}\right)+6\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-4x-3$

본문 해설

❶ 일차식과 수의 곱셈에서는 수에서의 분배법칙을 이용하여 계산한다.

$$a\times(b+c)=ab+ac$$

$$(a+b)\times c=ac+bc$$

4

목표 | 분배법칙을 이용하여 일차식과 수의 곱셈을 할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $2(8x-3)=2\times 8x+2\times(-3)$

$=16x+(-6)=\mathbf{16x-6}$

(2) $-12\left(-\frac{1}{3}x+\frac{1}{6}\right)$

$=(-12)\times\left(-\frac{1}{3}x\right)+(-12)\times\frac{1}{6}$

$=4x+(-2)=\mathbf{4x-2}$

5

목표 | 단항식과 수의 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $8x\div(-7)=8x\times\left(-\frac{1}{7}\right)$

$=8\times\left(-\frac{1}{7}\right)\times x$

$=\mathbf{-\frac{8}{7}x}$

(2) $6x\div\left(-\frac{3}{2}\right)=6x\times\left(-\frac{2}{3}\right)$

$=6\times\left(-\frac{2}{3}\right)\times x=\mathbf{-4x}$

본문 해설

❷ 일차식과 수의 나눗셈에서는 나누는 수의 역수를 곱하고, 분배법칙을 이용하여 계산한다.

$$(a+b)\div c=(a+b)\times\frac{1}{c}$$
$$=a\times\frac{1}{c}+b\times\frac{1}{c}$$
$$=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$$

읽/기/자/료 자주 쓰이는 문자 기호

d: 거리를 나타내는 기호로 영어 distance의 첫 글자이다.

h: 높이를 나타내는 기호로 영어 height의 첫 글자이다.

S: 넓이를 나타내는 기호로 영어 square의 첫 글자이다.

V: 부피를 나타내는 기호로 영어 volume의 첫 글자이다.

P: 점을 나타내는 기호로 영어 point의 첫 글자이다.

r: 반지름을 나타내는 기호로 영어 radius의 첫 글자이다.

교과서 57 쪽

문제 6 다음을 계산하여라.

(1) $(9y-3)\div3$　　(2) $(5y-7)\div(-1)$

동류항이란 무엇인가?

생각 열기 유채

유채는 노란 꽃을 피우는 두해살이풀로 우리나라에서는 제주도를 비롯한 남부 지방에 주로 분포한다. 꽃이 피는 3∼4월에는 다양한 축제가 열려 많은 사람들이 찾는다.

탐구 활동 태선이와 태민이는 오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 유채 꽃밭을 각각 가꾸고 있다. 다음 물음에 답하여 보자.

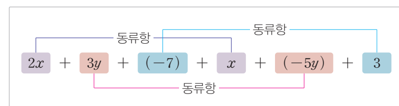
1. 태선이와 태민이가 가꾸고 있는 유채 꽃밭의 넓이를 각각 식으로 나타내어 보자.
2. 1에서 구한 식을 이용하여 유채 꽃밭의 전체 넓이를 식으로 나타내어 보자.
3. 가로의 길이가 $3+2=5$(m)임을 이용하여 전체 꽃밭의 넓이를 구하여 보자.

탐구 활동 1에서 태선이와 태민이가 가꾸고 있는 꽃밭의 넓이는 각각 $3x\,\text{m}^2$, $2x\,\text{m}^2$이므로 꽃밭 전체의 넓이는 $(3x+2x)\,\text{m}^2$이다.

❶ 여기서 $3x$, $2x$와 같이 문자와 차수가 서로 같은 항들을 그 문자에 대한 **동류항**이라고 한다.

보기 $2x+3y-7+x-5y+3$에서 문자 x에 대한 동류항은 $2x$, x, 문자 y에 대한 동류항은 $3y$, $-5y$, 상수항인 동류항은 -7, 3이다.

상수항끼리는 모두 동류항이다.



6

목표| 분배법칙을 이용하여 일차식과 수의 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(9y-3)\div3$

$=(9y-3)\times\frac{1}{3}$

$=9y\times\frac{1}{3}+(-3)\times\frac{1}{3}$

$=3y+(-1)$

$=\mathbf{3y-1}$

(2) $(5y-7)\div(-1)$

$=(5y-7)\times(-1)$

$=5y\times(-1)+(-7)\times(-1)$

$=\mathbf{-5y+7}$

생각 열기 참/고/자/료

유채는 두해살이풀로 줄기의 길이는 80∼130 cm 정도이고, 약 10 cm 길이의 꽃자루를 가진 홑꽃이 핀다. 3∼4월에 열리는 각 지역의 다양한 유채꽃 축제에 관광객들이 많이 방문하여 관광 산업에 일조를 하고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 꽃밭의 넓이를 이용하여 동류항의 개념을 도입하려는 것이다.

1. 태선이가 가꾸고 있는 꽃밭의 넓이는

$3\times x=\mathbf{3x(m^2)}$

태민이가 가꾸고 있는 꽃밭의 넓이는

$2\times x=\mathbf{2x(m^2)}$

2. 전체 꽃밭의 넓이는 두 꽃밭의 넓이를 더해야 하므로

$\mathbf{(3x+2x)\ m^2}$

3. 전체 꽃밭의 가로의 길이는 5 m이고, 세로의 길이는 x m이므로 전체 꽃밭의 넓이는

$5\times x=\mathbf{5x(m^2)}$

본문 해설

❶ 문자를 포함한 항에서 문자와 차수가 서로 같은 항을 동류항이라고 한다. 이때 문자에 대한 계수는 무관하다. 예를 들어 x^2과 $2x$는 문자만 같고 차수가 다르므로 동류항이 아니고, x^2과 $3y^2$은 차수만 같고 문자는 다르므로 동류항이 아니다.

교과서 58 쪽

문제 7 다음 식에서 동류항을 말하여라.

(1) $3x+6-x$　　(2) $5y+8+2y-3$

(3) $2a+\frac{a}{3}-2$　　(4) $4a-3b-a+2b$

분배법칙

$3x+2x=(3+2)x$

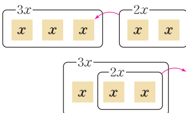
$3x-2x=(3-2)x$

❶ 다항식 $3x+2x$를 간단히 하면 다음과 같다.

$3x+2x=(3+2)x=5x$

마찬가지로 $3x-2x$를 간단히 하면 다음과 같다.

$3x-2x=(3-2)x=x$



이와 같이 동류항끼리의 덧셈 또는 뺄셈은 분배법칙을 이용하여 각 항의 계수의 합 또는 차에 그 동류항의 문자를 곱하면 된다.

예제 02 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $-2a+3a$　　(2) $3x-2-5x+4$

풀이 (1) $-2a+3a=(-2+3)a=a$

❷ (2) $3x-2-5x+4=3x-5x-2+4$
$=(3-5)x+(-2+4)$
$=-2x+2$

답 (1) a　(2) $-2x+2$

문제 8 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $6y-5-8y$　　(2) $\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}x$

(3) $7a-3+2a-4$　　(4) $-2b+7+5b-6$

7

목표| 다항식에서 동류항을 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) **$3x$와 $-x$**

(2) **$5y$와 $2y$, 8과 -3**

(3) **$2a$와 $\frac{a}{3}$**

(4) **$4a$와 $-a$, $-3b$와 $2b$**

본문 해설

❶ 동류항끼리의 덧셈과 뺄셈은 분배법칙을 이용하여 간단히 할 수 있다.
$3x+2x$는 $5x$로 간단히 할 수 있으나 $3x+2$는 $3x$와 2가 동류항이 아니므로 더 이상 간단히 할 수 없다.

❷ 문자를 포함하지 않은 상수항끼리는 모두 동류항으로 보고 계산하도록 한다.

8

목표| 다항식에서 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $6y-5-8y=6y-8y-5$
$=(6-8)y-5$
$=\mathbf{-2y-5}$

(2) $\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}x=\left(\frac{1}{2}-\frac{3}{4}\right)x$
$=\mathbf{-\frac{1}{4}x}$

(3) $7a-3+2a-4=7a+2a-3-4$
$=(7+2)a+(-3-4)$
$=\mathbf{9a-7}$

(4) $-2b+7+5b-6=-2b+5b+7-6$
$=(-2+5)b+(7-6)$
$=\mathbf{3b+1}$

지/도/자/료 동류항의 계산

문자를 포함한 식의 계산에서 $2x+3$을 $5x$로 답하는 경우가 많은데 이것은 상수항과 문자의 계수를 더하는 오류를 범했기 때문이다.

반면 $2x+3y$는 답을 쉽게 말하지 못하는 경우가 있다. 문자를 포함한 식의 계산 결과가 수의 계산의 결과처럼 하나의 값으로 나타나야 한다는 편견 때문이다. 그러나 문자가 다른 경우는 동류항이 아니므로 더 이상 계산하지 않는다는 것을 이해하도록 지도한다.

또한 $2x+3x=5x^2$ 또는 $2x+3x=5$로 답하는 경우가 있다. 이때는 $2x+3x=(2+3)x=5x$와 같이 동류항의 계수를 괄호로 묶어 계산하도록 지도한다.

기/초/력 향상 문제

다음 중에서 동류항을 찾아 말하여라.

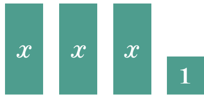
$$2x,\ -x^2,\ \frac{1}{3}y,\ 5y^2,\ x,\ -4y$$

답 $2x$와 x, $\frac{1}{3}y$와 $-4y$

탐구 활동의 이해

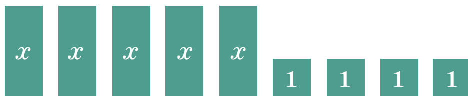
활동 목표 • 대수 타일을 이용하여 다항식과 다항식의 덧셈을 이해하게 하려는 것이다.

1. x인 대수 타일이 3개, 1인 대수 타일이 1개 있으므로 이것을 식으로 나타내면 $\mathbf{3x+1}$이다.



2. x인 대수 타일이 2개, 1인 대수 타일이 3개 있으므로 이것을 식으로 나타내면 $\mathbf{2x+3}$이다.

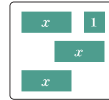
3. x인 대수 타일이 5개, 1인 대수 타일이 4개 있으므로 이것을 식으로 나타내면 $\mathbf{5x+4}$이다.

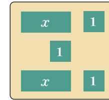


교과서 59 쪽

일차식의 덧셈과 뺄셈을 어떻게 하는가?

탐구 활동 두 개의 상자에 각각 다음과 같은 대수 타일이 들어 있다. 물음에 답하여 보자.

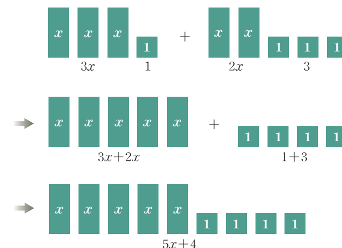




1. 흰색 상자 속에 들어 있는 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.
2. 노란색 상자 속에 들어 있는 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.
3. 두 상자 속의 대수 타일을 모두 꺼내어 모았을 때, 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내어 보자.

탐구 활동에서 흰색 상자와 노란색 상자 속에 들어 있는 대수 타일을 x를 사용한 식으로 나타내면 각각 $3x+1$, $2x+3$이다.

한편 두 상자 속의 대수 타일을 모두 꺼내어 모으면 다음과 같이 나타낼 수 있다.



지/도/자/료

대수 타일을 문자를 사용한 식으로 나타내고, 대수 타일을 이용하여 일차식의 덧셈을 할 수 있게 한다.

대수 타일의 모양이 다르면 함께 묶어 셀 수 없음을 구체적인 조작을 통해 알게 함으로써 다항식의 덧셈에서 동류항끼리만 계산이 가능함을 이해하게 한다.

읽/기/자/료 여러 가지 단위계

어떤 물리량을 측정할 때, 기준이 되는 일정량을 단위라고 한다. 단위는 어떤 양이든 임의로 크기를 약속할 수 있는데 단위를 여러 양에 대하여 각각 규정하면 이를 다룰 때 불편하므로 그 기본이 되는 몇 개의 단위를 정하여 사용한다. 이를 단위계라고 하는데 우리나라는 미터법이라고 부르는 SI단위계(International System of Units), cgs단위계(cm-gram-second)를 사용하고, 영국과 미국에서는 fps단위계(feet-pound-second)를 사용하고 있다.

다음의 표와 같이 서로 다른 단위를 같은 단위로 환산하는 방법을 통해 동류항끼리의 계산을 이해할 수 있다.

cm	m	in	ft
1	0.01	0.3937	0.03281
100	1	39.37	3.281
2.540	0.0254	1	0.08333
30.48	0.3048	12	1

교과서 60 쪽

❶ 이를 식으로 나타내면 다음과 같다.

$(3x+1)+(2x+3)=3x+1+2x+3$
$=3x+2x+1+3$
$=(3+2)x+(1+3)$
$=5x+4$

$$\begin{array}{r} 3x+1 \\ +)\ 2x+3 \\ \hline 5x+4 \end{array}$$

이와 같이 두 일차식의 덧셈은 먼저 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

문제 9 다음을 계산하여라.

(1) $(2x+5)+(x-3)$
(2) $(3x-4)+(1-x)$
(3) $(3a-2)+(5a+2)$
(4) $(-9a+3)+(9a-5)$

❷ 두 일차식의 뺄셈은 수의 뺄셈에서와 마찬가지로 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

예제 03 $(3x-4)-(2x+3)$을 계산하여라.

풀이 $(3x-4)-(2x+3)$
$=3x-4+(-2x-3)$
$=3x-4-2x-3$
$=3x-2x-4-3$
$=(3-2)x+(-4-3)$
$=x-7$

$$\begin{array}{r} 3x-4 \\ -)\ 2x+3 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 3x-4 \\ +)\ -2x-3 \\ \hline x-7 \end{array}$$

답 $x-7$

문제 10 다음을 계산하여라.

(1) $(4x+6)-(2x+1)$
(2) $(x+2)-(4x-3)$
(3) $(a-2)-(5a+7)$
(4) $(2a-4)-(3-6a)$

본문 해설

❶ 두 일차식의 덧셈은 먼저 괄호를 풀고, 동류항을 찾아 정리하여 식을 간단히 한다.
단순한 일차식의 덧셈은 일차항과 상수항끼리의 합으로 계산되므로 세로 셈을 활용하여 간단히 계산할 수도 있다.

9

목표| 두 일차식의 덧셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(2x+5)+(x-3)=2x+5+x-3$
$=2x+x+5-3$
$=\mathbf{3x+2}$

(2) $(3x-4)+(1-x)=3x-4+1-x$
$=3x-x-4+1$
$=\mathbf{2x-3}$

(3) $(3a-2)+(5a+2)=3a-2+5a+2$
$=3a+5a-2+2$
$=\mathbf{8a}$

(4) $(-9a+3)+(9a-5)=-9a+3+9a-5$
$=-9a+9a+3-5$
$=\mathbf{-2}$

본문 해설

❷ 일차식의 덧셈과 뺄셈에서 괄호를 풀 때에는 괄호 앞에 있는 부호나 수에 주의해야 한다.
일차식의 뺄셈은 수의 뺄셈에서와 같이 빼는 식의 부호를 바꾸어 덧셈으로 고쳐 계산한다. 이것은 빼는 식의 괄호 앞에 있는 부호 $-$를 -1로 생각하여 그 일차식에 -1을 곱해 주는 것과 같다.

10

목표| 두 일차식의 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(4x+6)-(2x+1)$
$=4x+6-2x-1$
$=4x-2x+6-1$
$=\mathbf{2x+5}$

(2) $(x+2)-(4x-3)=x+2-4x+3$
$=x-4x+2+3$
$=\mathbf{-3x+5}$

$$\begin{array}{r} x+2 \\ -)\ 4x-3 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} x+2 \\ +)\ -4x+3 \\ \hline -3x+5 \end{array}$$

(3) $(a-2)-(5a+7)=a-2-5a-7$
$=a-5a-2-7$
$=\mathbf{-4a-9}$

(4) $(2a-4)-(3-6a)=2a-4-3+6a$
$=2a+6a-4-3$
$=\mathbf{8a-7}$

$$\begin{array}{r} 2a-4 \\ -)\ 3-6a \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 2a-4 \\ -)\ -6a+3 \\ \hline \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 2a-4 \\ +)\ 6a-3 \\ \hline 8a-7 \end{array}$$

11

목표| 괄호가 있는 다항식의 덧셈과 뺄셈은 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼 다음 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $3(2a-5)+(a-4)$
$=6a-15+a-4$
$=6a+a-15-4$
$=\mathbf{7a-19}$

(2) $4(-y-5)-(-3y+6)$
$=-4y-20+3y-6$
$=-4y+3y-20-6$
$=\mathbf{-y-26}$

(3) $\frac{1}{3}(6b+9)+\frac{1}{2}(-8b-2)$
$=2b+3-4b-1$
$=2b-4b+3-1$
$=\mathbf{-2b+2}$

(4) $\frac{3x+1}{2}-\frac{x-4}{3}$
$=\frac{1}{2}(3x+1)-\frac{1}{3}(x-4)$
$=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}x+\frac{4}{3}$
$=\frac{3}{2}x-\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}+\frac{4}{3}$
$=\frac{9-2}{6}x+\frac{3+8}{6}$
$=\mathbf{\frac{7}{6}x+\frac{11}{6}}$

교과서 61 쪽

예제 04 $2(x+4)+3(2x-5)$를 계산하여라.

풀이 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼 다음 동류항끼리 모아서 간단히 하면
$2(x+4)+3(2x-5)=2x+8+6x-15$
$=2x+6x+8-15$
$=(2+6)x+(8-15)$
$=8x-7$

답 $8x-7$

문제 11 다음을 계산하여라.

(1) $3(2a-5)+(a-4)$
(2) $4(-y-5)-(-3y+6)$
(3) $\frac{1}{3}(6b+9)+\frac{1}{2}(-8b-2)$
(4) $\frac{3x+1}{2}-\frac{x-4}{3}$

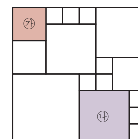
발전 문제 12 다음은 현수와 누나가 과수원에서 나눈 대화이다. 현수가 딴 사과의 개수를 x개라고 할 때, 물음에 답하여라.

현수: 누나가 나보다 사과 6개를 더 땄네.
누나: 그래? 그런데 어머니는 네가 딴 것의 5배를 따셨고, 아버지는 나와 어머니가 딴 것을 합한 개수보다 3개 적게 따셨어.

(1) 누나, 어머니, 아버지가 딴 사과의 개수를 x를 사용하여 식으로 나타내어라.
(2) 현수가 3개의 사과를 땄을 때, 현수네 가족 4명이 딴 사과의 개수의 합을 구하여라.

사고력 기르기
▸추론
의사소통
문제 해결

오른쪽 그림은 크기가 다른 네 종류의 정사각형들을 이어 붙여서 새로운 정사각형을 만든 것이다. 정사각형 ㉮의 한 변의 길이가 a일 때, 정사각형 ㉯의 한 변의 길이를 a를 사용한 식으로 나타내어 보자.



12

목표| 대화를 읽고, 식으로 나타낸 후 가족이 딴 사과의 개수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) • 누나가 딴 사과의 개수: $\mathbf{(x+6)}$**개**
• 어머니가 딴 사과의 개수: $5\times x=\mathbf{5x}$**(개)**
• 아버지가 딴 사과의 개수:
$(x+6)+5x-3=\mathbf{6x+3}$**(개)**

(2) 현수네 가족이 딴 사과의 개수는
$x+(x+6)+5x+(6x+3)$
$=x+x+6+5x+6x+3$
$=13x+9$(개)

따라서 $x=3$이므로 구하는 사과의 개수의 합은
$13\times3+9=\mathbf{48}$**(개)**

사고력 기르기 추론

출제 의도| 주어진 도형에서 길이 사이의 관계를 이해하고, 이를 식으로 나타내어 계산함으로써 일차식의 계산을 능숙하게 하기 위한 문제이다.

풀이| 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 ㉮의 한 변의 길이의 절반이므로 $\frac{1}{2}a$이다.
따라서 ㉯의 한 변의 길이는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이의 3배이므로 $\frac{1}{2}a\times3=\mathbf{\frac{3}{2}a}$이다.

교과서 62 쪽

이차식의 덧셈과 뺄셈은 어떻게 하는가?

탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 리모델링 공사 중에 발생하는 먼지를 차단하기 위해 건물의 옥상과 옆면을 직육면체 모양의 천막으로 덮었다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 사용한 천막의 넓이를 구하여라.

2. 1의 넓이를 나타낸 식에서 차수가 가장 큰 항을 말하여라.

탐구 활동에서 사용한 천막의 넓이를 구하면

$$6x^2+60x$$

이다.

❶ 문자 x에 관한 다항식 $6x^2+60x$는 두 개의 항 $6x^2$, $60x$로 이루어져 있다. 이 중에서 차수가 가장 큰 항인 $6x^2$의 차수가 2이므로 다항식 $6x^2+60x$는 이차식이다.

● 각 항의 차수 중 최고 차수가 2인 다항식을 이차식이라고 한다.

이차식의 덧셈과 뺄셈도 일차식의 덧셈과 뺄셈에서와 같이 괄호를 풀고, 동류항끼리 모아서 계산한다.

참고 이차식에서도 동류항은 문자와 차수가 같은 항을 말한다. 예를 들어 이차식 $x^2+2x-1+2x^2+3x+2$에서 동류항은 각각 x^2과 $2x^2$, $2x$와 $3x$, -1과 2이다.

예제 05 다음을 계산하여라.

(1) $(3x^2+x-2)+(2x^2-5x+6)$　　(2) $(3x^2+x-2)-(2x^2-5x+6)$

풀이 (1) $(3x^2+x-2)+(2x^2-5x+6)$
$=3x^2+x-2+2x^2-5x+6$
$=3x^2+2x^2+x-5x-2+6$
$=5x^2-4x+4$

$$\begin{array}{r} 3x^2+\ x-2 \\ +)\ 2x^2-5x+6 \\ \hline 5x^2-4x+4 \end{array}$$

● 뺄셈은 빼는 식의 각 항의 부호를 바꾸어 더한다.

(2) $(3x^2+x-2)-(2x^2-5x+6)$
$=3x^2+x-2-2x^2+5x-6$
$=3x^2-2x^2+x+5x-2-6$
$=x^2+6x-8$

$$\begin{array}{r} 3x^2+\ x-2 \\ -)\ 2x^2-5x+6 \\ \hline x^2+6x-8 \end{array}$$

답 (1) $5x^2-4x+4$　(2) x^2+6x-8

문제 13 다음을 계산하여라.

(1) $(x^2+3x-5)+(3x^2-x+2)$　　(2) $(3x^2+6x+4)-(2x^2+3x+1)$

(3) $2(3x^2+x-6)-5(x^2-x-2)$　　(4) $x^2-\{4x-3(x^2-x+5)+6\}$

13

목표| 이차식의 덧셈과 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(x^2+3x-5)+(3x^2-x+2)$
$=x^2+3x-5+3x^2-x+2$
$=\mathbf{4x^2+2x-3}$

(2) $(3x^2+6x+4)-(2x^2+3x+1)$
$=3x^2+6x+4-2x^2-3x-1$
$=\mathbf{x^2+3x+3}$

(3) $2(3x^2+x-6)-5(x^2-x-2)$
$=6x^2+2x-12-5x^2+5x+10$
$=\mathbf{x^2+7x-2}$

(4) $x^2-\{4x-3(x^2-x+5)+6\}$
$=x^2-(4x-3x^2+3x-15+6)$
$=x^2-(-3x^2+7x-9)$
$=x^2+3x^2-7x+9$
$=\mathbf{4x^2-7x+9}$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 리모델링에 사용된 천막의 넓이를 구해 봄으로써 이차식의 뜻을 알게 하려는 것이다.

1. 옥상 천막의 넓이는　$3x\times2x=6x^2$
네 옆면 천막의 넓이의 합은
$2\times(3x\times6)+2\times(2x\times6)=36x+24x=60x$
따라서 천막의 넓이는　$\mathbf{6x^2+60x}$

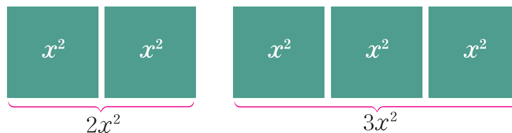
2. $\mathbf{6x^2}$

본문 해설

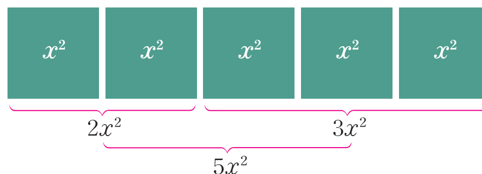
❶ 이차식이란 차수가 가장 높은 항의 차수가 2인 다항식으로 a^2-5a+3은 a에 관한 이차식, $4x^2-x$는 x에 관한 이차식이라고 한다.

지/도/자/료　대수 타일을 이용한 이차식의 동류항 계산

이차식도 일차식과 마찬가지로 대수 타일을 이용하여 다음과 같이 동류항끼리 계산할 수 있다. 식 $2x^2+3x^2$에서 $2x^2$은 x^2의 2배, $3x^2$은 x^2의 3배이므로 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.



따라서 $2x^2+3x^2$을 대수 타일을 이용하여 나타내면



➡ $2x^2+3x^2=(2+3)x^2=5x^2$

02 지수법칙

소단원 지도 목표

① $a^m \times a^n$을 계산할 수 있게 한다.
② $(a^m)^n$을 계산할 수 있게 한다.
③ $a^m \div a^n$을 계산할 수 있게 한다.
④ $(ab)^n$과 $\left(\frac{a}{b}\right)^n$을 계산할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 지수법칙은 지수가 자연수인 범위에서 단항식의 곱셈과 나눗셈을 하는 데 필요한 정도로만 다룬다.
2. 지수법칙을 이용하여 계산할 때에는 반드시 거듭제곱의 밑을 먼저 확인하도록 지도한다.
3. $a^m \div a^n$을 계산할 때에는 m과 n의 크기를 비교하여 계산할 수 있도록 하고 지수가 0이 되거나 음수가 되는 경우는 지도하지 않도록 한다.

생각 열기 참/고/자/료

바이러스에 대한 자세한 정보는 한국과학창의재단에서 운영하는 홈페이지 사이언스올(www.scienceall.com)에서 알아볼 수 있다. 한국과학창의재단에서는 이 밖에 과학 용어 사전, 과학 행사 일정 등 자세한 정보를 스마트 폰의 애플리케이션으로 제공하고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 바이러스의 분열을 이용하여 밑이 같은 거듭제곱의 곱을 하나의 거듭제곱으로 나타낼 수 있음을 이해하게 하려는 것이다.

1.

지난 시간(시간)	1	2	3	4	5	6
바이러스의 수(개)	2	4	8	**16**	**32**	**64**
거듭제곱으로 표현	2	2^2	$\mathbf{2^3}$	$\mathbf{2^4}$	$\mathbf{2^5}$	$\mathbf{2^6}$

2. 2시간 후의 바이러스의 수는 $2^2=4$, 3시간 후의 바이러스의 수는 $2^3=8$이다.
따라서 이 두 수의 곱은 $2^2\times2^3=4\times8=32=2^5$이므로 **5시간 후의 바이러스의 수와 같다.**

교과서 63 쪽

02 지수법칙

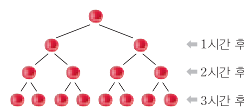
● 지수법칙을 이해한다.

$a^m \times a^n$은 어떻게 계산하는가?

생각 열기

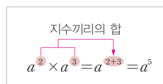
바이러스

동물, 식물 등 살아 있는 세포에 기생하는 작은 감염성 물질을 바이러스라고 한다. 바이러스는 스스로를 복제하는 특징이 있어 감기, 독감, 홍역 등 전염성 질병의 원인이 되기도 한다.



탐구 활동

1시간이 지나면 2개로 분열하는 바이러스가 있다. 다시 1시간이 지나면 각각 2개로 분열하여 4개의 바이러스가 된다고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 다음 표를 완성하여 보자.

지난 시간(시간)	1	2	3	4	5	6
바이러스의 수(개)	2	4	8			
거듭제곱으로 표현	2	2^2				

2. 1의 표에서 2시간 후의 바이러스의 수와 3시간 후의 바이러스의 수를 곱하면 몇 시간 후의 바이러스의 수와 같아지는지 말하여 보자.

밑이 같은 거듭제곱의 곱은 하나의 거듭제곱으로 간단히 나타낼 수 있다.

$$2^2\times2^3=(2\times2)\times(2\times2\times2)$$
$$=2\times2\times2\times2\times2=2^5$$

같은 방법으로 수 a에 대하여

$$a^2\times a^3=\underbrace{(a\times a)}_{2개}\times\underbrace{(a\times a\times a)}_{3개}$$
$$=\underbrace{a\times a\times a\times a\times a}_{(2+3)개}$$
$$=a^5$$

지수끼리의 합
$a^{2}\times a^{3}=a^{2+3}=a^5$

❶ 이다. 이때 a^5에서 지수 5는 a^2의 지수 2와 a^3의 지수 3의 합임을 알 수 있다.

본문 해설

❶ 밑이 같은 거듭제곱의 곱은 지수끼리 곱하지 않고 더하여 계산한다.
밑을 같게 할 수 없는 거듭제곱의 곱은 지수끼리 더하여 계산할 수 없다.
예 $3^2\times2^3=9\times8=72$
➡ $3^2\times2^3\neq3^{2+3}$, $3^2\times2^3\neq2^{2+3}$, $3^2\times2^3\neq6^{2+3}$

❷ $x^l\times x^m\times x^n=(x^l\times x^m)\times x^n=x^{l+m}\times x^n$
$=x^{l+m+n}$

❸ x는 x^1에서 1을 생략하고 나타낸 것으로 이것은 $x\times1$을 $1x$가 아니고 1을 생략하여 x로 나타내는 것과 같다.
따라서 밑이 같은 여러 개의 거듭제곱의 곱을 간단히 할 때에는 지수를 합하는 과정에서 1을 빠뜨리지 않도록 주의한다.

교과서 64 쪽

일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.

지수법칙 [1]
m, n이 자연수일 때

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

❷ 참고 지수법칙 [1]은 다음과 같이 세 개 이상의 거듭제곱의 곱에서도 성립한다.

$$a^4 \times a^3 \times a^2 = a^{4+3} \times a^2 = a^{4+3+2} = a^9$$

예제 01 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $5^2 \times 5^4$　　(2) $a^5 \times a^4$

❸ (3) $x \times x^2 \times x^3$　　(4) $a \times b^2 \times a^6 \times b^3$

풀이 (1) $5^2 \times 5^4 = 5^{2+4} = 5^6$
(2) $a^5 \times a^4 = a^{5+4} = a^9$
(3) $x \times x^2 \times x^3 = x^{1+2+3} = x^6$
(4) $a \times b^2 \times a^6 \times b^3 = a \times a^6 \times b^2 \times b^3$
$= a^{1+6} \times b^{2+3} = a^7 b^5$

답 (1) 5^6 (2) a^9 (3) x^6 (4) $a^7 b^5$

문제 1 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $7^3 \times 7^5$　　(2) $x^2 \times x^4$
(3) $a^3 \times b^2 \times a \times b^3$　　(4) $x \times y^4 \times x \times y^2 \times x^3$

사고력 기르기

추론
의사소통
▶문제 해결

1년은 약 3×10^7초이고, 빛의 속력은 약 3×10^5 km/s라고 한다. 빛이 1년 동안 진행하는 거리를 구하여 보자. (단, 속력은 평균 속력을 의미한다.)

교과서 65 쪽

$(a^m)^n$은 어떻게 계산하는가?

생각 열기 **구골(Googol)**

구골이란 1 다음에 0이 100개 붙은 수이다. 즉, 구골은 10^{100}이다. 구골이라는 이름을 붙인 것은 미국의 수학자 에드워드 캐스너의 9살짜리 조카였는데, '손이 아파서 더 이상 쓸 수 없을 정도인 수' 라고 설명하였다.

〈출처: 이광연, 멋진 세상을 만든 수학, 문학동네, 2011〉

탐구 활동 **다음 물음에 답하여 보자.**

1. $(3^4)^2$은 3^4을 몇 번 곱한 것인가?
2. $(3^4)^2$은 3을 몇 번 곱한 것인가?

● 지수법칙 [1]에서 m, n이 자연수일 때
$a^m \times a^n = a^{m+n}$
이므로
$3^4 \times 3^4 = 3^{4+4}$

수 a에 대하여 $(a^4)^2$을 a의 거듭제곱으로 간단히 나타내면 다음과 같다.

$$(a^4)^2 = a^4 \times a^4 = a^{4+4}$$
$$= a^{4\times2} = a^8$$

이때 a^8의 지수 8은 $(a^4)^2$의 두 지수 4와 2의 곱과 같음을 알 수 있다.

지수끼리의 곱
$(a^{4})^{2} = a^{4\times2} = a^8$

일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.

지수법칙 [2]
m, n이 자연수일 때

$$(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$$

예제 02 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(a^5)^3$　　(2) $(x^3)^7 \times x^4$

풀이 (1) $(a^5)^3 = a^{5\times3} = a^{15}$
(2) $(x^3)^7 \times x^4 = x^{3\times7} \times x^4 = x^{21} \times x^4 = x^{25}$

답 (1) a^{15} (2) x^{25}

1

목표 | 지수법칙 [1]을 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $7^3 \times 7^5 = 7^{3+5} = \mathbf{7^8}$

(2) $x^2 \times x^4 = x^{2+4} = \boldsymbol{x^6}$

(3) $a^3 \times b^2 \times a \times b^3 = a^3 \times a \times b^2 \times b^3 = a^{3+1} \times b^{2+3} = \boldsymbol{a^4 b^5}$

(4) $x \times y^4 \times x \times y^2 \times x^3 = x \times x \times x^3 \times y^4 \times y^2$
$= x^{1+1+3} \times y^{4+2} = \boldsymbol{x^5 y^6}$

사고력 기르기 문제 해결

출제 의도 | 밑이 같은 거듭제곱의 곱을 다양한 상황에서 활용하여 지수법칙 $a^m \times a^n = a^{m+n}$을 이해하게 하기 위한 문제이다.

풀이 | 1년이 약 3×10^7초이고, 빛의 속력이 약 3×10^5 km/초이므로 빛이 1년 동안 진행하는 거리는

$$(3 \times 10^7) \times (3 \times 10^5) = 3 \times 3 \times 10^7 \times 10^5$$
$$= 3 \times 3 \times 10^{7+5}$$
$$= \mathbf{9 \times 10^{12}\ (km)}$$

생각 열기 참/고/자/료

구골(Googol)은 10의 100제곱을 가리키는 수로써 우주의 모든 원자의 수보다 많은 상당히 큰 수이다.
이 수의 이름은 1938년 미국의 수학자 에드워드 캐스너(Edward Kasner)의 9살짜리 조카 밀턴 시로타(Milton Sirotta)에 의해 지어졌다. 캐스너는 이 수를 매우 큰 수와 무한대의 차이를 보이기 위해 고안하였고 이를 저서 "수학과 상상(Mathematics and the Imagination)"에 수록하였다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 거듭제곱의 거듭제곱이 의미하는 것을 알아봄으로써 지수법칙 $(a^m)^n = a^{mn}$을 이해하게 하려는 것이다.

1. $(3^4)^2 = 3^4 \times 3^4$이므로 $(3^4)^2$은 3^4을 **2번** 곱한 것이다.

2. $(3^4)^2 = 3^4 \times 3^4 = (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times (3 \times 3 \times 3 \times 3) = 3^8$
이므로 $(3^4)^2$은 3을 **8번** 곱한 것이다.

교과서 66 쪽

문제 2 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(a^3)^5$　　(2) $(x^6)^2$

(3) $(a^3)^2\times a^5$　　(4) $x^2\times(x^3)^7$

예제 03 $(a^4)^3\times ab^2$을 간단히 하여라.

풀이　$(a^4)^3\times ab^2=a^{12}\times ab^2=a^{12}\times a\times b^2$

$=a^{12+1}\times b^2=a^{13}b^2$

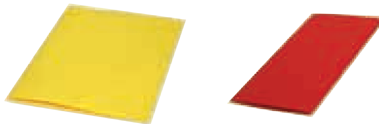
답　$a^{13}b^2$

문제 3 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(a^5)^2\times(b^4)^4$　　(2) $x^3y\times(y^2)^6$

창의 up

두께가 같은 종이 A, B가 있다. A는 반씩 12번 접고 B는 삼등분씩 6번 접는다면 어느 종이가 더 두꺼운지 설명하여라.



2

목표| 지수법칙[1], [2]를 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(a^3)^5=a^{3\times5}=\boldsymbol{a^{15}}$

(2) $(x^6)^2=x^{6\times2}=\boldsymbol{x^{12}}$

(3) $(a^3)^2\times a^5=a^{3\times2}\times a^5=a^6\times a^5$

$=a^{6+5}=\boldsymbol{a^{11}}$

(4) $x^2\times(x^3)^7=x^2\times x^{3\times7}=x^2\times x^{21}$

$=x^{2+21}=\boldsymbol{x^{23}}$

3

목표| 지수법칙[1], [2]를 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(a^5)^2\times(b^4)^4=a^{5\times2}\times b^{4\times4}=\boldsymbol{a^{10}b^{16}}$

(2) $x^3y\times(y^2)^6=x^3\times y\times y^{2\times6}=\boldsymbol{x^3y^{13}}$

창의 UP

출제 의도| 지수법칙을 이용하여 두 수의 크기를 비교할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 종이를 반씩 접으면 종이의 두께는 2배가 되고, 삼등분씩 접으면 종이의 두께는 3배가 되므로 A는 처음 두께의 2^{12}배, B는 처음 두께의 3^6배이다. 따라서 $2^{12}=(2^2)^6=4^6=4096$, $3^6=729$이므로 **A의 두께가 B의 두께보다 두껍다.**

읽/기/자/료　명주실의 두께

태조 이성계가 조선을 세우기 전 석왕사에서 무학 대사와 만나 이야기를 나눴다. 무학 대사는 명주실 한 타래를 가지고 와서 다음과 같이 질문하였다.

"명주실 한 가닥을 반으로 접어 두 겹이 되게 하고, 접은 것을 다시 반으로 접어 4겹이 되게 하고, 이와 같이 반으로 접어 가기를 30번 계속하면 마지막 굵기가 얼마나 되겠습니까?"

그러자 이성계는 절의 기둥을 가리키며 대답했다.

"그 굵기는 저 기둥 정도가 될 것 같습니다."

실제로 명주실 한 가닥을 30번 접은 굵기는 어느 정도나 될까? 보통의 명주실을 100가닥을 겹치면 굵기가 성냥개비 한 개 정도의 굵기인 1 mm^2 가량 된다. 명주실을 한 번 접으면 2가닥, 2번 접으면 $2^2=4$가닥, …, 30번 접으면 $2^{30}=1073741824$가닥을 겹쳐 놓은 것과 같다. 따라서 100가닥을 겹쳐 놓은 굵기가 약 1 mm^2이므로 30번 접은 것의 굵기는 약 10737418 mm^2이고 이것은 넓이가 10.7 m^2인 원기둥, 즉 밑면의 지름의 길이가 3.7 m인 원기둥의 굵기와 같다.

교과서 67 쪽

$a^m \div a^n$은 어떻게 계산하는가?

탐구 활동 다음과 같이 나눗셈을 분수로 나타낼 때, □ 안에 알맞은 식 또는 수를 써넣어 보자.

1. $3^5 \div 3^2 = \dfrac{3\times3\times3\times3\times3}{\square} = 3^{\square}$

2. $3^2 \div 3^2 = \dfrac{\square}{\square} = \square$

3. $3^2 \div 3^5 = \dfrac{\square}{\square} = \dfrac{1}{3^{\square}}$

❶ 0이 아닌 수 a에 대하여 $a^5 \div a^3$, $a^3 \div a^3$, $a^3 \div a^5$을 a의 거듭제곱으로 간단히 나타내면 다음과 같다.

$$a^5 \div a^3 = \frac{a^5}{a^3} = \frac{a\times a\times a\times a\times a}{a\times a\times a} = a\times a = a^2$$

$$a^3 \div a^3 = \frac{a^3}{a^3} = \frac{a\times a\times a}{a\times a\times a} = 1$$

$$a^3 \div a^5 = \frac{a^3}{a^5} = \frac{a\times a\times a}{a\times a\times a\times a\times a} = \frac{1}{a\times a} = \frac{1}{a^2}$$

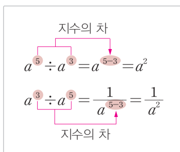
여기서

$$a^5 \div a^3 = a^{5-3}$$

$$a^3 \div a^3 = 1$$

$$a^3 \div a^5 = \frac{1}{a^{5-3}}$$

임을 알 수 있다.



일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.

앞으로는 특별한 언급이 없어도 나누는 수는 0이 아닌 것으로 생각한다.

지수법칙 [3]

$a \neq 0$이고, m, n이 자연수일 때

(1) $m > n$이면 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

(2) $m = n$이면 $a^m \div a^n = 1$

(3) $m < n$이면 $a^m \div a^n = \dfrac{1}{a^{n-m}}$

본문 해설

❶ $a \neq 0$이고, m, n이 자연수일 때, a의 거듭제곱끼리의 나눗셈을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = \frac{\overbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}^{m개}}{\underbrace{a\times a\times a\times\cdots\times a}_{n개}}$$

이므로

• $m > n$일 때
약분하면 분자에 a가 $(m-n)$개 남으므로
$a^m \div a^n = a^{m-n}$

• $m = n$일 때
분자와 분모가 모두 약분되므로
$a^m \div a^n = 1$

• $m < n$일 때
약분하면 분모에 a가 $(n-m)$개 남으므로
$a^m \div a^n = \dfrac{1}{a^{n-m}}$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 밑이 같은 거듭제곱끼리의 나눗셈을 분수로 나타내어 계산하여 봄으로써 지수법칙 $a^m \div a^n$을 이해하게 하려는 것이다.

1. $3^5 \div 3^2 = \dfrac{3\times3\times3\times3\times3}{\boxed{3\times3}} = 3^{\boxed{3}}$

2. $3^2 \div 3^2 = \dfrac{\boxed{3\times3}}{\boxed{3\times3}} = \boxed{1}$

3. $3^2 \div 3^5 = \dfrac{\boxed{3\times3}}{\boxed{3\times3\times3\times3\times3}} = \dfrac{1}{3^{\boxed{3}}}$

지/도/자/료

1. $a^m \div a^n$을 계산할 때에는 먼저 지수 m, n의 크기를 비교하여 지수의 차를 이용하고, $m < n$일 때에는 분수로 나타낼 수 있도록 지도한다.

2. $m = n$일 때에는 지수법칙을 외워서 적용한다는 것보다 $A \div A = 1$과 마찬가지로 곧바로 답을 얻도록 지도한다.

3. $2^2 \div 2^5 = 2^{2-5} = 2^{-3}$과 같이 지수를 정수 범위로 확장하지 않도록 유의하여 지도한다.

4. $a^m \div a^n = a^{m \div n}$으로 생각하거나
$a^m \div a^n = \dfrac{a^m}{a^n} = \dfrac{m}{n}$ 또는 $\dfrac{a^n}{b^n} = \dfrac{a}{b}$와 같이 생각하지 않도록 유의하여 지도한다.

교과서 68 쪽

예제 04 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^5 \div a$　(2) $x^4 \div x^4$　(3) $b^2 \div b^6$

풀이 (1) $a^5 \div a = a^{5-1} = a^4$

(2) $x^4 \div x^4 = 1$

(3) $b^2 \div b^6 = \frac{1}{b^{6-2}} = \frac{1}{b^4}$

답 (1) a^4　(2) 1　(3) $\frac{1}{b^4}$

문제 4 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^6 \div a^3$　(2) $x^3 \div x^8$

(3) $y^2 \div y^2$　(4) $x \div x^5$

예제 05 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $x^4 \div (x^8 \div x^5)$　(2) $(x^7)^2 \div (x^6)^3$

풀이 (1) $x^4 \div (x^8 \div x^5) = x^4 \div x^{8-5} = x^4 \div x^3 = x^{4-3} = x$

(2) $(x^7)^2 \div (x^6)^3 = x^{7\times2} \div x^{6\times3} = x^{14} \div x^{18} = \frac{1}{x^{18-14}} = \frac{1}{x^4}$

답 (1) x　(2) $\frac{1}{x^4}$

문제 5 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $a^7 \div a^4 \div a$　(2) $a^9 \div (a^6 \div a)$

(3) $(x^4)^2 \div (x^3)^3$　(4) $(x^2)^4 \div x^3 \div x^5$

사고력 기르기

추론
▶의사소통
문제 해결

$a^{10} \times a^6 \times a^5$과 $a^{10} \times (a^6 \times a^5)$, $a^{10} \div a^6 \div a^5$과 $a^{10} \div (a^6 \div a^5)$을 각각 계산해 보고, 어떤 차이가 있는지 토의하여 보자.

교과서 69 쪽

$(ab)^n$과 $\left(\frac{a}{b}\right)^n$은 어떻게 계산하는가?

탐구 활동 $(2\times5)^4$과 $\left(\frac{2}{5}\right)^3$을 2와 5의 거듭제곱으로 나타내려고 한다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

1. $(2\times5)^4 = (2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5) = 2^{\square}\times5^{\square}$
2. $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5} = \frac{2^{\square}}{5^{\square}}$

두 수 a, b에 대하여 $(ab)^2$과 $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ $(b\neq0)$은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(ab)^2 = ab\times ab = a\times b\times a\times b$$
$$= a\times a\times b\times b = a^2b^2$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a}{b}\times\frac{a}{b} = \frac{a\times a}{b\times b} = \frac{a^2}{b^2}$$

$(ab)^2 = a^2b^2$
$\left(\frac{a}{b}\right)^2 = \frac{a^2}{b^2}$

일반적으로 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.

지수법칙 [4]
n이 자연수일 때
$$(ab)^n = a^nb^n,\quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}\ (b\neq0)$$

예제 06 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(ab)^4$　(2) $\left(\frac{a}{b}\right)^7$

풀이 (1) $(ab)^4 = a^4b^4$　(2) $\left(\frac{a}{b}\right)^7 = \frac{a^7}{b^7}$

답 (1) a^4b^4　(2) $\frac{a^7}{b^7}$

4

목표| 지수법칙[3]을 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = \boldsymbol{a^3}$

(2) $x^3 \div x^8 = \frac{1}{x^{8-3}} = \boldsymbol{\frac{1}{x^5}}$

(3) $y^2 \div y^2 = \mathbf{1}$

(4) $x \div x^5 = \frac{1}{x^{5-1}} = \boldsymbol{\frac{1}{x^4}}$

5

목표| 지수법칙[2], [3]을 이용하여 복잡한 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $a^7 \div a^4 \div a = a^{7-4} \div a = a^3 \div a = a^{3-1} = \boldsymbol{a^2}$

(2) $a^9 \div (a^6 \div a) = a^9 \div a^{6-1} = a^9 \div a^5 = a^{9-5} = \boldsymbol{a^4}$

(3) $(x^4)^2 \div (x^3)^3 = x^{4\times2} \div x^{3\times3} = x^8 \div x^9 = \frac{1}{x^{9-8}} = \boldsymbol{\frac{1}{x}}$

(4) $(x^2)^4 \div x^3 \div x^5 = x^{2\times4} \div x^3 \div x^5 = x^{8-3} \div x^5 = x^5 \div x^5 = \mathbf{1}$

사고력 기르기 의사소통

출제 의도| 거듭제곱의 곱셈에서는 결합법칙이 성립하지만 나눗셈에서는 결합법칙이 성립하지 않는다는 것을 이해하게 하기 위한 문제이다.

풀이| $a^{10} \times a^6 \times a^5 = a^{10+6} \times a^5 = a^{16} \times a^5 = a^{16+5} = a^{21}$이고, $a^{10} \times (a^6 \times a^5) = a^{10} \times a^{6+5} = a^{10} \times a^{11} = a^{10+11} = a^{21}$이다.

한편 $a^{10} \div a^6 \div a^5 = a^{10-6} \div a^5 = a^4 \div a^5 = \frac{1}{a^{5-4}} = \frac{1}{a}$이고, $a^{10} \div (a^6 \div a^5) = a^{10} \div a^{6-5} = a^{10} \div a = a^{10-1} = a^9$이다.

밑이 같은 거듭제곱의 곱셈의 결과는 지수의 덧셈으로 나타나고, 자연수는 덧셈에 대하여 결합법칙이 성립하므로 밑이 같은 세 거듭제곱의 곱셈도 결합법칙이 성립한다. 그러나 밑이 같은 거듭제곱의 나눗셈의 결과는 지수의 뺄셈으로 나타나고, 자연수는 뺄셈에 대하여 결합법칙이 성립하지 않으므로 밑이 같은 세 거듭제곱의 나눗셈은 순서대로 계산해야 한다.

교과서 70 쪽

문제 6 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $(ab)^6$　　(2) $\left(\dfrac{x^3}{y^4}\right)^2$

(3) $(a^2b^3)^2\times a^2b$　　(4) $(a^2b^5)^3\div a^4b^9$

문제 7 다음 표는 동양에서 사용하는 수의 다양한 표현들을 거듭제곱의 형태로 나타낸 것이다. 이 표에서 항하사는 인도 갠지스 강의 모래의 수라는 뜻으로 10^{52}을 나타낸다. 무량수는 항하사의 몇 배인지 거듭제곱으로 나타내어라.

큰 수의 거듭제곱 표현

수	거듭제곱	수	거듭제곱
만	10^4	항하사	10^{52}
억	10^8	아승기	10^{56}
조	10^{12}	불가사의	10^{64}
경	10^{16}	무량수	10^{68}

사고력 기르기

추론
의사소통
▶문제 해결

다음과 같이 a^2, a^5, $(\quad)^2$, $\times$, $\div$를 한 번씩만 사용하여 a, a^6, a^7, a^9, a^{10}의 값을 각각 나타내어 보자. (단, 모두 사용할 필요는 없다.)

$$a^5\div a^2=a^3,\ (a^2)^2=a^4,\ (a^5)^2\div a^2=a^8$$

단원 과제

앞의 단원 과제에 대하여 다음을 해결하여 보자.

지구의 지름은 약 1.27×10^4 km이고, 태양의 지름은 약 1.39×10^6 km이다. 지구를 지름이 1.2 cm인 구라고 하면 태양의 지름은 얼마일지 지수법칙을 이용하여 계산하여라.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 곱의 거듭제곱과 분수의 거듭제곱을 간단히 나타내어 봄으로써 지수법칙[4]를 이해하게 하려는 것이다.

1. $(2\times5)^4$
$=(2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5)\times(2\times5)$
$=2\times2\times2\times2\times5\times5\times5\times5$
$=2^{\boxed{4}}\times5^{\boxed{4}}$

2. $\left(\dfrac{2}{5}\right)^3=\dfrac{2}{5}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{2\times2\times2}{5\times5\times5}=\dfrac{2^{\boxed{3}}}{5^{\boxed{3}}}$

6

목표| 지수법칙[4]를 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(ab)^6=\boldsymbol{a^6b^6}$

(2) $\left(\dfrac{x^3}{y^4}\right)^2=\dfrac{(x^3)^2}{(y^4)^2}=\dfrac{x^{3\times2}}{y^{4\times2}}=\boldsymbol{\dfrac{x^6}{y^8}}$

(3) $(a^2b^3)^2\times a^2b=(a^2)^2(b^3)^2\times a^2b$
$=a^{2\times2}b^{3\times2}\times a^2b$
$=a^4b^6\times a^2b$
$=a^4\times a^2\times b^6\times b$
$=\boldsymbol{a^6b^7}$

(4) $(a^2b^5)^3\div a^4b^9=(a^2)^3(b^5)^3\div a^4b^9$
$=a^{2\times3}b^{5\times3}\div a^4b^9$
$=a^6b^{15}\div a^4b^9$
$=\dfrac{a^6b^{15}}{a^4b^9}=\boldsymbol{a^2b^6}$

참고| n, p, q가 자연수일 때
$(a^pb^q)^n=a^{pn}b^{qn}$
$\left(\dfrac{a^p}{b^q}\right)^n=\dfrac{a^{pn}}{b^{qn}}\ (b\neq0)$

7

목표| 지수법칙[3]을 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 무량수는 10^{68}이고, 항하사는 10^{52}을 나타내므로 무량수는 항하사의 $10^{68}\div10^{52}=10^{68-52}=\boldsymbol{10^{16}}$**(배)**이다.

사고력 기르기 문제 해결

출제 의도| 지수법칙을 이용하여 목표한 값을 만들어 봄으로써 지수법칙을 능숙하게 이용할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| $a^5\div(a^2)^2=a$, $(a^5\div a^2)^2=a^6$, $a^5\times a^2=a^7$, $a^5\times(a^2)^2=a^9$, $(a^5)^2=a^{10}$

단원 과제

$\dfrac{(\text{태양의 지름})}{(\text{지구의 지름})}=\dfrac{1.39\times10^6}{1.27\times10^4}=\dfrac{1.39}{1.27}\times10^2$이고, 이 값은 약 109이다. 따라서 지구를 지름이 1.2 cm인 구라고 하면 태양은 지름이 지구의 109배인 **130 cm**인 구이다.

03 다항식의 곱셈과 나눗셈

소단원 지도 목표

① 단항식의 곱셈을 할 수 있게 한다.
② 단항식과 다항식의 곱셈을 할 수 있게 한다.
③ 단항식의 나눗셈을 할 수 있게 한다.
④ 단항식의 곱셈과 나눗셈의 혼합 계산을 할 수 있게 한다.
⑤ 다항식을 단항식으로 나눌 수 있게 한다.

교과서 71 쪽

03 다항식의 곱셈과 나눗셈

● (단항식) × (다항식), (다항식) ÷ (단항식)을 할 수 있다.

단항식의 곱셈은 어떻게 하는가?

생각 열기 **초콜릿(chocolate)**

초콜릿은 카카오나무 열매의 씨로 만든 가루에 우유, 설탕, 향료 등을 섞어 만든 음식이다. 초콜릿이라는 말은 멕시코 인들이 카카오나무의 열매로 만든 음료를 초콜라틀(chocolatl)이라고 한 것에서 유래되었다고 한다.

탐구 활동 오른쪽 그림은 가로의 길이가 $4a$이고 세로의 길이가 $3b$인 직사각형 모양의 초콜릿이다. 다음 물음에 답하여 보자.

4a
3b

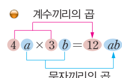
1. 초콜릿 전체의 넓이를 구하는 식을 써 보자.
2. 초콜릿 한 조각의 넓이를 구하여 보자.
3. 초콜릿 전체의 넓이는 초콜릿 한 조각의 넓이의 몇 배인가?

탐구 활동에서 초콜릿의 넓이는

$$4a\times3b$$

로 나타낼 수 있다.

❶ 이것을 곱셈의 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 계산하면 다음과 같다.



$$\begin{aligned}4a\times3b&=4\times a\times3\times b\\&=4\times3\times a\times b\\&=(4\times3)\times(a\times b)\\&=12ab\end{aligned}$$

(교환법칙, 결합법칙)

여기서 $12ab$는 계수끼리의 곱 12와 문자끼리의 곱 ab의 곱으로 되어 있음을 알 수 있다.

이와 같이 단항식의 곱셈은 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 곱하여 계산한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 단항식의 곱셈과 나눗셈을 할 때에는 지수법칙을 적절히 이용할 수 있도록 한다.

2. 단항식의 곱셈과 나눗셈에서 계수는 계수끼리, 문자는 문자끼리 계산한다는 것을 강조한다.

3. 단항식의 곱셈과 나눗셈의 결과는 단항식의 표현과 마찬가지로 문자보다 숫자를 먼저 쓰고 문자는 알파벳 순서로 나타내도록 한다.

4. 단항식과 다항식의 곱셈은 수와 다항식의 곱셈에서와 마찬가지로 분배법칙을 이용하여 계산할 수 있도록 한다.

5. 다항식과 단항식의 나눗셈은 문제에 따라 적절하게 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산할 수 있도록 한다.

6. 다항식과 단항식의 나눗셈은 나누는 식이 단항식이고 그 몫이 다항식인 것만 다룬다.

생각 열기 참 / 고 / 자 / 료

최초로 초콜릿을 만든 사람들은 3천여 년 전 멕시코, 중앙아메리카 지역에 살았던 문명인들(올멕 족과 마야 인)이었다. 이러한 초콜릿을 15세기 말에 콜럼버스(Columbus, C. ; 1451～1506)가 가지고 돌아가 유럽에 전해지게 되었다. 그후 16세기 중반에 멕시코를 탐험한 코르테스(Cortés, H. ; 1485～1547)가 에스파냐의 귀족이나 부유층에 소개하면서 유럽 전역에 퍼졌고, 점점 세계 각국으로 확대되었다.
우리나라에는 대한 제국 말기에 외국인 요리사 손탁에 의하여 황실에 처음으로 소개되었다.

새로 나온 용어와 기호

• 전개(展開, expansion)
• 전개식(展開式, expansion)

교과서 72 쪽

예제 01 다음을 계산하여라.

(1) $4a\times5b$ (2) $(-3x)^2\times2y$

풀이 (1) $4a\times5b=4\times5\times a\times b$
$=20ab$
(2) $(-3x)^2\times2y=(-3)^2\times x^2\times2\times y$
$=9\times2\times x^2\times y$
$=18x^2y$

답 (1) $20ab$ (2) $18x^2y$

문제 1 다음을 계산하여라.

(1) $3a\times(-7b)$ (2) $-8x\times(-2y^3)$
(3) $5ab\times(-a^3b)$ (4) $(-2x)^2\times5x^3y$

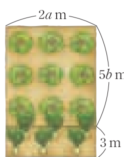
(단항식)×(다항식)은 어떻게 계산하는가?

생각 열기 **주말 농장**

주말 농장은 도시민이 도시 근교의 농지를 빌려 주말이나 휴일에 채소를 길러 보며 전원생활을 느낄 수 있도록 한 곳이다. 도시민들은 주말 농장을 통하여 직접 기른 채소를 먹을 수 있을 뿐만 아니라 채소를 가꾸는 과정을 체험할 수 있다.

탐구 활동 수연이네 가족은 오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 텃밭에 배추와 무를 기르고 있다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 전체 텃밭의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 얼마인가?
2. 1에서 얻은 식을 이용하여 전체 텃밭의 넓이를 식으로 나타내어 보자.
3. 전체 텃밭의 넓이를 배추밭의 넓이와 무밭의 넓이의 합으로 나타내어 보자.



탐구 활동의 이해

활동 목표 • 초콜릿의 전체 넓이와 한 조각의 넓이를 비교해 봄으로써 단항식의 곱셈 방법을 알게 하려는 것이다.

1. 초콜릿 전체의 가로의 길이는 $4a$이고, 세로의 길이는 $3b$이므로 초콜릿 전체의 넓이는 $\mathbf{4a\times3b}$이다.

2. 초콜릿 한 조각의 가로의 길이는 a이고, 세로의 길이는 b이므로 초콜릿 한 조각의 넓이는 $\mathbf{ab}$이다.

3. 초콜릿 전체가 12조각으로 이루어져 있으므로 초콜릿 전체의 넓이는 초콜릿 한 조각의 넓이의 **12배**이다.

본문 해설

❶ 단항식의 곱셈은 곱셈의 교환법칙 $a\times b=b\times a$, 곱셈의 결합법칙 $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$를 이용하여 계수끼리의 곱, 문자끼리의 곱으로 단순화할 수 있도록 한다.

1

목표 | 단항식의 곱셈을 할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $3a\times(-7b)=3\times(-7)\times a\times b$
$=\mathbf{-21ab}$
(2) $-8x\times(-2y^3)=(-8)\times(-2)\times x\times y^3$
$=\mathbf{16xy^3}$
(3) $5ab\times(-a^3b)=5\times(-1)\times a\times a^3\times b\times b$
$=\mathbf{-5a^4b^2}$
(4) $(-2x)^2\times5x^3y=(-2)^2\times x^2\times5\times x^3\times y$
$=4\times5\times x^2\times x^3\times y$
$=\mathbf{20x^5y}$

생각 열기 참/고/자/료

주말 농장은 직접 씨를 뿌리고 수확하는 자체만으로도 도시민들에게 충분히 즐거움을 준다. 최근에는 건강에 좋은 음식에 대한 인식이 늘어나면서 단순히 아이들의 교육과 주말의 여가를 위해 농사를 짓는 것 외에도 내 손으로 '믿을 만한' 농산물을 수확하기 위해 주말 농장을 이용하는 경우도 많아졌다.

현재 각 지방의 농업협동조합에서는 전국 110여 개의 농장을 도시민에게 연결해 주고 있으며 개인이 운영하는 농장도 다수 있다.

농장 체험, 작물 재배법 등에 대한 자세한 정보는 주말농장 홈페이지(www.weeknfarm.com)에서 찾아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 밭 전체의 넓이를 배추밭과 무밭의 넓이의 합으로 나타내어 봄으로써 단항식과 다항식의 곱셈 방법을 알게 하려는 것이다.

1. 전체 텃밭의 가로의 길이: $\mathbf{2a}$ **m**
전체 텃밭의 세로의 길이: $\mathbf{(5b+3)}$ **m**

2. $\mathbf{2a(5b+3)}$ $\mathbf{m^2}$

3. $\mathbf{2a(5b+3)=10ab+6a}$

본문 해설

❶ 단항식과 다항식의 곱셈도 수와 다항식의 곱셈에서와 같이 다항식의 각 항에 단항식을 각각 곱하여 계산한다. 식을 전개할 때에는 분배법칙을 이용하고, 전개한 식을 정리할 때에는 덧셈에 대한 교환법칙과 결합법칙을 이용하여 동류항끼리 모아서 계산한다. 이때 문자끼리의 계산에서는 지수법칙을 이용하여 간단히 나타낸다.

교과서 73 쪽

수와 다항식의 곱셈
$2(3a+4)$
$=2\times3a+2\times4$
$=6a+8$

단항식과 다항식의 곱셈도 수와 다항식의 곱셈과 마찬가지로 분배법칙을 이용하여 계산한다.

예를 들어

❶ $2a(5b+3)=2a\times5b+2a\times3$
$=10ab+6a$

이다.

이와 같이 단항식과 다항식의 곱셈에서 괄호를 풀어 하나의 다항식으로 나타내는 것을 **전개**한다고 하며, 전개하여 얻은 식을 **전개식**이라고 한다.

전개
$2a(5b+3)=10ab+6a$
전개식

보기 $3x(x+2y-1)=3x\times x+3x\times2y+3x\times(-1)$
$=3x^2+6xy-3x$

문제 2 다음 식을 전개하여라.

(1) $x(3x+2y)$
(2) $-3a(2a-b)$
(3) $4a(2a+5b-1)$
(4) $2x(-5x+3y-1)$

예제 02 $x(3x+5y)-4x(2x-y)$를 계산하여라.

풀이 $x(3x+5y)-4x(2x-y)$
$=x\times3x+x\times5y-4x\times2x-4x\times(-y)$
$=3x^2+5xy-8x^2+4xy$
$=-5x^2+9xy$

답 $-5x^2+9xy$

문제 3 다음을 계산하여라.

(1) $a(2a-3)+2a(a+1)$
(2) $x(x-3)+7x(x-1)$
(3) $3a(a+b)-6a(a-b)$
(4) $\frac{x}{2}(4x-12)-3x(x-2)$

2

목표| 분배법칙을 이용하여 단항식과 다항식의 곱을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $x(3x+2y)=x\times3x+x\times2y$
$=\mathbf{3x^2+2xy}$

(2) $-3a(2a-b)=-3a\times2a-3a\times(-b)$
$=\mathbf{-6a^2+3ab}$

(3) $4a(2a+5b-1)$
$=4a\times2a+4a\times5b+4a\times(-1)$
$=\mathbf{8a^2+20ab-4a}$

(4) $2x(-5x+3y-1)$
$=2x\times(-5x)+2x\times3y+2x\times(-1)$
$=\mathbf{-10x^2+6xy-2x}$

3

목표| 분배법칙을 이용하여 단항식과 다항식의 곱을 전개하고, 동류항끼리 모아서 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $a(2a-3)+2a(a+1)$
$=a\times2a+a\times(-3)+2a\times a+2a\times1$
$=2a^2-3a+2a^2+2a=\mathbf{4a^2-a}$

(2) $x(x-3)+7x(x-1)$
$=x\times x+x\times(-3)+7x\times x+7x\times(-1)$
$=x^2-3x+7x^2-7x=\mathbf{8x^2-10x}$

(3) $3a(a+b)-6a(a-b)$
$=3a\times a+3a\times b-6a\times a-6a\times(-b)$
$=3a^2+3ab-6a^2+6ab=\mathbf{-3a^2+9ab}$

(4) $\frac{x}{2}(4x-12)-3x(x-2)$
$=\frac{x}{2}\times4x+\frac{x}{2}\times(-12)-3x\times x-3x\times(-2)$
$=2x^2-6x-3x^2+6x=\mathbf{-x^2}$

교과서 74 쪽

단항식의 나눗셈은 어떻게 하는가?

탐구 활동

오른쪽 그림은 인터넷 쇼핑몰에서 주문한 부피가 $12ab$인 택배 상자이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 한 밑면의 넓이가 $4a$일 때 높이를 구하는 식을 써 보자.

$\square \div \square$

2. 1에서 구한 식을 분수로 나타내어 보자.

탐구 활동에서 택배 상자의 높이를 구하는 식은

$$12ab \div 4a$$

로 나타낼 수 있다.

❶ 이때 단항식의 나눗셈은 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 다음과 같이 계산한다.

$$12ab \div 4a = 12ab \times \frac{1}{4a} = 12 \times \frac{1}{4} \times ab \times \frac{1}{a} = 3b$$

$$12ab \div 4a = \frac{12ab}{4a} = \frac{12 \times a \times b}{4 \times a} = 3b$$

예제 03 다음을 계산하여라.

(1) $14ab^2 \div 2ab$　　(2) $(-6x)^2 \div (-9x)$

풀이 (1) $14ab^2 \div 2ab = \frac{14ab^2}{2ab} = 7b$

(2) $(-6x)^2 \div (-9x) = \frac{36x^2}{-9x} = -4x$

답 (1) $7b$　(2) $-4x$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 직육면체의 부피와 밑넓이를 이용하여 높이를 구해 봄으로써 단항식의 나눗셈은 분수로 나타내어 계산할 수 있음을 알게 하려는 것이다.

1. 직육면체 모양의 택배 상자의 부피가 $12ab$이고, 밑넓이가 $4a$이므로 높이는 $\boxed{\mathbf{12ab}} \div \boxed{\mathbf{4a}}$이다.

2. $\dfrac{\mathbf{12ab}}{\mathbf{4a}}$

본문 해설

❶ 단항식의 나눗셈을 하는 방법은 다음과 같이 두 가지가 있다. 두 가지 방법 중 문제에 따라 적절히 이용한다.

(1) 나누는 수의 역수 곱하기

예 $6x^3 \div \frac{2}{3}x = 6x^3 \times \frac{3}{2x} = 6 \times \frac{3}{2} \times x^3 \times \frac{1}{x} = 9x^2$

(2) 분수로 고친 후 약분하기

예 $28x^3 \div 4x^5 = \frac{28x^3}{4x^5} = \frac{28 \times x \times x \times x}{4 \times x \times x \times x \times x \times x} = \frac{7}{x^2}$

주의| (1) $\frac{2}{3}x = \frac{2x}{3}$에서 역수는 $\frac{3}{2x}$이므로 역수를 $\frac{3x}{2}$로 생각하지 않도록 유의한다.

지/도/자/료

$24xy \div 3y$를 $24xy \div 3 \times y$ 즉, $\frac{24xy}{3} \times y$로 생각하지 않도록 유의하여 지도한다. 이와 같은 오해의 여지가 있는 경우 $(24xy) \div (3y)$와 같이 괄호를 사용하여 뜻을 분명히 하는 것도 지도의 한 방법이다.

읽/기/자/료 생활 속 동양의 수

아주 짧은 시간에 어떤 일이 일어났을 때 "워낙 순식간에 일어난 일이라……" 또는 "자리에 앉으려는 찰나……"와 같은 말을 사용한다. 여기서 '순식', '찰나'라는 말은 아주 짧은 시간을 뜻한다. 우리가 무심코 사용하는 이러한 말이 얼마나 작은 수인지 다음 표를 통해 확인할 수 있다.

$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10^2}$	$\frac{1}{10^3}$	$\frac{1}{10^4}$	$\frac{1}{10^5}$	$\frac{1}{10^6}$
분(分)	리(釐)	모(毛)	사(絲)	홀(忽)	미(微)
$\frac{1}{10^7}$	$\frac{1}{10^8}$	$\frac{1}{10^9}$	$\frac{1}{10^{10}}$	$\frac{1}{10^{11}}$	$\frac{1}{10^{12}}$
섬(纖)	사(沙)	진(塵)	애(埃)	묘(渺)	막(漠)
$\frac{1}{10^{13}}$	$\frac{1}{10^{14}}$	$\frac{1}{10^{15}}$	$\frac{1}{10^{16}}$	$\frac{1}{10^{17}}$	$\frac{1}{10^{18}}$
모호(模糊)	준순(逡巡)	수유(須臾)	순식(瞬息)	탄지(彈指)	찰나(刹那)

교과서 75 쪽

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $16x^9 \div 2x^3$　　(2) $-27a^3b \div (-9a)$

(3) $30x^7y \div (-6x^3y)$　　(4) $(-5a^3b^4)^2 \div 5ab^5$

예제 04 다음을 계산하여라.

(1) $(3x)^2 \div 6x^3 \times 2x^4$　　(2) $8ab^5 \times (-a^3) \div 2b^2$

● 곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식의 계산은 나눗셈을 곱셈으로 바꾸어서 계산한다.

풀이 (1) $(3x)^2 \div 6x^3 \times 2x^4 = 9x^2 \times \frac{1}{6x^3} \times 2x^4$

$= 3x^3$

(2) $8ab^5 \times (-a^3) \div 2b^2 = -8a^4b^5 \times \frac{1}{2b^2}$

$= -4a^4b^3$

답 (1) $3x^3$　(2) $-4a^4b^3$

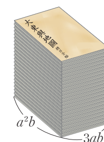
문제 5 다음을 계산하여라.

(1) $2x^4 \times 6x^2 \div 4x^3$　　(2) $(-6ab)^2 \div 9a^2 \div 2b$

(3) $-3xy^2 \times 4x^3y \div 6xy$　　(4) $9a^2b \div 3ab^3 \times 2a^4b$

실생활

문제 6 오른쪽 그림은 1861년 김정호가 제작한 22권의 대동여지도를 직육면체 모양으로 쌓은 것이다. 이것의 부피가 $6a^5b^4$이라고 할 때, 높이를 구하는 식을 쓰고 계산하여라.



사고력 기르기

추론
▶의사소통
문제 해결

$12ab \div 4a$를 $12 \times a \times b \div 4 \times a$로 계산할 수 있는지 토의하여 보자.

4

목표| 단항식의 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $16x^9 \div 2x^3 = \frac{16x^9}{2x^3} = \mathbf{8x^6}$

(2) $-27a^3b \div (-9a) = \frac{-27a^3b}{-9a} = \mathbf{3a^2b}$

(3) $30x^7y \div (-6x^3y) = \frac{30x^7y}{-6x^3y} = \mathbf{-5x^4}$

(4) $(-5a^3b^4)^2 \div 5ab^5 = 25a^6b^8 \div 5ab^5$

$= \frac{25a^6b^8}{5ab^5} = \mathbf{5a^5b^3}$

5

목표| 단항식의 곱셈과 나눗셈이 혼합되어 있는 식을 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2x^4 \times 6x^2 \div 4x^3 = 12x^6 \times \frac{1}{4x^3} = \mathbf{3x^3}$

(2) $(-6ab)^2 \div 9a^2 \div 2b = 36a^2b^2 \times \frac{1}{9a^2} \times \frac{1}{2b}$

$= \mathbf{2b}$

(3) $-3xy^2 \times 4x^3y \div 6xy = -12x^4y^3 \times \frac{1}{6xy}$

$= \mathbf{-2x^3y^2}$

(4) $9a^2b \div 3ab^3 \times 2a^4b = 9a^2b \times \frac{1}{3ab^3} \times 2a^4b$

$= \mathbf{\frac{6a^5}{b}}$

6

목표| 단항식의 곱셈과 나눗셈의 원리를 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| $\mathbf{6a^5b^4 \div (a^2b \times 3ab)} = 6a^5b^4 \div 3a^3b^2$

$= \frac{6a^5b^4}{3a^3b^2}$

$= \mathbf{2a^2b^2}$

사고력 기르기 의사소통

출제 의도| 곱셈 기호 ×가 생략되어 있는 단항식의 나눗셈을 할 때, 나누는 식은 괄호가 있는 것으로 생각하여 계산해야 함을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| $12ab \div 4a = \frac{12ab}{4a} = \frac{12 \times a \times b}{4 \times a} = 3b$이고

$12 \times a \times b \div 4 \times a = 12 \times a \times b \times \frac{1}{4} \times a = 3a^2b$이므로

$12ab \div 4a$를 $12 \times a \times b \div 4 \times a$로 **계산할 수 없다.**

읽/기/자/료 대동여지도

대동여지도는 분합이 자유롭게 22권으로 만들어 상하를 잇대면 도별 지도가 되고, 전부 연결하면 전국 지도가 되도록 제작하여 쓰임에 따라 이용하기 편리하다. 또 접으면 책 크기가 되어 휴대까지도 용이하게 제작되었다.
22권의 책을 펼치면 세로 6.7 m, 가로 3.8 m 크기로 우리나라에서 가장 큰 전국 지도 중 하나이다.

교과서 76 쪽

(다항식)÷(단항식)은 어떻게 계산하는가?

생각 열기 케이크

이집트 벽화를 보면 밀가루를 반죽하여 케이크를 만드는 사람들의 모습을 볼 수 있다. 오늘날 케이크는 촛불로 장식을 하여 축하할 때나 무병장수를 기원할 때 많이 사용한다. 케이크에 촛불로 장식을 하는 것은 중세 독일 농민들의 '킨데페스테'라는 어린이 생일 축하 행사에서 시작되었다고 전해진다.

〈출처: 조민영, 케이크, 김영사, 2004〉

탐구 활동 오른쪽 그림과 같은 삼각기둥 모양의 조각 케이크의 한 밑면의 넓이는 $2a$, 부피는 $4a^2+6ab$라고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 조각 케이크의 높이를 (부피)÷(한 밑면의 넓이)로 나타내어 보자.
2. 1의 식을 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸어 나타내어 보자.

다항식을 단항식으로 나눌 때에도 다항식을 수로 나눌 때와 마찬가지로 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산한다.

예를 들어 $(4a^2+6ab)\div 2a$를 계산하면 다음과 같다.

$\frac{x+y}{a}=\frac{x}{a}+\frac{y}{a}$

$(4a^2+6ab)\div 2a$
$=(4a^2+6ab)\times\frac{1}{2a}$
$=4a^2\times\frac{1}{2a}+6ab\times\frac{1}{2a}$
$=2a+3b$

$(4a^2+6ab)\div 2a$
❶ $=\frac{4a^2+6ab}{2a}$
$=\frac{4a^2}{2a}+\frac{6ab}{2a}$
$=2a+3b$

다항식을 단항식으로 나눌 때에는 각 항의 부호에 주의한다.

보기 (1) $(9a^2-3ab)\div 3a=\frac{9a^2-3ab}{3a}=\frac{9a^2}{3a}-\frac{3ab}{3a}=3a-b$

(2) $(8x^2-4x)\div(-2x)=\frac{8x^2-4x}{-2x}=\frac{8x^2}{-2x}-\frac{4x}{-2x}=-4x+2$

문제 7 다음을 계산하여라.

(1) $(-5a^2+15ab)\div 5a$　　(2) $(x^3-3x^2-x)\div(-x)$

생각 열기 참/고/자/료

케이크(cake)는 서양에서 만들어진 과자의 일종이다. 보통 빵에 크림을 바르고 과일 등을 얹은 것을 가리키지만, 페이스트리(pastry) 또는 치즈케이크나 핫케이크(hot cake)와 같이 크림이나 과일을 얹지 않은 것, 그리고 차게 해서 굳힌 것 등 여러 가지 종류가 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 조각 케이크의 높이를 부피와 한 밑면의 넓이에 대한 식으로 나타내어 보고, 이를 곱셈으로 바꾸어 계산하여 봄으로써 다항식을 단항식으로 나누는 방법을 추측할 수 있도록 하려는 것이다.

1. 조각 케이크의 높이: $\mathbf{(4a^2+6ab)\div 2a}$

2. $\mathbf{(4a^2+6ab)\times\frac{1}{2a}}$

본문 해설

❶ $\frac{4a^2+6ab}{2a}$를 약분할 때, $2a$는 분자 $4a^2+6ab$의 공통의 분모이므로 반드시 $\frac{4a^2}{2a}+\frac{6ab}{2a}=2a+3b$로 계산하여야 한다. 즉, 분수인 다항식에서 하나의 항만을 약분하여 $\frac{4a^2+6ab}{2a}=2a+6ab$ 또는 $\frac{4a^2+6ab}{2a}=4a^2+3b$로 계산하지 않도록 한다.

7

목표| 다항식을 단항식으로 나눌 수 있게 한다.

풀이| (1) $(-5a^2+15ab)\div 5a$
$=\frac{-5a^2+15ab}{5a}=\frac{-5a^2}{5a}+\frac{15ab}{5a}$
$=\mathbf{-a+3b}$

(2) $(x^3-3x^2-x)\div(-x)$
$=\frac{x^3-3x^2-x}{-x}=\frac{x^3}{-x}-\frac{3x^2}{-x}-\frac{x}{-x}$
$=\mathbf{-x^2+3x+1}$

지/도/자/료

1. 나눗셈은 역수를 이용하여 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산할 수 있음을 이용하여 다항식을 단항식으로 나누는 방법을 설명한다. 이때 곱셈과 마찬가지로 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀어 전개할 수 있도록 지도한다.

2. $(3a^2+ab)\div\left(-\frac{3}{4}a\right)$와 같이 나누는 단항식의 계수가 분수일 때 $(3a^2+ab)\times\left(-\frac{4}{3}a\right)$와 같이 $-\frac{3}{4}a$의 역수를 $-\frac{4}{3}a$로 잘못 생각하여 계산하지 않도록 지도한다.
즉, $-\frac{3}{4}a=-\frac{3a}{4}$이므로 그 역수는 $-\frac{4}{3a}$임을 이해하게 한다.

본문 해설

❶ 다항식을 단항식으로 나누는 계산을 분수로 바꾸어 계산할 때, 분수 앞에 '−' 부호가 있으면 나누는 식의 분자에 괄호가 있는 것으로 생각한다.

$$-\frac{A+B}{C}=\frac{-(A+B)}{C}=\frac{-A-B}{C}=-\frac{A}{C}-\frac{B}{C}$$

$$-\frac{A-B}{C}=\frac{-(A-B)}{C}=\frac{-A+B}{C}=-\frac{A}{C}+\frac{B}{C}$$

8

목표| 분수로 나타내어진 (다항식)÷(단항식)을 계산할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{6x-15x^2}{3x}+\frac{4y^2-12xy}{4y}$

$=2-5x+y-3x=\boldsymbol{-8x+y+2}$

(2) $\frac{x^4-2x^3+x^2}{x^2}-\frac{8x^3+2x^2-4x}{2x}$

$=x^2-2x+1-4x^2-x+2$

$=\boldsymbol{-3x^2-3x+3}$

9

목표| (다항식)÷(단항식)과 혼합 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(8a^2-4a)\div 2a-(3a^2+2a)\div a$

$=\frac{8a^2-4a}{2a}-\frac{3a^2+2a}{a}$

$=(4a-2)-(3a+2)$

$=4a-2-3a-2=\boldsymbol{a-4}$

(2) $\{3x(x-5)-x(7x-3)\}\div 2x$

$=\frac{3x(x-5)-x(7x-3)}{2x}$

$=\frac{3x^2-15x-7x^2+3x}{2x}$

$=\frac{-4x^2-12x}{2x}=\boldsymbol{-2x-6}$

교과서 77 쪽

예제 05 다음을 계산하여라.

(1) $\frac{4a^2+6ab}{2a}+\frac{5ab-10b^2}{5b}$ (2) $x(2x-7)-(16x^3+8x^2)\div 4x$

풀이 (1) $\frac{4a^2+6ab}{2a}+\frac{5ab-10b^2}{5b}=(2a+3b)+(a-2b)$

$=3a+b$

❶ (2) $x(2x-7)-(16x^3+8x^2)\div 4x=2x^2-7x-\frac{16x^3+8x^2}{4x}$

$=2x^2-7x-4x^2-2x$

$=-2x^2-9x$

답 (1) $3a+b$ (2) $-2x^2-9x$

문제 8 다음을 계산하여라.

(1) $\frac{6x-15x^2}{3x}+\frac{4y^2-12xy}{4y}$

(2) $\frac{x^4-2x^3+x^2}{x^2}-\frac{8x^3+2x^2-4x}{2x}$

발전 **문제 9** 다음을 계산하여라.

(1) $(8a^2-4a)\div 2a-(3a^2+2a)\div a$

(2) $\{3x(x-5)-x(7x-3)\}\div 2x$

사고력 기르기

▸추론
의사소통
문제 해결

다음은 명수와 상희가 계산한 것이다. 계산에서 틀린 곳을 각각 찾아 그 이유를 설명하고, 바르게 계산하여 보자.

명수: $-\frac{4x^2y^3+6x^3y}{2xy}=-2xy^2+3x^2$

상희: $-\frac{4x^2y^3+6x^3y}{2xy}=-2xy^2-6x^3y$

사고력 기르기 추론

출제 의도| 다항식을 단항식으로 나누는 계산을 분수로 바꾸어 계산할 때, 분수 앞에 '−' 부호가 있으면 분자의 각 항의 부호를 바꾸어야 하고, 분모를 분자의 각 항과 각각 약분해야 함을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 명수는 분자의 두 번째 항 $6x^3y$의 부호를 바꾸지 않았고, 상희는 분자의 $6x^3y$를 약분하지 않았다. 따라서 바르게 계산하면 다음과 같다.

$$-\frac{4x^2y^3+6x^3y}{2xy}=\frac{-4x^2y^3-6x^3y}{2xy}=-\frac{4x^2y^3}{2xy}-\frac{6x^3y}{2xy}=\boldsymbol{-2xy^2-3x^2}$$

교과서 78 쪽

04 곱셈 공식

● 다항식의 곱셈의 원리를 이해하여 곱셈을 할 수 있다.

$(a+b)(c+d)$는 어떻게 전개하는가?

생각 열기 전자책(e-Book)

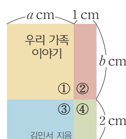
책을 전자책으로 제작하거나 다운로드를 받아 태블릿 피시(PC)로 읽는 사람들을 볼 수 있다. 전문적인 지식이 없더라도 다양한 디자인으로 자신만의 전자책을 꾸밀 수 있고, 여러 종류의 책을 많이 가지고 다닐 수 있는 이점이 있어 사용자가 증가하고 있다.

탐구 활동 오른쪽 그림은 민서가 직접 만든 전자책의 표지이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 표지의 가로의 길이와 세로의 길이는 각각 얼마인가?

2. 1에서 얻은 식을 이용하여 표지의 넓이를 식으로 나타내어 보자.

3. 표지의 넓이를 ①, ②, ③, ④의 넓이의 합으로 나타내어 보자.

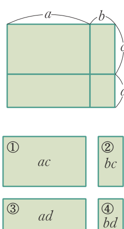


가로의 길이가 $a+b$이고, 세로의 길이가 $c+d$인 직사각형의 넓이는 $(a+b)(c+d)$이다.

이것은 오른쪽 그림에서 알 수 있듯이 4개의 직사각형 ①, ②, ③, ④의 넓이의 합과 같으므로

$$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$$

이다.



한편 다음과 같이 분배법칙을 이용하여 이 등식이 항상 성립함을 밝힐 수 있다.

❶ $(a+b)(c+d)$

$=(a+b)M$ ← $c+d$를 M으로 놓는다.

$=aM+bM$ ← 분배법칙

$=a(c+d)+b(c+d)$ ← M에 $c+d$를 대입한다.

$=ac+ad+bc+bd$ ← 분배법칙

● $a(c+d)+b(c+d)$
$=ac+ad+bc+bd$

04 곱셈 공식

소단원 지도 목표

① 다항식과 다항식의 곱셈을 할 수 있게 한다.

② 다항식의 곱셈의 원리를 이용하여 여러 가지 곱셈 공식을 유도할 수 있게 한다.

③ 곱셈 공식을 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 두 다항식의 곱을 전개할 때 괄호로 묶인 식을 하나의 문자처럼 생각할 수 있도록 지도한다.

2. 다항식의 구조를 파악하여 적절한 곱셈 공식을 적용할 수 있도록 지도한다.

3. 곱셈 공식은 다음의 경우만 다룬다.

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

생각 열기 참/고/자/료

전자책(e-book)은 전자 기기로 볼 수 있는 텍스트 또는 이미지로 구성된 출판물을 일컫는 말로 이북(e-book), 디지털북(digital-book)이라고도 불린다. 보통 전자책은 전용 리더에서 읽을 수 있지만 최근 태블릿 피시(PC), 스마트폰에서도 볼 수 있게 개발되어 많은 사람들이 사용하고 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 전자책 표지의 넓이와 각 부분의 넓이를 구해 봄으로써 다항식과 다항식의 곱셈 방법을 알게 하려는 것이다.

1. 표지의 가로의 길이: **$(a+1)$ cm**

표지의 세로의 길이: **$(b+2)$ cm**

2. **$(a+1)(b+2)$ cm²**

3. ①의 넓이가 ab cm², ②의 넓이가 b cm², ③이 넓이가 $2a$ cm², ④의 넓이가 2 cm² 이므로 표지의 넓이는 **$(ab+b+2a+2)$ cm²**

본문 해설

❶ $(a+1)(b+2)$에서 $a+1=A$로 놓으면

$$\begin{aligned}(a+1)(b+2)&=A(b+2)\\&=Ab+2A\\&=(a+1)b+2(a+1)\\&=ab+b+2a+2\end{aligned}$$

이것은 $b+2=M$으로 놓고 계산한 것과 같다.

1

목표| 분배법칙을 이용하여 다항식과 다항식의 곱을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(a+3)(b+2)$

$=a\times b+a\times 2+3\times b+3\times 2$

$=\mathbf{ab+2a+3b+6}$

(2) $(x+5)(y-3)$

$=x\times y+x\times(-3)+5\times y+5\times(-3)$

$=\mathbf{xy-3x+5y-15}$

(3) $(a-5)(b-7)$

$=a\times b+a\times(-7)-5\times b-5\times(-7)$

$=\mathbf{ab-7a-5b+35}$

(4) $(x-8)(y+1)$

$=x\times y+x\times 1-8\times y-8\times 1$

$=\mathbf{xy+x-8y-8}$

교과서 79 쪽

즉, $(a+b)(c+d)$는 분배법칙을 이용하여 다음과 같이 전개할 수 있다.

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$ (❶ ❷ ❸ ❹)

예제 01 $(a+5)(b-2)$를 전개하여라.

$(a+5)(b-2)$
$=ab-2a+5b-10$

풀이 $(a+5)(b-2)=a\times b+a\times(-2)+5\times b+5\times(-2)$
$=ab-2a+5b-10$

답 $ab-2a+5b-10$

문제 1 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+3)(b+2)$ (2) $(x+5)(y-3)$
(3) $(a-5)(b-7)$ (4) $(x-8)(y+1)$

다항식과 다항식의 곱을 전개하였을 때, 전개식에 동류항이 있으면 동류항을 모아서 간단히 정리한다.

예를 들어 두 다항식의 곱 $(a+4)(a-5)$를 전개하면 다음과 같다.

$(a+4)(a-5)=a\times a+a\times(-5)+4\times a+4\times(-5)$
$=a^2-5a+4a-20$
$=a^2-a-20$

문제 2 다음 식을 전개하여라.

식을 전개한 후 동류항끼리 모아서 간단히 한다.

(1) $(a+6)(a+2)$ (2) $(x+4)(x-5)$
(3) $(a+5)(a-1)$ (4) $(x-7)(x-3)$

문제 3 다음 식을 전개하여라.

(1) $(2a+1)(a-3)$ (2) $(x-8)(3x+1)$
(3) $(3b-4)(b-5)$ (4) $(y-1)(2y+1)$

2

목표| 분배법칙을 이용하여 다항식과 다항식의 곱을 전개하고, 동류항끼리 모아서 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(a+6)(a+2)$

$=a\times a+a\times 2+6\times a+6\times 2$

$=a^2+2a+6a+12$

$=\mathbf{a^2+8a+12}$

(2) $(x+4)(x-5)$

$=x\times x+x\times(-5)+4\times x+4\times(-5)$

$=x^2-5x+4x-20$

$=\mathbf{x^2-x-20}$

(3) $(a+5)(a-1)$

$=a\times a+a\times(-1)+5\times a+5\times(-1)$

$=a^2-a+5a-5$

$=\mathbf{a^2+4a-5}$

(4) $(x-7)(x-3)$

$=x\times x+x\times(-3)-7\times x-7\times(-3)$

$=x^2-3x-7x+21$

$=\mathbf{x^2-10x+21}$

3

목표| 분배법칙을 이용하여 다항식과 다항식의 곱을 전개하고, 동류항끼리 모아서 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(2a+1)(a-3)=2a^2-6a+a-3$

$=\mathbf{2a^2-5a-3}$

(2) $(x-8)(3x+1)=3x^2+x-24x-8$

$=\mathbf{3x^2-23x-8}$

(3) $(3b-4)(b-5)=3b^2-15b-4b+20$

$=\mathbf{3b^2-19b+20}$

(4) $(y-1)(2y+1)=2y^2+y-2y-1$

$=\mathbf{2y^2-y-1}$

참고| $(a+1)(b+2)$를 전개하면 $a\times b+a\times 2+1\times b+1\times 2$이고, 이것을 간단히 하면 $ab+2a+b+2$이다. 이러한 과정이 충분히 이해되면 다항식과 다항식을 곱할 때 중간 과정을 생략하고 $(a+1)(b+2)=ab+2a+b+2$와 같이 바로 전개할 수 있게 한다.

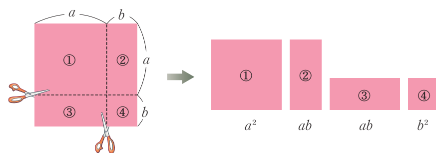
교과서 80 쪽

$(a+b)^2$, $(a-b)^2$은 어떻게 전개하는가?

탐구 활동

● 준비물
색종이, 가위

다음 그림과 같이 정사각형 모양의 색종이를 두 개의 정사각형과 두 개의 직사각형으로 잘랐을 때, 물음에 답하여 보자.



1. 처음 색종이의 넓이를 거듭제곱으로 나타내어 보자.

2. 처음 색종이의 넓이를 ①, ②, ③, ④의 넓이의 합으로 나타내어 보자.

다항식의 곱셈에서 특수한 꼴의 곱셈은 공식을 이용하면 쉽게 전개할 수 있다. 이제 곱셈 공식에 대하여 알아보자.

$(a+b)^2$은 분배법칙을 이용하여 다음과 같이 전개할 수 있다.

● $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a+b)^2\neq a^2+b^2$

$$(a+b)^2=(a+b)(a+b)$$
$$=a^2+ab+ab+b^2$$
$$=a^2+2ab+b^2$$

$(a+b)(a+b)$

같은 방법으로 $(a-b)^2$도 다음과 같이 전개할 수 있다.

❶
$$(a-b)^2=(a-b)(a-b)$$
$$=a^2-ab-ab+b^2$$
$$=a^2-2ab+b^2$$

$(a-b)(a-b)$

이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 [1]

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 처음 색종이의 넓이와 색종이의 부분의 넓이의 합을 구하여 봄으로써 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$임을 이해하게 하려는 것이다.

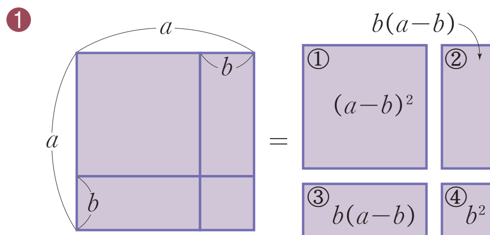
1. 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이가 $a+b$이므로 처음 색종이의 넓이는
$(a+b)(a+b)=\mathbf{(a+b)^2}$

2. ①의 넓이가 a^2, ②의 넓이가 ab, ③의 넓이가 ab, ④의 넓이가 b^2이므로 처음 색종이의 넓이는
$a^2+ab+ab+b^2=\mathbf{a^2+2ab+b^2}$

참고| 주어진 그림에서 각 영역의 넓이를 구하여 직관적으로 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$임을 이해할 수 있도록 지도한다.

본문 해설

❶



①=(전체 정사각형의 넓이)−②−③−④

$$(a-b)^2=a^2-b(a-b)-b(a-b)-b^2$$
$$=a^2-ab+b^2-ab+b^2-b^2$$
$$=a^2-2ab+b^2$$

지/도/자/료

$(-a-b)^2=(a+b)^2$임을 다음과 같은 방법으로 설명할 수 있다.

1. $(-a-b)^2=\{(-a)-b\}^2$
$=(-a)^2-2\times(-a)\times b+b^2$
$=a^2+2ab+b^2$
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$이므로
$(-a-b)^2=(a+b)^2$은 성립한다.

2. $(-a-b)^2=\{-(a+b)\}^2$
$=(a+b)^2$
$=a^2+2ab+b^2$
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$이므로
$(-a-b)^2=(a+b)^2$은 성립한다.

읽/기/자/료 남 · 북한 수학 용어 비교

북한에서는 많은 학문 용어를 순우리말로 바꾸어 사용한다고 한다. 다항식에서 사용되는 수학 용어는 우리와 어떻게 다른지 알아보고, 용어의 의미를 음미해 보자.

남한의 용어	북한의 용어
항	마디
단항식	홑마디식
다항식	여러마디식
동류항	한또래마디
문자식	글자식
등호	같은기호, 같기표
교환법칙	바꿈법칙
결합법칙	묶음법칙
역수	거꿀수

4

목표| 곱셈 공식[1]을 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(a+5)^2=a^2+2\times a\times5+5^2$
$=\mathbf{a^2+10a+25}$

(2) $(b-9)^2=b^2-2\times b\times9+9^2$
$=\mathbf{b^2-18b+81}$

(3) $(x+y)^2=x^2+2\times x\times y+y^2$
$=\mathbf{x^2+2xy+y^2}$

(4) $(x-y)^2=x^2-2\times x\times y+y^2$
$=\mathbf{x^2-2xy+y^2}$

5

목표| 곱셈 공식[1]을 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(3x+2)^2=(3x)^2+2\times3x\times2+2^2$
$=\mathbf{9x^2+12x+4}$

(2) $(4x-5)^2=(4x)^2-2\times4x\times5+5^2$
$=\mathbf{16x^2-40x+25}$

교과서 81 쪽

예제 02 다음을 전개하여라.

(1) $(a+4)^2$ (2) $(b-3)^2$

풀이 (1) $(a+4)^2=a^2+2\times a\times4+4^2=a^2+8a+16$
(2) $(b-3)^2=b^2-2\times b\times3+3^2=b^2-6b+9$

답 (1) $a^2+8a+16$ (2) b^2-6b+9

문제 4 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+5)^2$ (2) $(b-9)^2$
(3) $(x+y)^2$ (4) $(x-y)^2$

발전 **문제 5** 다음 식을 전개하여라.

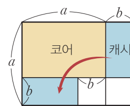
(1) $(3x+2)^2$ (2) $(4x-5)^2$

$(a+b)(a-b)$는 어떻게 전개하는가?

생각 열기 **중앙처리장치(CPU) 설계**

컴퓨터의 두뇌 역할을 하는 중앙처리장치는 크게 코어(core)와 캐시(cache)의 두 부분으로 나눌 수 있다. 코어와 캐시의 위치를 설계하는 방법에 따라 중앙처리장치의 속도, 발열 등 컴퓨터의 성능이 달라진다.

탐구 활동 오른쪽 그림과 같이 설계된 중앙처리장치의 발열이 심해 캐시의 위치를 코어의 아래쪽으로 옮기려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 캐시가 코어의 오른쪽에 위치하도록 설계하였을 때, 중앙처리장치의 넓이를 가로와 세로의 곱으로 나타내어 보자.
2. 캐시를 코어의 아래쪽으로 옮겨 설계하였을 때, 정사각형의 넓이의 차를 이용하여 중앙처리장치의 넓이를 나타내어 보자.

지/도/자/료 곱셈 공식 $(a+b)^2$, $(a-b)^2$

1. $(a+b)^2\neq a^2+b^2$, $(a-b)^2\neq a^2-b^2$임에 유의하도록 지도한다.
2. 학생들이 곱셈 공식을 기계적으로 외워서 받아들이는 경우에 식이 조금만 변형되어도 적용하지 못하는 경우가 많다. 따라서 곱셈 공식을 적용할 수 있는 다항식을 다음과 같이 여러 가지 형태로 제공하여 공식이 적용되는 방법을 익힐 수 있도록 지도한다.
   (1) $(-a+b)^2=\{-(a-b)\}^2=(a-b)^2$
   (2) $(-a-b)^2=\{-(a+b)\}^2=(a+b)^2$
   (3) $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2=a^2+2\times a\times\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}=a^2+2+\frac{1}{a^2}$
   (4) $\left(a-\frac{1}{a}\right)^2=a^2-2\times a\times\frac{1}{a}+\frac{1}{a^2}=a^2-2+\frac{1}{a^2}$

생각 열기 참/고/자/료

중앙처리장치(CPU: central processing unit)는 외부에서 정보를 입력 받고, 기억하고, 컴퓨터 프로그램의 명령어를 해석하여 연산하고, 외부로 출력하는 역할을 한다. 즉, 컴퓨터 시스템 전체를 제어하는 장치로, 컴퓨터의 두뇌에 해당한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 중앙처리장치의 캐시의 위치를 바꾸어 넓이를 구해 봄으로써 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$임을 이해하게 하려는 것이다.

1. 중앙처리장치의 가로의 길이는 $a+b$, 세로의 길이는 $a-b$이므로 중앙처리장치의 넓이는 $\mathbf{(a+b)(a-b)}$이다.

교과서 82 쪽

$(a+b)(a-b)$는 다음과 같이 전개할 수 있다.

❶ $(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2$
$=a^2-b^2$

이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 [2]

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

예제 03 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+3)(a-3)$ (2) $(2x+5)(2x-5)$

풀이 (1) $(a+3)(a-3)=a^2-3^2=a^2-9$
(2) $(2x+5)(2x-5)=(2x)^2-5^2=4x^2-25$

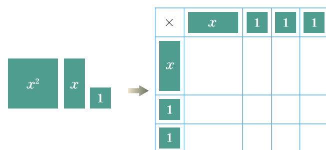
답 (1) a^2-9 (2) $4x^2-25$

문제 6 다음 식을 전개하여라.

(1) $(a+6)(a-6)$ (2) $(2b+1)(2b-1)$
(3) $(a+2b)(a-2b)$ (4) $(-x-y)(-x+y)$

$(x+a)(x+b)$는 어떻게 전개하는가?

탐구 활동 다음 그림과 같이 넓이가 x^2, x, 1인 세 종류의 대수 타일을 이용하여 $(x+3)(x+2)$를 전개할 때, 물음에 답하여 보자.



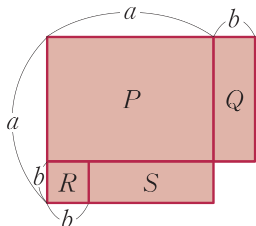
×	x	1	1	1
x				
1				
1				

1. 표의 빈칸을 대수 타일로 채워 보자.
2. 1을 이용하여 $(x+3)(x+2)$의 전개식을 써 보자.

2. 캐시를 코어의 아래쪽으로 옮겼을 때 중앙처리장치는 한 변의 길이가 a인 정사각형에서 한 변의 길이가 b인 정사각형을 제외한 부분과 같으므로 그 넓이는 $\boldsymbol{a^2-b^2}$이다.

본문 해설

❶



$Q=S$이므로 $P+Q=P+S=(P+R+S)-R$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

6

목표| 곱셈 공식[2]를 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(a+6)(a-6)=a^2-6^2=\boldsymbol{a^2-36}$
(2) $(2b+1)(2b-1)=(2b)^2-1^2=\boldsymbol{4b^2-1}$
(3) $(a+2b)(a-2b)=a^2-(2b)^2=\boldsymbol{a^2-4b^2}$
(4) $(-x-y)(-x+y)=(-x+y)(-x-y)$
$=\{(-x)+y\}\{(-x)-y\}$
$=(-x)^2-y^2=\boldsymbol{x^2-y^2}$

지/도/자/료 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)$

곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$은 같은 두 수나 문자의 합과 차의 곱을 계산할 때 적용할 수 있다. 예를 들어 $(-3a+2)(-3a-2)$는 $-3a$와 2의 합과 차의 곱이므로

$(-3a+2)(-3a-2)=(-3a)^2-2^2$
$=9a^2-4$

와 같이 전개하고, $(-x+2y)(x+2y)$는 $2y$와 x의 합과 차의 곱이므로

$(-x+2y)(x+2y)=(2y-x)(2y+x)$
$=(2y)^2-x^2$
$=4y^2-x^2=-x^2+4y^2$

위와 같이 곱셈 공식[2]를 적용하면 다음을 알 수 있다.

(1) $(-a+b)(a+b)=(b-a)(b+a)=b^2-a^2$
(2) $(-a+b)(-a-b)=(-a)^2-b^2=a^2-b^2$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 대수 타일을 이용하여 $(x+a)(x+b)$의 전개식을 알게 하려는 것이다.

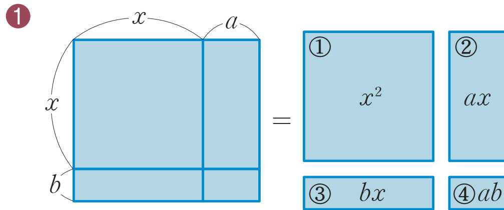
1.

×	x	1	1	1
x	x^2	x	x	x
1	x	1	1	1
1	x	1	1	1

2. $(x+3)(x+2)$
$=x^2+x\times5+1\times6$
$=\boldsymbol{x^2+5x+6}$

본문 해설

❶



(전체 정사각형의 넓이)=①+②+③+④

$(x+a)(x+b)=x^2+ax+bx+ab$

$=x^2+(a+b)x+ab$

7

목표| 곱셈 공식[3]을 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(x+2)(x+1)$

$=x^2+(2+1)x+2\times1$

$=\mathbf{x^2+3x+2}$

(2) $(x+5)(x-2)$

$=(x+5)\{x+(-2)\}$

$=x^2+\{5+(-2)\}x+5\times(-2)$

$=\mathbf{x^2+3x-10}$

(3) $(x-6)(x-3)$

$=\{x+(-6)\}\{x+(-3)\}$

$=x^2+\{(-6)+(-3)\}x+(-6)\times(-3)$

$=\mathbf{x^2-9x+18}$

(4) $(x-4)(x+7)$

$=\{x+(-4)\}(x+7)$

$=x^2+\{(-4)+7\}x+(-4)\times7$

$=\mathbf{x^2+3x-28}$

읽/기/자/료 대수학

대수학이란 수학의 한 분야로 수를 대신하여 문자를 사용하거나 수학적 법칙을 간결하게 나타내는 학문이다. 16세기 유럽에서 대수학의 각 분야에 대한 급속한 진전이 시작되었는데, 그중에서 수학의 기호화에 큰 공을 세운 사람은 프랑스의 수학자 비에트(Viéte, F. ; 1540~1603)였다. 이전까지 방정식은 문장으로 나타내었는데, 비에트는 +, −를 사용하였고 미지수는 모음을 나타내는 문자로 표시하는 등 미지수와 계수를 문자로 나타내는 방정식을 사용하기 시작했다. 이후 많은 수학자들이 더욱 편리한 기호의 개발에 노력을 쏟은 결과 현재 우리가 사용하는 계산 법칙이 나오게 된 것이다. 방정식을 푸는 것이 이 분야의 출발점이었으나 오늘날의 대수학은 수학의 기초 분야가 되었다.

교과서 83 쪽

두 다항식의 곱 $(x+a)(x+b)$를 전개하면 다음과 같다.

❶ $(x+a)(x+b)=x^2+bx+ax+ab$

$=x^2+(a+b)x+ab$

여기서 전개식의 x의 계수는 a와 b의 합과 같고, 상수항은 a와 b의 곱과 같음을 알 수 있다.

$(x+a)(x+b)=x^2+(\underset{\text{합}}{a+b})x+\underset{\text{곱}}{a\times b}$

이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 [3]

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

예제 04 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+4)(x+2)$ (2) $(x+1)(x-5)$

$(x+4)(x+2)$
$=x^2+6x+8$
합 곱

풀이 (1) $(x+4)(x+2)=x^2+(4+2)x+4\times2$

$=x^2+6x+8$

(2) $(x+1)(x-5)=x^2+\{1+(-5)\}x+1\times(-5)$

$=x^2-4x-5$

답 (1) x^2+6x+8 (2) x^2-4x-5

문제 7 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+2)(x+1)$ (2) $(x+5)(x-2)$

(3) $(x-6)(x-3)$ (4) $(x-4)(x+7)$

기/초/력 향상 문제

다음 식을 전개하여라.

1 $(x+2)(x+3)$

2 $(x-1)(x-7)$

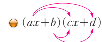
3 $(x+6)(x-2)$

4 $(x-2)(x+8)$

답 **1** x^2+5x+6 **2** x^2-8x+7 **3** $x^2+4x-12$ **4** $x^2+6x-16$

교과서 84 쪽

$(ax+b)(cx+d)$는 어떻게 전개하는가?



두 다항식의 곱 $(ax+b)(cx+d)$를 전개하면 다음과 같다.

❶ $(ax+b)(cx+d)=ax\times cx+ax\times d+b\times cx+b\times d$

$=acx^2+adx+bcx+bd$

$=acx^2+(ad+bc)x+bd$

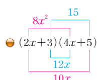
이상에서 다음과 같은 곱셈 공식을 얻는다.

곱셈 공식 [4]

$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$

예제 05 다음 식을 전개하여라.

(1) $(2x+3)(4x+5)$ (2) $(3x-1)(5x-2)$



풀이 (1) $(2x+3)(4x+5)=(2\times4)x^2+(2\times5+3\times4)x+3\times5$

$=8x^2+22x+15$

(2) $(3x-1)(5x-2)=(3\times5)x^2+\{3\times(-2)+(-1)\times5\}x+(-1)\times(-2)$

$=15x^2+(-6-5)x+2$

$=15x^2-11x+2$

답 (1) $8x^2+22x+15$ (2) $15x^2-11x+2$

문제 8 다음 식을 전개하여라.

(1) $(2x+3)(x+4)$ (2) $(7x+1)(x-2)$

(3) $(6x-5)(-x-1)$ (4) $(-x+2)(4x-7)$

사고력 기르기

추론
▶의사소통
문제 해결

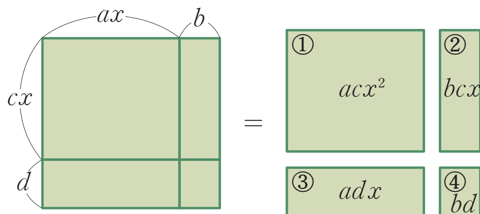
다음을 계산하여 보고, 간단하게 계산하는 방법을 토의하여 보자.

(1) 103^2 (2) 299^2

(3) 202×198 (4) 10.2×9.8

본문 해설

❶



(전체 직사각형의 넓이)=①+②+③+④

$(ax+b)(cx+d)=acx^2+bcx+adx+bd$

$=acx^2+(ad+bc)x+bd$

8

목표| 곱셈 공식[4]를 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(2x+3)(x+4)$

$=(2\times1)x^2+(2\times4+3\times1)x+3\times4$

$=\mathbf{2x^2+11x+12}$

(2) $(7x+1)(x-2)$

$=(7\times1)x^2+\{7\times(-2)+1\times1\}x$

$+1\times(-2)$

$=\mathbf{7x^2-13x-2}$

(3) $(6x-5)(-x-1)$

$=\{6\times(-1)\}x^2+\{6\times(-1)$

$+(-5)\times(-1)\}x+(-5)\times(-1)$

$=\mathbf{-6x^2-x+5}$

(4) $(-x+2)(4x-7)$

$=\{(-1)\times4\}x^2+\{(-1)\times(-7)+2\times4\}x$

$+2\times(-7)$

$=\mathbf{-4x^2+15x-14}$

사고력 기르기 의사소통

출제 의도| 곱셈 공식을 이용하여 복잡한 수의 계산을 간단히 할 수 있음을 알게 하려는 문제이다.

풀이| (1) $103^2=(100+3)^2$

$=100^2+2\times100\times3+3^2$

$=10000+600+9=\mathbf{10609}$

(2) $299^2=(300-1)^2=300^2-2\times300\times1+1^2$

$=90000-600+1=\mathbf{89401}$

(3) $202\times198=(200+2)\times(200-2)$

$=200^2-2^2=40000-4=\mathbf{39996}$

(4) $10.2\times9.8=(10+0.2)\times(10-0.2)$

$=10^2-0.2^2=100-0.04=\mathbf{99.96}$

지/도/자/료

1. 곱셈 공식을 잘 적용하지 못하는 경우 분배법칙을 이용하여 전개한 후 동류항끼리 정리하는 과정을 다시 한 번 상기시키고, 복잡한 과정을 간편히 해결할 수 있는 곱셈 공식으로 간단히 할 수 있도록 한다.

2. 학생들에게 공식이라는 것이 수학 자체를 어렵게 만드는 경우가 많다. 하지만 학생들이 사칙연산과 구구단을 처음에는 어려워했지만, 다음 단계를 위해 익숙하고 자연스럽게 쓰는 것처럼 곱셈 공식도 식의 계산에서 처음은 어렵지만, 다음 단계를 위해선 반드시 충분히 연습하고 익숙해져야 함을 강조하도록 한다.

05 인수분해

소단원 지도 목표

① 인수분해의 뜻을 알게 한다.
② 다항식을 공통인수로 묶어 내어 인수분해할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 다항식의 인수와 인수분해의 뜻을 정확히 이해하게 한다.

2. 전개와 인수분해는 등식의 좌변과 우변을 바꾸면 서로 같음을 이해하게 한다.

3. 다항식의 각 항에 공통으로 들어 있는 인수로 묶는 것이 인수분해의 기본임을 알게 한다.

4. 다항식의 각 항에 공통으로 들어 있는 인수가 여러 개 있을 수 있음에 유의하게 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 인수(因數, factor)
• 인수분해(因數分解, factorization)

교과서 85 쪽

05 인수분해

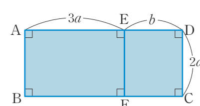
● 인수분해의 뜻을 안다.

인수분해란 무엇인가?

생각 열기 가두리 양식장

연안에 구획을 정하여 그물을 치고 그 안에서 수산물을 기르고 번식시키는 것을 가두리 양식이라고 하는데, 주로 사각형의 바둑판 모양으로 그물을 설치한다. 양식장 근처의 해안에는 어족 보호를 위하여 공장 건설과 유조선의 통행을 제한하기도 한다.

탐구 활동 오른쪽 그림과 같은 직사각형 모양의 가두리 양식장을 만들려고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.



1. □ABCD의 넓이를 □ABFE와 □EFCD의 넓이의 합으로 나타내어 보자.
2. □ABCD의 넓이를 가로의 길이와 세로의 길이의 곱으로 나타내어 보자.
3. **1**과 **2**에서 나타낸 식의 차이점을 말하여 보자.

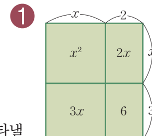
❶ $(x+2)(x+3)$을 전개하면

$$(x+2)(x+3)=x^2+5x+6$$

이다. 이 등식의 좌변과 우변을 서로 바꾸면

$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

이 되므로 다항식 x^2+5x+6은 $x+2$와 $x+3$의 곱으로 나타낼 수 있다.



❷ 이와 같이 하나의 다항식을 두 개 이상의 다항식의 곱으로 나타낼 때, 각각의 식을 처음 식의 **인수**라고 한다.

$x+2$와 $x+3$은 x^2+5x+6의 인수이다.

생각 열기 참/고/자/료

가두리 양식은 주로 수심이 깊은 하천이나 바다의 연안에서 이루어지지만 먼 바다에서 이루어지는 경우에는 조류의 영향을 덜 받아 적조와 태풍에 안정적이고 자연산에 가까운 수산물을 생산할 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 직사각형 모양의 가두리 양식장의 넓이를 구해 봄으로써 인수분해의 뜻을 알게 하려는 것이다.

1. □ABFE$=3a\times2a=6a^2$
□EFCD$=b\times2a=2ab$
□ABCD$=$□ABFE$+$□EFCD
$=\mathbf{6a^2+2ab}$

2. 가로의 길이는 $3a+b$이고, 세로의 길이는 $2a$이므로
□ABCD$=\mathbf{(3a+b)\times2a}$

3. **1**은 항들의 합으로 나타낸 것이고, **2**는 두 다항식의 곱으로 나타낸 것이다.

본문 해설

❶ 가로와 세로의 길이가 각각 $x+2$, $x+3$인 직사각형의 넓이는 $(x+2)(x+3)$이다. 이것은 주어진 그림과 같이 넓이가 x^2, $2x$, $3x$, 6인 직사각형의 넓이의 합과 같으므로
$(x+2)(x+3)=x^2+2x+3x+6=x^2+5x+6$

❷ 다항식의 인수는 자연수에서의 인수와 마찬가지로 생각할 수 있다. 즉, 자연수 a, b, c에 대하여 $a=b\times c$일 때 b, c를 a의 인수라고 하는데, 다항식에서도 처음 다항식을 몇 개의 다항식의 곱으로 나타내었을 때 곱하여진 각 다항식을 처음 다항식의 인수라고 한다.

교과서 86 쪽

❶ 또 하나의 다항식을 두 개 이상의 인수들의 곱으로 나타내는 것을 그 다항식을 **인수분해**한다고 한다.

❷ x^2+5x+6 ⇄ $(x+2)(x+3)$ (→ 인수분해, ← 전개; $x+2$, $x+3$: 인수)

공통으로 들어 있는 인수를 공통인수라고 한다.

❸ 한편 다항식 $ma+mb$에서 m은 항 ma와 mb에 공통으로 들어 있는 인수이고, 분배법칙을 이용하여 공통인수 m으로 묶어 내면 다음과 같이 인수분해할 수 있다.

$$ma+mb=m(a+b)$$

예제 01 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $ab+3ac$ (2) $2x^2-4xy$

풀이 (1) ab와 $3ac$의 공통인수는 a이므로

$ab+3ac=a(b+3c)$

(2) $2x^2$과 $-4xy$의 공통인수는 $2x$이므로

$2x^2-4xy=2x\times x-2x\times 2y=2x(x-2y)$

답 (1) $a(b+3c)$ (2) $2x(x-2y)$

(2) $2x^2=2\times x\times x$
$-4xy=-2\times 2\times x\times y$
식을 인수분해할 때에는 공통인수가 남지 않도록 모두 묶어 낸다.

문제 1 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $ax+5ay$ (2) x^2-2ax
(3) $8x^2-4xy$ (4) $ax+ay-az$

사고력 기르기

추론
▶의사소통
문제 해결

$2x^2+4x$를 $2(x^2+2x)$로 나타내었을 때, 이것을 인수분해한 것이라고 할 수 있는지 토의하여 보자.

본문 해설

❶ 자연수를 소인수분해할 때 소인수들만의 곱으로 나타내는 것과 같이 다항식을 인수분해할 때에도 더 이상 인수분해되지 않는 인수들의 곱으로 나타낸다.

- $24=8\times 3$ ➜ $24=2^3\times 3$
- $ax^2+2ax+a=a(x^2+2x+1)$
  ➜ $ax^2+2ax+a=a(x+1)^2$

❷ 인수분해와 전개는 서로 반대의 과정이고 인수분해는 곱의 모양, 전개는 합의 모양으로 나타내어진다.

주의| x^2+5x+6을 $x(x+5)+6$의 형태로 바꾸는 것은 인수분해가 아니다.

❸ 분배법칙을 이용하여 공통인수로 묶어 내는 것은 인수분해의 기본이다. 인수분해할 때에는 먼저 공통인수가 있는지 확인하고, 정수 계수가 있을 경우에는 정수 계수의 최대공약수로 묶어 내어 인수분해한다.

1

목표| 다항식을 공통인수로 묶어 내어 인수분해할 수 있게 한다.

풀이| (1) ax와 $5ay$의 공통인수는 a이므로

$ax+5ay=\mathbf{a(x+5y)}$

(2) x^2과 $-2ax$의 공통인수는 x이므로

$x^2-2ax=\mathbf{x(x-2a)}$

(3) $8x^2$과 $-4xy$의 공통인수는 $4x$이므로

$8x^2-4xy=\mathbf{4x(2x-y)}$

(4) ax, ay, $-az$의 공통인수는 a이므로

$ax+ay-az=\mathbf{a(x+y-z)}$

사고력 기르기 의사소통

출제 의도| 인수분해를 할 때에는 더 이상 인수분해가 되지 않는 인수들의 곱으로 나타내어야 함을 이해하도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 인수분해를 할 때에는 공통인수로 모두 묶어야 하므로 $2x^2+4x=2x(x+2)$와 같이 인수분해하여야 한다.

따라서 $2(x^2+2x)$는 인수분해한 것이라고 **할 수 없다.**

기/초/력 향상 문제

다음 식을 인수분해하여라.

1 m^2+4m

2 x^2y-3xy^2

3 $5x^2-15xy$

4 $-ax-bx-6cx$

답 **1** $m(m+4)$ **2** $xy(x-3y)$ **3** $5x(x-3y)$ **4** $-x(a+b+6c)$

06 인수분해 공식

소단원 지도 목표

① 인수분해 공식과 곱셈 공식 사이의 관계를 이해하게 한다.
② 인수분해 공식을 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 다항식의 곱의 전개와 다항식의 인수분해 사이의 관계를 이해하여 인수분해 공식을 알게 한다.

2. 다항식의 형태를 파악하여 적절한 인수분해 공식을 적용하고, 공식을 충분히 연습할 수 있도록 지도한다.

3. 인수분해 공식을 적용하기 전에 공통으로 들어 있는 인수가 있을 경우, 먼저 그 인수로 묶어 낸 후에 공식을 적용하게 한다.

4. 인수분해는 계수가 정수인 것만 다루고, 인수분해 공식을 이용할 수 있는 간단한 형태를 위주로 다룬다.

5. 인수분해는 이차방정식의 해를 구하는 데 필요한 정도로 다룬다.

교과서 87 쪽

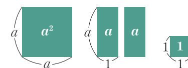
06 인수분해 공식

● 인수분해를 할 수 있다.

$a^2+2ab+b^2$, $a^2-2ab+b^2$은 어떻게 인수분해하는가?

탐구 활동

다음 그림과 같이 넓이가 a^2, a, 1인 세 종류의 대수 타일 4개를 이용하여 물음에 답하여 보자.



1. 대수 타일 4개의 넓이의 합을 구하여 보자.
2. 대수 타일 4개를 모두 붙여서 정사각형으로 만들어 보자.
3. **2**에서 만든 정사각형의 한 변의 길이를 구하고, 이것을 이용하여 정사각형의 넓이를 식으로 나타내어 보자.
4. **1**과 **3**의 결과를 등식으로 나타내어 보자.

곱셈 공식

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2,\quad (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

에서 좌변과 우변을 서로 바꾸어 생각하면

$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2,\quad a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

으로 인수분해됨을 알 수 있다.

인수분해 공식 [1]
$$a^2+2ab+b^2=(a+b)^2,\quad a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$$

문제 1 다음 식을 인수분해하여라.

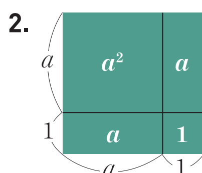
(1) $a^2+10a+25$　　(2) $a^2-14a+49$
(3) $4x^2+12x+9$　　(4) $9x^2-12x+4$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 대수 타일 4개의 넓이의 합과 대수 타일 4개를 모두 붙여 만든 정사각형의 넓이를 비교해 봄으로써 $a^2+2a+1=(a+1)^2$임을 이해하게 하려는 것이다.

1. $a^2+a+a+1=\boldsymbol{a^2+2a+1}$

2.



3. **2**에서 만든 정사각형의 한 변의 길이는 $\boldsymbol{a+1}$이다.
따라서 정사각형의 넓이는
$(a+1)\times(a+1)=\boldsymbol{(a+1)^2}$

4. 대수 타일 4개의 넓이의 합과 대수 타일 4개를 모두 붙여 만든 정사각형의 넓이는 같으므로
$\boldsymbol{a^2+2a+1=(a+1)^2}$

1

목표 | 인수분해 공식 [1]을 이용하여 다항식을 인수분해할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $a^2+10a+25=a^2+2\times a\times 5+5^2=\boldsymbol{(a+5)^2}$
(2) $a^2-14a+49=a^2-2\times a\times 7+7^2=\boldsymbol{(a-7)^2}$
(3) $4x^2+12x+9=(2x)^2+2\times 2x\times 3+3^2=\boldsymbol{(2x+3)^2}$
(4) $9x^2-12x+4=(3x)^2-2\times 3x\times 2+2^2=\boldsymbol{(3x-2)^2}$

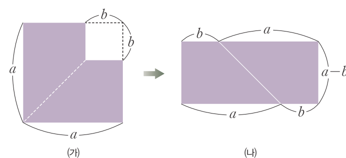
교과서 88 쪽

a^2-b^2은 어떻게 인수분해하는가?

탐구 활동

● 준비물
색종이, 가위

다음 그림과 같이 한 변의 길이가 a인 정사각형 모양의 색종이에서 한 변의 길이가 b인 정사각형 모양을 잘라 내고 남은 도형으로 직사각형 모양을 만들었다. 물음에 답하여 보자.



1. (가)에서 한 변의 길이가 b인 정사각형 모양을 잘라 내고 남은 도형의 넓이를 두 정사각형의 넓이의 차로 나타내어 보자.
2. (나)에서 직사각형의 넓이를 가로의 길이와 세로의 길이의 곱으로 나타내어 보자.
3. 1과 2의 결과를 등식으로 나타내어 보자.

❶ 곱셈 공식

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

에서 좌변과 우변을 서로 바꾸어 생각하면

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

로 인수분해됨을 알 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

$-a^2+b^2$
$=b^2-a^2$
$=(b+a)(b-a)$

❷ **인수분해 공식 [2]**

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$$

보기 $4a^2-9=(2a)^2-3^2=(2a+3)(2a-3)$

문제 2 다음 식을 인수분해하여라.

(1) a^2-49 (2) $16x^2-1$

(3) $9a^2-64$ (4) $4x^2-81$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • (가)와 (나)의 도형의 넓이를 비교해 봄으로써 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$임을 이해하게 하려는 것이다.

1. 한 변의 길이가 a인 정사각형의 넓이는 a^2이고, 한 변의 길이가 b인 정사각형의 넓이는 b^2이므로 남은 도형의 넓이는 $\boldsymbol{a^2-b^2}$이다.

2. 직사각형의 가로의 길이는 $a+b$이고, 세로의 길이는 $a-b$이므로 직사각형의 넓이는 $\boldsymbol{(a+b)(a-b)}$이다.

3. (가)와 (나)의 도형의 넓이는 같으므로
$\boldsymbol{a^2-b^2=(a+b)(a-b)}$

본문 해설

❶ 다항식의 곱셈에서 $(a+b)(a-b)$를 전개하면

$$(a+b)(a-b)=a^2-ab+ab-b^2$$
$$=a^2-b^2$$

❷ 인수분해 공식 [2]를 이용하려면 주어진 다항식이 부호가 다른 두 개의 항으로 되어 있고, 각 항이 제곱의 꼴이어야 한다.

• $a^2-36=a^2-6^2$
$=(a+6)(a-6)$

• $-49+a^2=a^2-49$
$=a^2-7^2$
$=(a+7)(a-7)$

2

목표| 인수분해 공식 [2]를 이용하여 다항식을 인수분해할 수 있게 한다.

풀이| (1) $a^2-49=a^2-7^2=\boldsymbol{(a+7)(a-7)}$

(2) $16x^2-1=(4x)^2-1^2=\boldsymbol{(4x+1)(4x-1)}$

(3) $9a^2-64=(3a)^2-8^2=\boldsymbol{(3a+8)(3a-8)}$

(4) $4x^2-81=(2x)^2-9^2=\boldsymbol{(2x+9)(2x-9)}$

기/초/력 향상 문제

다음 식을 인수분해하여라.

1 a^2-64

2 $64x^2-25$

3 $4a^2-1$

4 $2x^2-18$

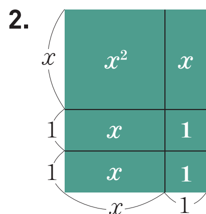
답 **1** $(a+8)(a-8)$ **2** $(8x+5)(8x-5)$
3 $(2a+1)(2a-1)$ **4** $2(x+3)(x-3)$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 대수 타일 6개의 넓이의 합과 대수 타일 6개를 모두 붙여 만든 직사각형의 넓이를 비교해 봄으로써
$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$
임을 이해하게 하려는 것이다.

1. $x^2+x+x+x+1+1=\mathbf{x^2+3x+2}$

2.



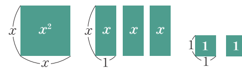
3. **2**에서 만든 직사각형의 가로의 길이는 $x+1$이고, 세로의 길이는 $x+2$이다.
따라서 직사각형의 넓이는
$\mathbf{(x+1)(x+2)}$

4. 대수 타일 6개의 넓이의 합과 대수 타일 6개를 모두 붙여 만든 직사각형의 넓이는 같으므로 $\mathbf{x^2+3x+2=(x+1)(x+2)}$

교과서 89 쪽

$x^2+(a+b)x+ab$는 어떻게 인수분해하는가?

탐구 활동 다음 그림과 같이 넓이가 x^2, x, 1인 세 종류의 대수 타일 6개를 이용하여 물음에 답하여 보자.



1. 대수 타일 6개의 넓이의 합을 구하여 보자.
2. 대수 타일 6개를 모두 붙여서 직사각형으로 만들어 보자.
3. **2**에서 만든 직사각형의 넓이를 가로의 길이와 세로의 길이의 곱으로 나타내어 보자.
4. **1**과 **3**의 결과를 등식으로 나타내어 보자.

곱셈 공식
$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$$
에서 좌변과 우변을 서로 바꾸어 생각하면
$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$
로 인수분해됨을 알 수 있다.
이상을 정리하면 다음과 같다.

인수분해 공식 [3]
$$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$$

❶ 다항식 x^2+5x+6을 인수분해하여 보자.
인수분해 공식 [3]에서
$$a+b=5,\ ab=6$$
인 두 정수 a, b를 찾으면
$$x^2+5x+6=(x+a)(x+b)$$
로 인수분해할 수 있다.

곱이 6인 두 정수	합
1, 6	7
2, 3	5
−1, −6	−7
−2, −3	−5

따라서 곱이 6인 두 정수 중에서 합이 5가 되는 수는 2와 3이므로 x^2+5x+6을 인수분해하면 다음과 같다.
$$x^2+5x+6=(x+2)(x+3)$$

본문 해설

❶ 합이 5가 되는 두 정수를 찾으면 무수히 많이 나온다. 따라서 먼저 곱이 6이 되는 두 정수를 찾은 후에 이 중에서 합이 5가 되는 두 정수를 찾는 것이 편리하다.
곱이 6인 두 정수를 찾을 때, 두 양의 정수뿐만 아니라 두 음의 정수도 생각해야 한다.

지/도/자/료

1. 다항식 x^2-5x-6을 인수분해할 때, 2와 3은 곱하면 6이 되고 더하면 5가 되므로 혼동하여 $x^2-5x-6=(x-2)(x-3)$과 같이 인수분해를 잘못하는 경우가 있다. $x^2+(a+b)x+ab$에서 $a+b$와 ab의 값과 부호에 모두 주의하여 $x^2-5x-6=(x+1)(x-6)$으로 인수분해할 수 있도록 지도한다.

2. A, B, a, b가 모두 정수일 때, $x^2+Ax+B=(x+a)(x+b)$에서 A, B의 부호와 a, b의 부호 사이의 관계는 다음과 같다.
(1) $A>0$, $B>0$ ➡ a, b는 모두 양수
(2) $A>0$, $B<0$ ➡ a, b 중에서 절댓값이 큰 쪽은 양수, 절댓값이 작은 쪽은 음수
(3) $A<0$, $B>0$ ➡ a, b는 모두 음수
(4) $A<0$, $B<0$ ➡ a, b 중에서 절댓값이 큰 쪽은 음수, 절댓값이 작은 쪽은 양수

3

목표| 인수분해 공식 [3]을 이용하여 □ 안에 알맞은 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2\times3=6$, $2+3=5$이므로
$x^2+\boxed{5}x+6=(x+\boxed{2})(x+3)$
(2) $-6+1=-5$, $(-6)\times1=-6$이므로
$x^2-5x-\boxed{6}=(x+\boxed{1})(x-6)$

교과서 90 쪽

예제 01 다음 식을 인수분해하여라.

(1) x^2-3x+2 (2) x^2-2x-8

$x^2+(a+b)x+ab$ (합 $a+b$, 곱 ab) $=(x+a)(x+b)$

풀이 (1) 곱이 2인 두 정수 중에서 합이 -3이 되는 수는 -1과 -2이다.
따라서 주어진 식을 인수분해하면

$x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$

곱이 2인 두 정수	합
1, 2	3
-1, -2	-3

(2) 곱이 -8인 두 정수 중에서 합이 -2가 되는 수는 2와 -4이다.
따라서 주어진 식을 인수분해하면

$x^2-2x-8=(x+2)(x-4)$

곱이 -8인 두 정수	합
1, -8	-7
2, -4	-2
-1, 8	7
-2, 4	2

답 (1) $(x-1)(x-2)$ (2) $(x+2)(x-4)$

문제 3 다음 □ 안에 알맞은 양수를 써넣어라.

(1) $x^2+\square x+6=(x+\square)(x+3)$

(2) $x^2-5x-\square=(x+\square)(x-6)$

문제 4 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $x^2+7x+10$ (2) x^2-4x+3

(3) x^2+x-12 (4) $x^2-2x-35$

교과서 91 쪽

$acx^2+(ad+bc)x+bd$는 어떻게 인수분해하는가?

곱셈 공식

$$(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$$

에서 다음과 같은 인수분해 공식을 얻는다.

인수분해 공식 [4]

$$acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$$

$ac\,x^2+(ad+bc)x+bd$ ↔ $3x^2+16x+5$

다항식 $3x^2+16x+5$를 인수분해하여 보자.

인수분해 공식 [4]에서

$$ac=3,\ ad+bc=16,\ bd=5$$

인 네 정수 a, b, c, d를 찾으면

$$3x^2+16x+5=(ax+b)(cx+d)$$

로 인수분해할 수 있다. 이때 보통 a, c는 양의 정수로 한다.

먼저 $ac=3$인 양의 정수 a, c와 $bd=5$인 정수 b, d를 구하여 오른쪽과 같이 나열한 후 대각선으로 곱하여 $ad+bc=16$이 되는 네 수를 찾는다.

a ╳ b → bc
c ╳ d → ad
$ad+bc$

즉, 다음과 같이 계산하여 본다.

1 ╳ 1 → 3
3 ╳ 5 → 5
8

1 ╳ 5 → 15
3 ╳ 1 → 1
16

1 ╳ -1 → -3
3 ╳ -5 → -5
-8

1 ╳ -5 → -15
3 ╳ -1 → -1
-16

위의 계산에서 $a=1$, $b=5$, $c=3$, $d=1$이다. 따라서 $3x^2+16x+5$를 인수분해하면

$$3x^2+16x+5=(x+5)(3x+1)$$

이다.

$3x^2+16x+5$
1 ╳ 5 → 15 ⋯ $x+5$
3 ╳ 1 → 1 ⋯ $3x+1$
16

4

목표| 인수분해 공식 [3]을 이용하여 다항식을 인수분해할 수 있게 한다.

풀이| (1) 곱이 10인 두 정수 중에서 합이 7이 되는 수는 2와 5이므로

$x^2+7x+10=\mathbf{(x+2)(x+5)}$

(2) 곱이 3인 두 정수 중에서 합이 -4가 되는 수는 -1과 -3이므로

$x^2-4x+3=\mathbf{(x-1)(x-3)}$

(3) 곱이 -12인 두 정수 중에서 합이 1이 되는 수는 -3과 4이므로

$x^2+x-12=\mathbf{(x-3)(x+4)}$

(4) 곱이 -35인 두 정수 중에서 합이 -2가 되는 수는 5와 -7이므로

$x^2-2x-35=\mathbf{(x+5)(x-7)}$

지/도/자/료 인수와 인수분해

인수를 한자로 쓰면 因數이다. 여기서 因은 '인할 인' 자로 '바탕, 원인' 이라는 뜻을 가지고 있다. 따라서 인수란 '바탕이 되는 수' 라는 뜻이다.

수에서 '인수' 라고 하면 '약수' 와 같은 뜻으로 생각해도 된다. 그런데 실제로 이러한 용어가 사용되는 경우를 살펴보면 숫자를 이야기할 때에는 '약수' 라는 용어를 주로 쓰고, 식을 놓고 이야기할 때에는 '인수' 를 많이 사용한다.

인수분해라는 것은 어떤 하나의 식을 그 식에 대한 인수의 곱으로 나타내는 것을 말한다. 따라서 인수분해는 어떤 하나의 식을 그보다 차수가 낮은 여러 개의 식들의 곱으로 나타내는 것이라고 할 수 있다.

5

목표| 인수분해 공식 [4]를 이용하여 다항식을 인수분해할 수 있게 한다.

풀이| (1)

1	2 →	10
5	3 →	3
		13

$5x^2+13x+6=\mathbf{(x+2)(5x+3)}$

(2)

1	-2 →	-8
4	-1 →	-1
		-9

$4x^2-9x+2=\mathbf{(x-2)(4x-1)}$

(3)

1	3 →	6
2	-7 →	-7
		-1

$2x^2-x-21=\mathbf{(x+3)(2x-7)}$

(4)

2	-3 →	-15
5	4 →	8
		-7

$10x^2-7x-12=\mathbf{(2x-3)(5x+4)}$

교과서 92 쪽

예제 02 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $2x^2+7x+3$ (2) $3x^2-10x-8$

풀이 (1) 주어진 식은 인수분해 공식 [4]에서
$ac=2,\ ad+bc=7,\ bd=3$
인 경우이므로 이를 만족시키는 정수를 오른쪽과 같이 찾아 인수분해하면
$2x^2+7x+3=(x+3)(2x+1)$

1	3 →	6
2	1 →	1
		7

(2) 주어진 식은 인수분해 공식 [4]에서
$ac=3,\ ad+bc=-10,\ bd=-8$
인 경우이므로 이를 만족시키는 정수를 오른쪽과 같이 찾아 인수분해하면
$3x^2-10x-8=(x-4)(3x+2)$

1	-4 →	-12
3	2 →	2
		-10

답 (1) $(x+3)(2x+1)$ (2) $(x-4)(3x+2)$

문제 5 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $5x^2+13x+6$ (2) $4x^2-9x+2$
(3) $2x^2-x-21$ (4) $10x^2-7x-12$

인수분해할 때 다항식의 각 항에 공통인수가 있으면 먼저 공통인수로 묶어 낸 후 인수분해한다.

보기 (1) $4x^2+4x-48=4(x^2+x-12)=4(x+4)(x-3)$
(2) $2ax^2-8ax+8a=2a(x^2-4x+4)=2a(x-2)^2$

문제 6 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $3x^2-12x-15$ (2) $5ax^2-45a$
(3) $9ax^2+6ax+a$ (4) $10x^2-4x-6$

발전 **문제 7** $4x^2-5x+A=(x-2)(Bx+C)$일 때, $A+B+C$의 값을 구하여라. (단, A, B, C는 상수)

6

목표| 다항식을 공통인수로 묶어 낸 후 인수분해 공식을 이용하여 인수분해할 수 있게 한다.

풀이| (1) $3x^2-12x-15=3(x^2-4x-5)$
$=\mathbf{3(x+1)(x-5)}$

(2) $5ax^2-45a=5a(x^2-9)$
$=5a(x^2-3^2)$
$=\mathbf{5a(x+3)(x-3)}$

(3) $9ax^2+6ax+a=a(9x^2+6x+1)$
$=\mathbf{a(3x+1)^2}$

(4) $10x^2-4x-6=2(5x^2-2x-3)$
$=\mathbf{2(x-1)(5x+3)}$

7

목표| 인수분해 공식 [4]를 이용하여 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $4x^2-5x+A=(x-2)(Bx+C)$
$=Bx^2+(C-2B)x-2C$

이므로 $B=4$

$C-2B=C-8=-5$에서 $C=3$

$A=-2C=(-2)\times 3=-6$

따라서 $A+B+C=(-6)+4+3=\mathbf{1}$이다.

기/초/력 향상 문제

다음 식을 인수분해하여라.

1 $2x^2-3x-2$ **2** $3x^2+5x-2$

3 $4x^2-8x+3$ **4** $6x^2+11x+4$

답 **1** $(x-2)(2x+1)$ **2** $(x+2)(3x-1)$
3 $(2x-1)(2x-3)$ **4** $(2x+1)(3x+4)$

교과서 93 쪽

정리 확인 학습

3. 다항식의 계산

지수법칙

m, n이 자연수일 때

① $a^m \times a^n = a^{m+n}$

② $(a^m)^n = a^{m \times n} = a^{mn}$

③ $a \neq 0$에 대하여

$m > n$이면 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

$m = n$이면 $a^m \div a^n = 1$

$m < n$이면 $a^m \div a^n = \frac{1}{a^{n-m}}$

④ $(ab)^n = a^n b^n$, $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ $(b \neq 0)$

1 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $x^3 \times x^6$ (2) $(x^2)^7$

(3) $a^5 \times b^4 \times a \times b^3$ (4) $(a^5)^2 \times a^4$

(5) $x^8 \div x^5$ (6) $a^5 \div a \div a^6$

(7) $\left(\frac{x^2}{y^3}\right)^2$ (8) $(a^2b)^3 \div a^6b^5$

다항식의 곱셈과 나눗셈

(1) 단항식과 다항식의 곱셈은 분배법칙을 이용하여 식을 전개한다.

(2) 다항식을 단항식으로 나눌 때에는 곱셈으로 바꾸거나 분수로 바꾸어 계산한다.

2 다음을 계산하여라.

(1) $2a(b+3)$

(2) $-3x(5x-2)$

(3) $(a+3)(b+2)$

(4) $(6x^2-3xy) \div 3x$

곱셈 공식

① $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

② $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

③ $(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$

④ $(ax+b)(cx+d) = acx^2+(ad+bc)x+bd$

3 다음을 계산하여라.

(1) $(x+3)^2$

(2) $(2x-5)^2$

(3) $(7x+2y)(7x-2y)$

(4) $(x+2)(x+6)-(4x+1)(x-2)$

인수분해의 뜻

(1) 인수분해 : 하나의 다항식을 두 개 이상의 인수들의 곱으로 나타내는 것

(2) 다항식에 공통인수가 있을 때에는 분배법칙을 이용하여 공통인수로 묶어 내어 인수분해한다.

$ma + mb = m(a+b)$

4 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $ax+ay$

(2) $-a^2b+3ab^2$

(3) $2x^2-4x$

(4) $a^2+2ab-ac$

인수분해 공식

① $a^2+2ab+b^2 = (a+b)^2$

$a^2-2ab+b^2 = (a-b)^2$

② $a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$

③ $x^2+(a+b)x+ab = (x+a)(x+b)$

④ $acx^2+(ad+bc)x+bd = (ax+b)(cx+d)$

5 다음 식을 인수분해하여라.

(1) $x^2+10x+21$

(2) $x^2-7x+12$

(3) $5x^2+13x-6$

(4) $15x^2-2x-1$

용어와 기호 항, 다항식, 상수항, 계수, 단항식, 차수, 동류항, 전개, 전개식, 인수, 인수분해

정리 확인 학습

1

목표| 지수법칙을 이용하여 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $x^3 \times x^6 = x^{3+6} = \boldsymbol{x^9}$

(2) $(x^2)^7 = x^{2\times 7} = \boldsymbol{x^{14}}$

(3) $a^5 \times b^4 \times a \times b^3 = a^{5+1} \times b^{4+3} = \boldsymbol{a^6b^7}$

(4) $(a^5)^2 \times a^4 = a^{5\times 2} \times a^4 = a^{10} \times a^4 = a^{10+4} = \boldsymbol{a^{14}}$

(5) $x^8 \div x^5 = x^{8-5} = \boldsymbol{x^3}$

(6) $a^5 \div a \div a^6 = a^{5-1} \div a^6 = a^4 \div a^6 = \frac{1}{6^{6-4}} = \boldsymbol{\frac{1}{a^2}}$

(7) $\left(\frac{x^2}{y^3}\right)^2 = \frac{x^{2\times 2}}{y^{3\times 2}} = \boldsymbol{\frac{x^4}{y^6}}$

(8) $(a^2b)^3 \div a^6b^5 = a^{2\times 3}b^3 \div a^6b^5 = a^6b^3 \div a^6b^5 = \frac{a^6b^3}{a^6b^5} = \boldsymbol{\frac{1}{b^2}}$

2

목표| 다항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $2a(b+3) = \boldsymbol{2ab+6a}$

(2) $-3x(5x-2) = \boldsymbol{-15x^2+6x}$

(3) $(a+3)(b+2) = \boldsymbol{ab+2a+3b+6}$

(4) $(6x^2-3xy) \div 3x$

$= \frac{6x^2-3xy}{3x} = \boldsymbol{2x-y}$

3

목표| 곱셈 공식을 이용하여 식을 전개할 수 있게 한다.

풀이| (1) $(x+3)^2 = \boldsymbol{x^2+6x+9}$

(2) $(2x-5)^2 = \boldsymbol{4x^2-20x+25}$

(3) $(7x+2y)(7x-2y) = \boldsymbol{49x^2-4y^2}$

(4) $(x+2)(x+6)-(4x+1)(x-2)$

$= x^2+8x+12-(4x^2-7x-2)$

$= \boldsymbol{-3x^2+15x+14}$

4

목표| 다항식을 공통인수로 묶어 내어 인수분해할 수 있게 한다.

풀이| (1) $ax+ay = \boldsymbol{a(x+y)}$

(2) $-a^2b+3ab^2 = \boldsymbol{-ab(a-3b)}$

(3) $2x^2-4x = \boldsymbol{2x(x-2)}$

(4) $a^2+2ab-ac = \boldsymbol{a(a+2b-c)}$

5

목표| 인수분해 공식을 이용하여 인수분해할 수 있게 한다.

풀이| (1) $x^2+10x+21 = \boldsymbol{(x+3)(x+7)}$

(2) $x^2-7x+12 = \boldsymbol{(x-3)(x-4)}$

(3) $5x^2+13x-6 = \boldsymbol{(5x-2)(x+3)}$

(4) $15x^2-2x-1 = \boldsymbol{(5x+1)(3x-1)}$

대/단/원 평가 문제

1
목표| 제곱근의 뜻과 그 성질을 이해하게 한다.

풀이| ① $\sqrt{4}=2$
② 음수의 제곱근은 생각하지 않는다.
③ 4의 제곱근은 ±2이다.
⑤ 2의 양의 제곱근은 $\sqrt{2}$이다. 답 ④

2
목표| 실수의 성질을 이해하게 한다.

풀이| ① 순환하는 무한소수는 유리수이다. 답 ①

3
목표| 제곱근의 곱셈을 할 수 있게 한다.

풀이| $(3+2\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$
$=3-3\sqrt{2}+2\sqrt{2}-4=-1-\sqrt{2}$ 답 ①

4
목표| 실수의 대소를 비교할 수 있게 한다.

풀이| $a-b=2-\sqrt{3}>0$이므로 $a>b$
$b-c==\sqrt{2}-1>0$이므로 $b>c$
따라서 $c<b<a$이다. 답 ④

교과서 94 쪽

대/단/원 평가 문제

I. 수와 식의 계산

선택형

1 다음 중에서 옳은 것은?
① $\sqrt{4}$의 값은 ±2이다.
② -4의 제곱근은 -2이다.
③ 4의 제곱근은 $\pm\sqrt{2}$이다.
④ $(-2)^2$의 제곱근은 ±2이다.
⑤ 2의 양의 제곱근은 4이다

2 다음 중에서 옳지 않은 것은?
① 무한소수는 무리수이다.
② 유리수이면서 무리수인 수는 없다.
③ 유리수와 무리수는 모두 실수이다.
④ 모든 실수는 수직선 위의 점에 대응된다.
⑤ 두 실수 사이에는 무수히 많은 실수가 있다.

3 $(3+2\sqrt{2})(1-\sqrt{2})$를 계산하면?
① $-1-\sqrt{2}$ ② $1-\sqrt{2}$
③ $-7+5\sqrt{2}$ ④ $7-5\sqrt{2}$
⑤ $4\sqrt{2}$

4 $a=2+\sqrt{2}$, $b=\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $c=\sqrt{3}+1$일 때, 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?
① $a<b<c$ ② $a<c<b$
③ $b<c<a$ ④ $c<b<a$
⑤ $c<a<b$

5 제곱근표에서 $\sqrt{8.57}=2.927$, $\sqrt{a}=29.27$일 때, 다음 중에서 a의 값은?
① 85.7 ② 857 ③ 8570
④ 85700 ⑤ 857000

6 $a=4$, $b=-1$, $c=6$일 때, 다음 식의 값은?

$$\frac{2}{a}+\frac{3}{b}-\frac{9}{c}$$

① -4 ② -3 ③ -2
④ -1 ⑤ 0

7 $a^xb^3\times(a^2b^y)^3=a^{10}b^{18}$일 때, $x+y$의 값은?
① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10

8 $-3a(a+2b)+4b(a-b)$를 계산하면?
① $3a^2-10a^2b^2+4b^2$
② $-3a^2-2ab-4b^2$
③ $-3a^2+10ab-4b^2$
④ $-3a^2+10a^2b^2-4b^2$
⑤ $-3a^2-10ab-4b^2$

5
목표| 제곱근의 성질과 제곱근의 반올림한 값을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| $\sqrt{a}=29.27=10\times2.927$
$=10\times\sqrt{8.57}=\sqrt{100}\times\sqrt{8.57}$
$=\sqrt{100\times8.57}=\sqrt{857}$
따라서 $a=857$이다. 답 ②

6
목표| 식의 문자에 수를 대입하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\frac{2}{a}+\frac{3}{b}-\frac{9}{c}=\frac{2}{4}+\frac{3}{-1}-\frac{9}{6}=-4$ 답 ①

7
목표| 지수법칙을 이용하여 미지수의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이| $a^xb^3\times a^6b^{3y}=a^{10}b^{18}$에서 $x=4$, $y=5$
$x+y=9$ 답 ④

8
목표| 단항식과 다항식의 곱셈을 할 수 있게 한다.

풀이| $-3a(a+2b)+4b(a-b)$
$=-3a^2-6ab+4ab-4b^2=-3a^2-2ab-4b^2$ 답 ②

9
목표| 식을 전개하여 이차식의 뺄셈을 할 수 있게 한다.

풀이| $x(x-4)-(3x+2)^2=-8x^2-16x-4$
따라서 x의 계수는 -16이다. 답 ①

10
목표| 다항식을 인수분해할 수 있게 한다.

풀이| ① $2a^2-2=2(a+1)(a-1)$
② $4x^2+9$는 더 이상 인수분해되지 않는다.
③ $x^2-10x+25=(x-5)^2$
④ $5x^2-30x+25=5(x-1)(x-5)$ 답 ⑤

교과서 95 쪽

[해답 p.248]

9 $x(x-4)-(3x+2)^2$을 계산하여 얻은 다항식에서 x의 계수는?

① -16 ② -10 ③ -8
④ 2 ⑤ 8

10 다음 중에서 인수분해가 바르게 된 것은?

① $2a^2-2=2(a^2-1)$
② $4x^2+9=(2x+3)^2$
③ $x^2-10x+25=(x+5)^2$
④ $5x^2-30x+25=5(x-2)(x-3)$
⑤ $(x-1)(x+6)-8=(x+7)(x-2)$

서답형

11 x는 자연수일 때, $6<\sqrt{x}<7$을 만족시키는 x의 개수를 구하여라.

12 $1<a<2$일 때, $\sqrt{(1-a)^2}-\sqrt{(2-a)^2}$을 간단히 하여라.

13 다음 □ 안에 알맞은 식을 구하여라.

$$(-3a^2b^3)^2\div(-2ab^4)\times\square=9ab^5$$

14 한 변의 길이가 각각 $2a+5b$, $a-3b$인 두 정사각형의 넓이의 합을 구하여라.

|서|술|형|

15 $\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라고 할 때, b^2+ab의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라. (단, $0\le b<1$)

|서|술|형|

16 인수분해를 이용하여 다음을 계산하는 과정과 답을 서술하여라.

$$7.5^2\times3-2.5^2\times3$$

11

목표| 제곱근의 대소 관계를 이해하고, 부등식을 만족시키는 자연수 x의 개수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $6<\sqrt{x}<7$에서 $\sqrt{36}<\sqrt{x}<\sqrt{49}$이므로
$36<x<49$
따라서 x는 37, 38, ⋯, 48로 모두 12개이다.

답 12개

12

목표| 제곱근의 성질을 이용하여 주어진 식을 간단히 할 수 있게 한다.

풀이| $1-a<0$이므로 $\sqrt{(1-a)^2}=-(1-a)=a-1$
$2-a>0$이므로 $\sqrt{(2-a)^2}=2-a$
$\sqrt{(1-a)^2}-\sqrt{(2-a)^2}=(a-1)-(2-a)$
$=2a-3$

답 $2a-3$

13

목표| 단항식의 곱셈과 나눗셈을 이용하여 알맞은 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\square=9ab^5\div\left(-\dfrac{9a^3b^2}{2}\right)=-\dfrac{2b^3}{a^2}$

답 $-\dfrac{2b^3}{a^2}$

14

목표| 곱셈 공식을 이용하여 두 정사각형의 넓이의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이| $(2a+5b)^2+(a-3b)^2$
$=5a^2+14ab+34b^2$

답 $5a^2+14ab+34b^2$

15

목표| 무리수를 이해하고, 근호를 포함한 식의 혼합 계산을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| $\dfrac{\sqrt{10}+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=\dfrac{(\sqrt{10}+\sqrt{2})\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\sqrt{5}+1$
$2<\sqrt{5}<3$에서 $3<\sqrt{5}+1<4$이므로 $a=3$
$b=(\sqrt{5}+1)-3=\sqrt{5}-2$
$b^2+ab=(\sqrt{5}-2)^2+3(\sqrt{5}-2)=3-\sqrt{5}$

답 $3-\sqrt{5}$

채점 기준

영역 요소	채점 요소	배점
해결 과정	$\sqrt{5}+1$의 범위 구하기	20 %
	a의 값 구하기	30 %
	b의 값 구하기	30 %
답 구하기	b^2+ab의 값 구하기	20 %

16

목표| 인수분해를 이용하여 식의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $7.5^2\times3-2.5^2\times3=3\times(7.5^2-2.5^2)$
$=3\times(7.5+2.5)\times(7.5-2.5)$
$=3\times10\times5=150$

답 150

채점 기준

영역 요소	채점 요소	배점
해결 과정	공통인수로 묶기	20 %
	$7.5^2-2.5^2$을 이해하기	30 %
답 구하기	주어진 식 계산하기	50 %

우리가 먼 곳을 여행할 때 이용하는 열차에는

수많은 방정식과 함수가 숨어 있다.

방정식과 함수

Ⅱ

|준|비|학|습|

초등 정비례

1 $y=3x$일 때, 다음 표를 완성하여라.

x	1	2	3	4	5
y	3	6	9	12	15

중① 일차방정식의 풀이

2 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $2x-3=9$ $x=6$

(2) $x-7=4(x+2)$ $x=-5$

(3) $0.1x-1.8=0.6x+0.2$ $x=-4$

(4) $\frac{5x-2}{8}-\frac{3x-2}{2}=-1$ $x=2$

중② 곱셈 공식

3 다음 식을 전개하여라.

(1) $(x+3)^2$ x^2+6x+9

(2) $(x-4)^2$ $x^2-8x+16$

(3) $(x+7)(x-7)$ x^2-49

(4) $(x+2)(x+6)$ $x^2+8x+12$

단원의 지도 목표

1. 일차방정식과 일차함수

① 일차방정식과 일차함수의 뜻을 알게 한다.
② 순서쌍과 좌표를 이해하고, 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.
③ 등식의 성질을 이해하고 일차방정식을 풀 수 있게 한다.
④ 미지수가 두 개인 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.
⑤ 부등식의 성질을 이해하고 일차부등식을 풀 수 있게 한다.
⑥ 연립일차부등식을 풀 수 있게 한다.

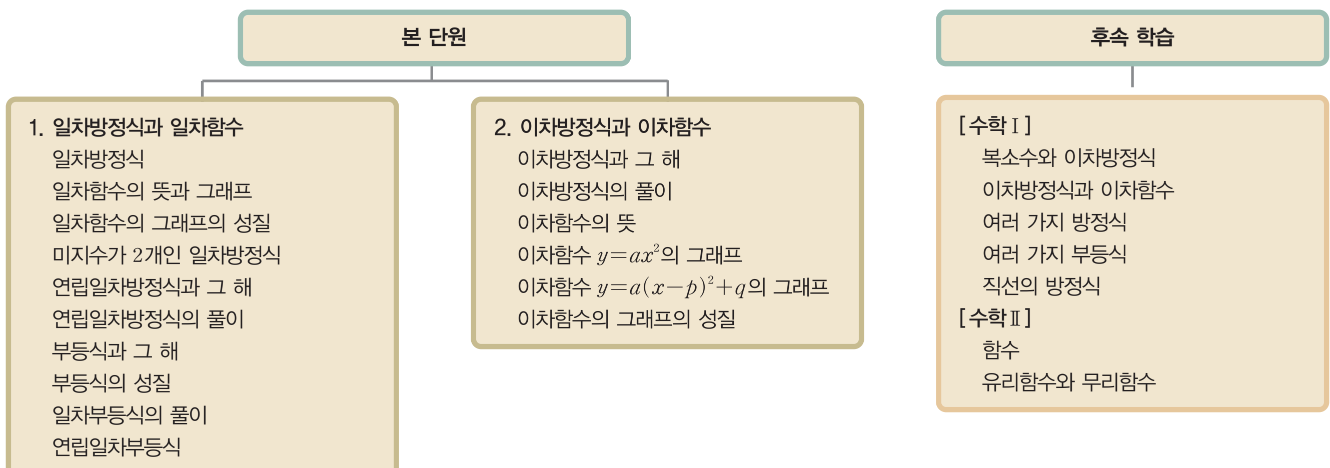
2. 이차방정식과 이차함수

① 이차방정식의 뜻을 알게 한다.
② 이차방정식의 근의 공식을 알게 한다.
③ 이차함수의 뜻을 알게 한다.
④ 이차함수의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해하게 한다.
⑤ 이차함수의 최댓값, 최솟값을 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 대입법, 가감법 및 두 일차함수의 그래프를 통하여 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.
② 이차방정식은 실근을 가지는 경우만 다룬다.
③ 이차방정식의 해와 이차함수의 그래프 사이의 관계는 다루지 않는다.
④ 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구할 때 변수의 범위가 제한된 경우는 다루지 않는다.
⑤ 공학적 도구를 활용하여, 함수의 그래프를 그리고 다양한 상황을 해석할 수 있게 한다.
⑥ 방정식과 부등식을 활용하여 간단한 실생활 문제를 해결해 보게 한다.
⑦ 대입법, 가감법 용어는 교수 · 학습 상황에서 다루어질 수 있다.

교수 · 학습의 계열



단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관		1~4	96~97	• 단원의 개관 • 준비 학습	
1. 일차방정식과 일차함수	중단원 도입		98	• 귀뚜라미	
	01 일차방정식		99~106	• 방정식과 등식의 성질 • 일차방정식과 그 풀이	미지수, 해, 근, 항등식, 이항, 일차방정식
	02 일차함수의 뜻과 그래프	5~10	107~125	• 일차함수 • 수직선과 좌표평면 위의 점 • 함수의 그래프 • 일차함수 $y=ax+b$의 그래프 • x절편과 y절편 • 일차함수의 그래프 그리기	일차함수, 좌표, 순서쌍, x축, y축, 좌표축, 원점, x좌표, y좌표, 좌표평면, 함수의 그래프, 평행이동, x절편, y절편, 기울기, $y=f(x)$, $f(x)$
	03 일차함수의 그래프의 성질	11~12	126~132	• 기울기와 그래프 사이의 관계 • 일차함수의 식	
	04 미지수가 2개인 일차방정식	13	133~134	• 미지수가 2개인 일차방정식과 그 해	
	05 연립일차방정식과 그 해	14	135~137	• 미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해	연립일차방정식
	06 연립일차방정식의 풀이	15~18	138~148	• 연립일차방정식의 풀이 • 컴퓨터의 활용	
	07 부등식과 그 해	19	149~151	• 부등식과 그 해	부등식
	08 부등식의 성질	20	152~154	• 부등식의 기본 성질	
	09 일차부등식의 풀이	21~22	155~160	• 일차부등식과 그 풀이	일차부등식
	10 연립일차부등식	23~24	161~164	• 연립일차부등식과 그 풀이	연립일차부등식
	중단원 마무리	25	165	• 정리 확인 학습	
2. 이차방정식과 이차함수	중단원 도입	26	166	• 황금비	
	01 이차방정식과 그 해		167~168	• 이차방정식과 그 해	이차방정식
	02 이차방정식의 풀이	27~30	169~178	• 인수분해, 제곱근, 완전제곱식을 이용한 풀이 • 근의 공식을 이용한 풀이	완전제곱식, 중근, 근의 공식
	03 이차함수의 뜻	31	179~181	• 이차함수의 뜻	이차함수
	04 이차함수 $y=ax^2$의 그래프	32~33	182~186	• 이차함수 $y=ax^2$의 그래프	포물선, 축, 꼭짓점
	05 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프	34~35	187~192	• 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프 • 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프 • 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프	
	06 이차함수의 그래프의 성질	36~37	193~198	• 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프 • 이차함수의 식 구하기 • 이차함수의 최댓값과 최솟값	최댓값, 최솟값
	중단원 마무리	38	199	• 정리 확인 학습	
단원 마무리		39	200~203	• 대단원 평가 문제 • 컴퓨터의 활용	

단원의 이론적 배경

1. 방정식의 역사

고대 이집트나 바빌로니아 수학의 기록을 살펴보면 미지수를 설정하여 방정식을 만들고, 그 방정식을 풀어 미지수를 구하는 방법이 나타나 있다. 즉, 고대 이집트의 파피루스에 ‘어떤 수의 $\frac{2}{3}$와 그 수의 $\frac{1}{2}$과 $\frac{3}{7}$을 더하면 33이 된다. 그 수는 얼마인가?’라는 일차방정식 문제가 기록되어 있는 것을 볼 수 있다.

그 이후 인도의 아리아바타(Aryabhata ; 476∼550)는 부정방정식의 해법을 체계화하였고 브라마굽타(Brahmagupta ; 598∼?665)는 오늘날의 근의 공식과 비슷한 이차방정식의 일반적인 풀이법을 설명하였다. 아라비아의 수학자 알콰리즈미(Al-Khwarizmi ; ?780∼?850)는 그의 저서에서 모든 유형의 이차방정식에 대한 일반적인 풀이법을 설명하였다.

알콰리즈미

이차방정식의 해법은 이미 그리스 시대 이전부터 나타나기 시작했지만 삼차 이상의 방정식에 관한 해법은 16세기가 되어서야 대수적인 해법이 등장하였다. 삼차방정식의 기하학적인 해법은 이미 11세기에 아라비아의 시인이자 수학자인 오마르 카얌(Omar Khayyam ; 1048∼1131)에 의하여 나타났다. 삼차방정식의 대수적인 해법은 16세기 중엽에 이르러 이탈리아의 수학자 타르탈리아(Tartaglia, N. F. ; 1499∼1557)와 허수를 발견한 카르다노(Cardano, G. ; 1501∼1576)에 의하여 해결되었고, 카르다노의 제자 페라리(Ferrari, L. ; 1522∼1565)에 의하여 사차방정식의 해법이 연구되었다.

삼차방정식과 사차방정식의 해법이 해결되자 많은 수학자들이 오차방정식의 해법에 대하여 연구하기 시작하였다. 그러나 19세기 초 노르웨이의 수학자 아벨(Abel, N. H. ; 1802∼1829)은 ‘오차 이상의 방정식에는 그 계수에 사칙연산과 근호만을 사용하여 해를 얻을 수 있는 근의 공식은 존재하지 않는다.’는 결론을 내렸고, 갈루아(Galois, É. ; 1811∼1832)는 군의 개념을 도입하여 대수방정식의 해법 이론을 일반적으로 해석하였다.

갈루아

2. 부등식의 역사

기호의 사용이 대수적인 사고를 보다 치밀하고 효과적으로 해 준다는 의식 아래, 15세기 말부터 17세기 초까지 대수학을 기호화하고자 하는 압력이 수학자들에게 많이 가해졌다. 그리하여 많은 대수 기호들이 등장하게 된다. 17세기 초에는 이미 문자를 사용하는 식이 많이 쓰여지고 있었으므로 당시의 대수학은 자연스럽게 부등식의 표현을 필요로 하게 되었다.

현재 사용되고 있는 부등호 >, <를 최초로 사용한 사람은 영국의 해리엇(Harriot, T. ; 1560∼1621)이다. 이 기호는 그의 사후에 출판된 책 “해석술의 연습(Artis Analyticae Praxis)”에 나타나 있다. 이 책은 그 이전의 어느 책보다도 기호 사용에 진전을 보이고 있었고, 그 결과 널리 사용되었다. 당시 영국에서는 오트레드(Oughtred, W. ; 1574∼1660)가 >, <에 해당하는 기호로 각각 ⊏, ⊐를 사용하였으나, 이 기호는 대칭이 아니어서 기억하기 어려웠고 자주 혼동되었다. 실제로 오트레드도 그 기호를 혼동해서 사용하였다. 등호와 부등호가

해리엇

결합된 현재의 기호 ≥, ≤는 프랑스의 부게르(Bouguer, P. ; 1698~1758)가 사용하였다.

3. 함수의 역사

'함수의 개념의 근원은 언제부터인가?'하는 문제에 대해 많은 사람들의 주장이 엇갈린다. 여러 학자들의 주장을 간략하게 정리해 보면 다음과 같다.

벨(Bell, E. T. ; 1883~1960)은 고대 바빌로니아 사람들이 대응표를 사용함으로써 함수의 개념이 시작되었다고 주장하였다.

페데레센(Pederesen, O.)은 "Almagest"라는 중세 초의 천문학서에 보면 집합과 집합 사이의 원소들을 대응시킨 예가 많이 나오는데 함수라는 말을 사용하지 않았을 뿐이지 명백하게 함수인 예들이고 이때부터 함수의 근원이 시작되었다고 주장하였다.

유시케비치(Youschkevitch, A. P. ; 1906~1993)는 고대의 수학에서는 함수의 개념이 변수의 값과 같은 일반적인 형태로 나타나지 않았고, 14세기에 들어와서야 비로소 옥스퍼드와 파리의 자연주의 철학자 학교에서 처음으로 나타났다고 하였다. 그러나 오늘날 우리가 사용하고 있는 함수의 개념과는 다소 거리가 있고, 17세기 전반기에 가서야 함수에 대한 새로운 해석이 시작되었다고 주장하였다.

스미스(Smith, D. E.)는 함수의 아이디어는 데카르트(Descartes, R. ; 1596~1650)가 순서쌍을 표현하는 방법을 고안해냄으로써 처음으로 시작되었다고 주장하였다.

라이프니츠

함수라는 용어를 최초로 사용한 사람은 라이프니츠(Leibniz, G. W. ; 1646~1716)인데 곡선 위의 점들의 좌표, 곡선의 기울기와 같은 임의의 양을 표시하기 위해서 사용하였다. 즉, 두 변수 x, y가 있어서 x의 값의 변화에 따라 y의 값이 정해지면 y를 x의 함수라고 정의하였다.

1718년 베르누이 (Bernoulli, J. ; 1654~1705)는 변수와 어떤 상수로 이루어진 임의의 식을 함수로 정의하였고, 그보다 약간 뒤에 오일러(Euler, L. ; 1707~1783)는 변수와 상수를 포함하는 임의의 방정식 또는 공식을 함수로 간주하였다.

푸리에

'$f(x)$'라는 표현은 오일러에 의하여 처음으로 사용되었다. 함수에 대한 오일러의 개념은 1807년에 푸리에(Fourier, J. B. J. ; 1768~1830)가 열전도에 대한 고찰에서 삼각급수를 생각하기 전까지 계속 수학계에서 사용되었다.

그 후 디리클레(Dirichlet, J. P. G. L. ; 1805~1859)에 의해 다음과 같은 현대적인 함수 개념의 형식화에 도달하였다.

'변수는 수 집합의 임의의 원소를 나타낸다. 만일 두 변수 x, y에 대해서 x에 어떤 값이 주어질 때마다 어떤 법칙이나 대응에 의해서 y의 값이 자동적으로 정해지는 어떤 관계가 있으면 y를 x의 함수라고 한다.'

나중에 미적분학의 도입 과정에서 디리클레의 함수 개념이 제시되는 것이 전통이 되어 왔다. 그러나 그 정의는 매우 광범위한 것이고 해석적인 것과 같은 식에 의해서 x와 y 사이의 관계를 표현할 수 있는 어떠한 사항도 고려하고 있지 않다. 즉, 이것은 두 집합 사이의 관계에 대한 기본적인 생각만을 강조하고 있을 뿐이다.

함수의 개념은 수학의 많은 분야에 보급되었으며, 20세기 초반 이후에 많은 영향력 있는 수학자들이 초등 수학의 조직화에 있어서 통합적이고 중심적인 원리로서 함수 개념의 사용을 옹호했다.

차시별 교수 · 학습 과정안 (예시)

대단원		II. 방정식과 함수	쪽수	교과서 96~100쪽
소단원		1. 일차방정식과 일차함수 1-1 일차방정식	차시	1/39
학습 목표		방정식의 해, 미지수, 항등식의 뜻을 알 수 있다.		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동		교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◐ 준비 학습을 이용하여 이번 단원의 학습에 필요한 기초 개념을 간단히 확인, 점검한다. ◐ 중단원 도입 글을 읽고, 단원 과제를 발문하여 이번 단원을 학습하면서 이 과제를 해결할 수 있음을 암시한다. ◐ 이번 차시의 학습 목표를 제시한다. • 방정식의 해, 미지수, 항등식의 뜻을 알 수 있다.		모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◐ 생각 열기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◐ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 보충 설명을 한다. ◐ 학습 내용 설명 • **방정식** (1) 방정식: x의 값에 따라 참이 되기도 하고, 거짓이 되기도 하는 등식을 x에 대한 방정식이라고 한다. (2) 미지수: 방정식에서 사용되는 문자 x (3) 해 또는 근: 방정식을 참이 되게 하는 미지수 x의 값 (4) 방정식의 해 또는 근을 구하는 것을 방정식을 푼다고 한다. • **항등식** x가 어떤 값을 가지더라도 항상 참이 되는 등식을 x에 대한 항등식이라고 한다. ◐ 예제 01을 풀게 한다. ◐ 문제 1, 2, 3번을 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		
정리	학습 내용 정리 차시 예고	◐ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◐ 다음 차시를 예고한다. • 등식의 성질에 대하여 알아본다.		

차시별 교수 · 학습 과정안 (예시)

대단원		II. 방정식과 함수	쪽수	교과서 101~102쪽
소단원		1. 일차방정식과 일차함수 1-1 일차방정식	차시	2/39
학습 목표		등식의 성질을 이해할 수 있다.		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동		교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◐ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◐ 학습 동기 유발을 위한 발문을 한다. 예 윗접시저울의 양 접시에 100 g짜리 추가 각각 놓여 있을 때 왼쪽 접시에 50 g짜리 추를 추가로 올려 놓았다고 하자. 윗접시저울의 오른쪽 접시에 몇 g짜리 추를 올려야 평형을 이루게 되는지 말하여 보자. ◐ 이번 차시의 학습 목표를 제시한다. • 등식의 성질을 이해할 수 있다.		모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◐ 생각 열기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◐ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 보충 설명을 한다. ◐ 학습 내용 설명 • **등식의 성질** $a=b$이면 (1) $a+c=b+c$: 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다. (2) $a-c=b-c$: 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다. (3) $ac=bc$: 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다. (4) $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$): 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다. ◐ 예제 02를 설명한다. ◐ 문제 4번을 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		
정리	학습 내용 정리 차시 예고	◐ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◐ 다음 차시를 예고한다. • 일차방정식에 대하여 알아본다.		

1 일차방정식과 일차함수

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 일차방정식과 일차함수의 뜻을 알게 한다.
② 순서쌍과 좌표를 이해하고, 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.
③ 등식의 성질을 이해하고 일차방정식을 풀 수 있게 한다.
④ 부등식의 성질을 이해하고 일차부등식을 풀 수 있게 한다.
⑤ 미지수가 두 개인 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.
⑥ 연립일차부등식을 풀 수 있게 한다.

교과서 98 쪽

1 일차방정식과 일차함수

귀뚜라미

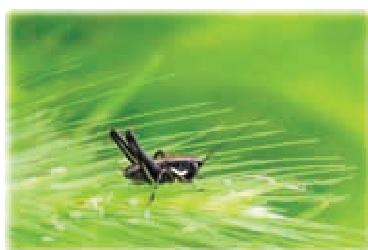
귀뚜라미는 울음소리 때문에 가을을 알려주는 전령사로 알려져 있다. 이 울음소리는 수컷이 암컷을 부르기 위한 종족 보존의 수단인데, 각각의 종마다 그 소리가 다르다. 수컷은 오른쪽 앞날개를 왼쪽 앞날개 위에 올려놓고 비벼서 소리를 내는데, 오른쪽 앞날개 밑면에는 까칠까칠한 줄처럼 생긴 날개맥이 있고 왼쪽 앞날개 윗면에는 발톱처럼 생긴 돌기가 있어 마찰을 일으킨다. 이러한 앞날개의 형태가 종마다 다르기 때문에 울음소리가 달라진다.

귀뚜라미가 우는 횟수는 기온에 따라 달라진다고 한다. 미국의 과학자 돌베어(Dolbear, A. E. ; 1837～1910)는 기온이 x ℃일 때 1분 동안 귀뚜라미가 우는 횟수는

$$\left(\frac{36}{5}x-32\right)\text{회}$$

라고 하였다.

〈출처: 두산백과사전 두피디아(http://www.doopedia.co.kr, Evans, H. E., 곤충의 행성, 사계절출판사, 1999〉



단원 과제

이 단원을 배우면서 다음 과제를 해결하여 보자. 106쪽

귀뚜라미가 1분 동안 우는 횟수를 세어 보면 현재 기온을 알 수 있을까?

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
01 일차방정식	방정식과 등식의 성질
	일차방정식과 그 풀이
02 일차함수의 뜻과 그래프	일차함수
	수직선과 좌표평면 위의 점
	함수의 그래프
	일차함수 $y=ax+b$의 그래프
	x절편과 y절편
	일차함수의 그래프 그리기
03 일차함수의 그래프의 성질	기울기와 그래프 사이의 관계
	일차함수의 식
04 미지수가 2개인 일차방정식	미지수가 2개인 일차방정식과 그 해
05 연립일차방정식과 그 해	미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해
06 연립일차방정식의 풀이	연립일차방정식의 풀이
	컴퓨터의 활용
07 부등식과 그 해	부등식과 그 해
08 부등식의 성질	부등식의 기본 성질
09 일차부등식의 풀이	일차부등식과 그 풀이
10 연립일차부등식	연립일차부등식과 그 풀이
중단원 마무리	정리 확인 학습

들어가면서 귀뚜라미가 우는 횟수, 온도에 따른 소리의 속도와 같은 자연 현상의 숨은 원리나 실생활의 여러 가지 문제를 식으로 간단하게 표현하면 결과를 정확하게 예측하거나 문제를 쉽게 해결할 수 있다.

이 단원에서는 일차방정식, 연립일차방정식, 일차함수, 일차함수의 그래프를 자연 현상이나 사회 현상 등에 적용하고, 문제를 해결하는 능력을 기를 수 있도록 지도한다.

교과서 99 쪽

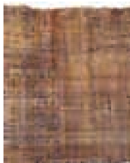
01 일차방정식

● 일차방정식의 뜻을 안다.
● 등식의 성질을 이해하고 일차방정식을 풀 수 있다.

방정식이란 무엇인가?

생각 열기 **아메스 파피루스**

"아메스 파피루스"는 기원전 1650년경에 만들어진 것으로 추정되는 세계에서 가장 오래된 수학 책이다. 이 책에 실린 87개의 수학 문제 중에는 알지 못하는 값인 '아하'를 구하는 '아하 문제'가 포함되어 있다.



탐구 활동 **다음 물음에 답하여 보자.**

1. 다음을 식으로 나타내어 보자.

'아하'의 3배에 2를 더하면 11이다.

2. 다음 문장의 '아하'에 여러 가지 수를 대입하여 '아하'를 구하여 보자.

'아하'와 '아하'의 $\frac{1}{7}$의 합은 24이다.

미지수를 x로 처음 나타낸 사람은 프랑스의 데카르트 (Descartes, R. ; 1596~1650)이다.

탐구 활동 1에서 '아하'를 x라고 하면 등식 $3x+2=11$은 $x=3$이면 참이 되고, $x=2$이면 거짓이 된다.

이와 같이 x의 값에 따라 참이 되기도 하고, 거짓이 되기도 하는 등식을 x에 대한 방정식이라고 한다. 이때 문자 x를 **미지수**라 하고, 방정식을 참이 되게 하는 미지수 x의 값을 그 방정식의 **해** 또는 **근**이라고 한다. 또 방정식의 해를 구하는 것을 방정식을 푼다고 한다.

성취 기준과 성취 수준

성취 기준		성취 수준
1. 다양한 상황을 이용하여 일차방정식과 그 해의 의미를 이해한다.	상	다양한 상황을 일차방정식으로 나타내고, 주어진 수 중 일차방정식의 해를 찾아 그 의미를 설명할 수 있다.
	중	일차방정식을 구별하고, 주어진 수 중 일차방정식의 해를 찾을 수 있다.
	하	주어진 방정식 중에서 일차방정식을 찾을 수 있다.
2. 일차함수의 뜻을 안다.	상	변화하는 두 양 사이의 관계가 일차함수인지 판단할 수 있고 이를 식으로 표현할 수 있다.
	중	일차함수의 뜻을 알고 일차함수의 예를 들 수 있다.
	하	주어진 함수가 일차함수가 되는지 판단할 수 있다.
3. 순서쌍과 좌표를 이해한다.	상	주어진 점이 몇 사분면의 점인지 말할 수 있고, 좌표평면 위의 점과 순서쌍을 대응시킬 수 있다.
	중	좌표평면 위의 점과 순서쌍을 대응시킬 수 있다.
	하	순서쌍과 좌표의 뜻을 안다.
4. 일차함수의 그래프의 성질을 이해하고, 일차함수의 그래프를 그릴 수 있다.	상	일차함수의 그래프의 성질을 이해하고, 그 그래프를 그리는 과정을 설명할 수 있다.
	중	일차함수의 그래프의 성질을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있다.
	하	일차함수의 그래프에서 x절편, y절편, 기울기를 구할 수 있다.
5. 등식의 성질을 이해하고 일차방정식을 풀 수 있다.	상	등식의 성질을 이용하여 일차방정식을 풀고, 그 과정을 설명할 수 있다.
	중	등식의 성질을 이용하여 일차방정식을 풀 수 있다.
	하	계수가 자연수인 간단한 일차방정식을 풀 수 있다.
6. 부등식의 성질을 이해하고 일차부등식을 풀 수 있다.	상	부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식을 풀고, 그 과정을 설명할 수 있다.
	중	부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식을 풀 수 있다.
	하	간단한 일차부등식을 풀 수 있다.

01 일차방정식

소단원 지도 목표

① 방정식과 그 해의 의미를 이해하게 한다.
② 방정식과 항등식의 차이를 알게 한다.
③ 등식의 성질을 이해하고, 이를 이용하여 방정식을 풀 수 있게 한다.
④ 일차방정식의 뜻을 알게 한다.
⑤ 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 좌변, 우변, 양변 용어는 교수 · 학습 상황에서 다루어 질 수 있다.

2. 방정식에서 자신의 풀이 방법을 설명할 수 있게 한다.

교과서 100 쪽

문제 1 다음 방정식 중에서 해가 2인 것을 찾아라.

㉠ $x+3=6$ ㉡ $3x=9$
㉢ $2x-3=1$ ㉣ $3x+1=5$

예제 01 $-1, 0, 1$ 중에서 방정식 $3x-2=1$의 해가 되는 것을 찾아라.

풀이 $x=-1$일 때 $3\times(-1)-2=-5\neq1$
$x=0$일 때 $3\times0-2=-2\neq1$
$x=1$일 때 $3\times1-2=1=1$
따라서 방정식 $3x-2=1$은 $x=1$일 때 참이 되므로 이 방정식의 해는 $x=1$이다.

답 $x=1$

문제 2 $-1, 0, 1, 2$ 중에서 다음 방정식의 해가 되는 것을 찾아라.

(1) $4x+1=9$ (2) $-x+3=x+5$

등식 $x+2x=3x$는 x에 어떤 값을 대입하여도 항상 참이 된다.

이와 같이 x가 어떤 값을 가지더라도 항상 참이 되는 등식을 x에 대한 **항등식**이라고 한다.

어떤 식이 항등식임을 확인할 때에는 등식의 좌변 또는 우변을 간단히 정리하여 양변의 식이 같은지를 확인한다.

문제 3 다음 등식 중에서 x에 대한 항등식을 모두 찾아라.

㉠ $3x+2=8$ ㉡ $4-x=5x$
㉢ $1-(-x)=4+x-3$ ㉣ $x-2=2(x-1)-x$

새로 나온 용어와 기호

- 미지수(未知數, unknown)
- 해(解, solution)
- 근(根, root)
- 항등식(恒等式, identity)
- 이항(移項, transposition)
- 일차방정식(一次方程式, linear equation)

생각 열기 참/고/자/료

"아메스 파피루스"는 1858년 스코틀랜드의 고고학자 헨리 린드가 이집트 룩소르 시장에서 낡은 파피루스 한 장을 구입하면서 발견되었다. 파피루스는 람세스 2세의 장제전에서 도굴된 것이었는데 수년 뒤 고대 이집트어가 해독되면서 여기에 담긴 내용이 밝혀졌다. 파피루스에는 피라미드 높이를 정하는 법, 토지 측량, 노동자에게 급료를 나누어 주는 방법 등 84개의 문항이 적혀 있다. 또 서문에는 다음과 같이 쓰여 있다.

'수학은 세상의 모든 지식의 문으로 들어가는 열쇠이다.'

탐구 활동의 이해

활동 목표 • "아메스 파피루스"에 나온 문제를 이용하여 방정식을 만들고, 방정식의 해의 개념을 알게 하려는 것이다.

1. (아하)$\times3+2=11$

2. (아하)$+$(아하)$\times\dfrac{1}{7}=24$에서 '아하'를 자연수라고 생각하면 '아하'는 7의 배수이다.

(아하)$=7$이면 $7+7\times\dfrac{1}{7}=8\neq24$

(아하)$=14$이면 $14+14\times\dfrac{1}{7}=16\neq24$

(아하)$=21$이면 $21+21\times\dfrac{1}{7}=24$

따라서 '아하'는 **21**이다.

1

목표| 미지수 x에 2를 대입하여 참이 되는 방정식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| x에 2를 대입하면

㉠ $2+3\neq6$이므로 거짓 ㉡ $3\times2\neq9$이므로 거짓
㉢ $2\times2-3=1$이므로 참 ㉣ $3\times2+1\neq5$이므로 거짓

따라서 해가 2인 방정식은 ㉢이다.

2

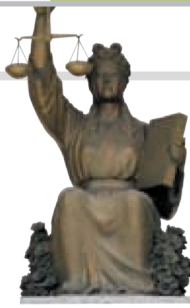
목표| 방정식의 미지수에 주어진 값을 대입하여 해를 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) $x=-1$일 때 $4\times(-1)+1=-3\neq9$
$x=0$일 때 $4\times0+1=1\neq9$
$x=1$일 때 $4\times1+1=5\neq9$
$x=2$일 때 $4\times2+1=9=9$
따라서 방정식 $4x+1=9$의 해는 $\boldsymbol{x=2}$이다.

(2) $x=-1$일 때 $-(-1)+3=-1+5$
$x=0$일 때 $-0+3\neq0+5$
$x=1$일 때 $-1+3\neq1+5$
$x=2$일 때 $-2+3\neq2+5$
따라서 방정식 $-x+3=x+5$의 해는 $\boldsymbol{x=-1}$이다.

교과서 101 쪽

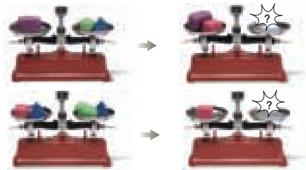
등식의 성질이란 무엇인가?



생각 열기 **정의의 여신상**

그리스 신화에 나오는 정의의 여신 디케(Dike)는 왼손에는 저울을, 오른손에는 칼을 들고 있다. 저울은 법의 형평성을 나타내며, 칼은 그 법을 엄정하게 집행하겠다는 의미이다. 우리나라의 대법원에도 대법정 출입문 위에 정의의 여신상이 있는데 오른손에는 저울을, 왼손에는 법전을 들고 앉아 있다. 또한 우리나라의 전통 의복을 입어 한국적인 모습을 보여 준다.

탐구 활동 **다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.**



1. 각각의 그림에서 윗접시저울이 계속 수평을 이루게 하려면 (?)에는 어떤 것을 놓아야 하는지 알아보자.

등식의 양변에 같은 수를 더하거나 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도, 또 등식의 양변에 같은 수를 곱하거나 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

일반적으로 등식에는 다음과 같은 성질이 있다.

등식의 성질

$a=b$이면

(1) $a+c=b+c$: 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다.

(2) $a-c=b-c$: 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다.

(3) $ac=bc$: 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다.

(4) $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$): 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

3

목표 항등식을 모두 찾을 수 있게 한다.

풀이 ㉢ 좌변: $1-(-x)=1+x$

우변: $4+x-3=1+x$

양변의 식이 같으므로 항등식이다.

㉣ 좌변: $x-2$

우변: $2(x-1)-x=2x-2-x=x-2$

양변의 식이 같으므로 항등식이다.

따라서 항등식인 것은 ㉢, ㉣이다.

생각 열기 참/고/자/료

그리스 어로 '정의' 또는 '정도(正道)'를 의미하는 정의의 여신 디케는 아스트라이아와 동일시되기도 한다. 로마 신화의 유스티티아(Justitia) 또한 정의의 여신을 뜻하는데 오늘날 영어에서 '정의'를 의미하는 justice는 여기서 유래하였다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 윗접시저울을 이용하여 등식의 성질을 알게 하고, 이를 이용하여 방정식의 해를 구하는 방법을 이해하게 하려는 것이다.

1. 위쪽 윗접시저울의 오른쪽 접시에는 왼쪽 접시에 놓은 것과 같은 분홍색 물체를 올려놓고, 아래쪽 윗접시저울의 오른쪽 접시에는 왼쪽 접시에서 내려놓은 것과 같은 파란색 물체를 내려놓으면 계속 수평을 이룬다.

4

목표 등식의 성질을 이용하여 방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이 (1) $3x-5=-2$에서

양변에 5를 더하면

$3x-5+5=-2+5$ … 등식의 성질 (1)

$3x=3$

양변을 3으로 나누면

$\frac{3x}{3}=\frac{3}{3}$ … 등식의 성질 (4)

따라서 $\boldsymbol{x=1}$이다.

(2) $\frac{3}{5}x+1=x-1$에서

양변에 5를 곱하면

$5\left(\frac{3}{5}x+1\right)=5(x-1)$ … 등식의 성질 (3)

$3x+5=5x-5$

양변에서 5를 빼면

$3x+5-5=5x-5-5$ … 등식의 성질 (2)

$3x=5x-10$

양변에서 $5x$를 빼면

$3x-5x=5x-10-5x$ … 등식의 성질 (2)

$-2x=-10$

양변을 -2로 나누면

$\frac{-2x}{-2}=\frac{-10}{-2}$ … 등식의 성질 (4)

따라서 $\boldsymbol{x=5}$이다.

교과서 102 쪽

방정식을 풀 때에는 등식의 성질을 이용하여 주어진 방정식을

$$ax=b\ (a\neq 0)$$

의 꼴로 만들어 해를 구한다.

예제 02 등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 풀어라.

(1) $2x-4=2$　　(2) $\frac{5}{2}x=2x+3$

풀이 (1) 양변에 4를 더하면 $2x-4+4=2+4$ ……등식의 성질 (1)

$2x=6$

양변을 2로 나누면 $\frac{2x}{2}=\frac{6}{2}$ ……등식의 성질 (4)

따라서 $x=3$이다.

(2) 양변에 2를 곱하면 $\frac{5}{2}x\times 2=(2x+3)\times 2$ ……등식의 성질 (3)

$5x=4x+6$

양변에서 $4x$를 빼면 $5x-4x=4x+6-4x$ ……등식의 성질 (2)

따라서 $x=6$이다.

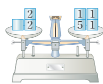
답 (1) $x=3$　(2) $x=6$

문제 4 등식의 성질을 이용하여 다음 방정식을 풀어라.

(1) $3x-5=-2$　　(2) $\frac{3}{5}x+1=x-1$

일차방정식이란 무엇인가?

탐구 활동 크기와 모양이 같은 추가 각각 여러 개씩 있다. 그런데 어떤 하나의 추는 그 추에 표시된 g의 값이 지워져 몇 g짜리인지 알 수 없다. 윗접시저울의 양쪽 접시 위에 1 g, 2 g, 5 g짜리의 추들과 무게를 모르는 추 하나를 오른쪽 그림과 같이 올려놓았더니, 윗접시저울은 수평이 되었다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 윗접시저울을 보고, 알맞은 등식을 세워 보자.
2. 무게를 모르는 추는 몇 g짜리인가?

교과서 103 쪽

탐구 활동에서 무게를 모르는 추를 x g짜리라고 하면

$$x+4=8 \quad \cdots\cdots ①$$

이다. 이 식을 풀기 위하여 식 ①의 양변에서 4를 빼면

$$x+4-4=8-4$$

$$x=8-4 \quad \cdots\cdots ②$$

가 된다. 이때 두 등식 ①과 ②를 비교하면 ①의 좌변에 있던 4가 우변으로 옮겨지면서 -4가 되었음을 알 수 있다.

❶ 이와 같이 등식의 성질을 이용하여 등식의 한 변에 있는 항을 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것을 **이항**이라고 한다.

$x+4=8$
이항
$x=8-4$

문제 5 다음 등식에서 ●로 표시한 항을 이항하여라.

(1) $2x-1=4$　　(2) $7x+15=17$

(3) $-3x=x+20$　　(4) $5x+3=4x-6$

방정식 $5x-4=-2x+10$의 우변에 있는 항 $-2x$, 10을 모두 좌변으로 이항하여 동류항끼리 모아서 정리하면 $7x-14=0$이 된다.

이와 같이 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

$$(\text{일차식})=0$$

의 꼴로 나타내어지는 방정식을 미지수가 1개인 **일차방정식**이라고 한다.

문제 6 다음 중에서 일차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $3x-4=x+5$　㉡ $2x+6=2(x+3)$　㉢ $x^2-3=x$　㉣ $x=-2x+7$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 일차방정식을 세우고, 풀어 봄으로써 등식의 성질을 이항으로 생각할 수 있음을 알게 하려는 것이다.

1. 무게를 모르는 추의 무게를 x g이라고 하면 $x+2+2=5+1+1+1$이므로 등식은 $\boldsymbol{x+4=8}$이다.

2. **1**에서 $x=4$이므로 무게를 모르는 추는 **4 g짜리**이다.

본문 해설

❶ 이항은 등식의 성질 (1), (2)를 이용한 것으로서 실제로 항이 이동한 것은 아니지만 이동한 것처럼 보이므로 이항이라고 부른다.
한편 상수항뿐만 아니라 x를 포함한 항도 이항할 수 있다.

예 $2x=4+x$ → (이항) $2x-x=4$

$2x-4=x+2$ → (이항) $2x-x=2+4$

5

목표 | 방정식에서 표시된 항을 이항할 수 있게 한다.

풀이 | 색으로 표시된 항의 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기면 다음과 같다.

(1) $2x-1=4$ ➡ $\boldsymbol{2x=4+1}$

(2) $7x+15=17$ ➡ $\boldsymbol{7x=17-15}$

(3) $-3x=x+20$ ➡ $\boldsymbol{-3x-x=20}$

(4) $5x+3=4x-6$ ➡ $\boldsymbol{5x-4x=-6-3}$

교과서 104 쪽

일차방정식은 어떻게 푸는가?

탐구 활동 수현이는 일차방정식 $2x+1=5$의 해를 아래와 같이 대수 타일을 이용하여 계산하였다.

$2x+1 = 5$

→ $2x = 4$

→ $x = 2$

다음 물음에 답하여 보자.

1. 위의 각 단계에 이용한 등식의 성질을 말하여 보자.
2. 대수 타일을 이용하여 $3x-2=7$의 해를 구하여 보자.

등식의 성질을 이용하여 등식을 변형해도 해는 같으므로 주어진 방정식에서 미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 일차방정식의 해를 구할 수 있다.

예제 03 일차방정식 $3x+8=x-4$를 풀어라.

풀이 주어진 식에서 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$3x-x=-4-8$

양변을 간단히 하면 $2x=-12$

x의 계수 2로 양변을 나누면 $x=-6$

답 $x=-6$

● 주어진 방정식에 $x=-6$을 대입하면 $3\times(-6)+8=-6-4$ 이므로 해는 $x=-6$이다.

문제 7 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $2x+1=4x-7$ (2) $x+10=-2x+1$

괄호가 있는 방정식을 풀 때에는 분배법칙을 이용하여 먼저 괄호를 푼다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 등식의 성질을 이용하여 주어진 방정식의 해를 구하는 방법을 대수 타일을 이용하여 이해하게 하려는 것이다.

1. $2x+1=5$ → $2x=4$

: 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다.

$2x=4$ → $x=2$

: 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

2. $3x-2 = 7$

→ 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다.

$3x = 9$

→ 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

$x = 3$

따라서 $3x-2=7$의 해는 $x=3$이다.

6

목표| 일차방정식을 모두 찾을 수 있게 한다.

풀이| 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리하면 다음과 같다.

㉠ $3x-4=x+5$ → $3x-4-x-5=0$
→ $2x-9=0$

㉡ $2x+6=2(x+3)$ → $2x+6=2x+6$
→ $2x+6-2x-6=0$
→ $0=0$

㉢ $x^2-3=x$ → $x^2-3-x=0$ → $x^2-x-3=0$

㉣ $x=-2x+7$ → $x+2x-7=0$ → $3x-7=0$

따라서 일차방정식인 것은 (일차식)$=0$의 꼴로 변형되는 식인 ㉠, ㉣이다.

주의| 등식을 정리하지 않고 일차방정식인지 판단하지 않도록 한다.

7

목표| 이항과 등식의 성질을 이용하여 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $2x+1=4x-7$, $2x-4x=-7-1$, $-2x=-8$
따라서 $x=4$이다.

(2) $x+10=-2x+1$, $x+2x=1-10$, $3x=-9$
따라서 $x=-3$이다.

8

목표| 분배법칙을 이용하여 괄호를 풀고, 이항과 등식의 성질을 이용하여 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $3(x+1)=4x-2$

$3x+3=4x-2$

$3x-4x=-2-3$

$-x=-5$

따라서 $\boldsymbol{x=5}$이다.

(2) $5x+3(12-x)=50$

$5x+36-3x=50$

$2x=50-36$

$2x=14$

따라서 $\boldsymbol{x=7}$이다.

본문 해설

❶ 계수가 소수인 방정식의 계수를 정수로 고쳐서 푸는 것은 계산을 간편하게 하기 위한 것이다. 이때 양변에 알맞은 수를 곱할 때, 상수항이나 계수가 정수인 항에도 같은 수를 곱해야 함을 주의한다.

9

목표| 계수가 정수인 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $0.5x-0.2=0.4(x-1)$에서

양변에 10을 곱하면

$5x-2=4(x-1)$

$5x-2=4x-4$

$5x-4x=-4+2$

따라서 $\boldsymbol{x=-2}$이다.

(2) $0.21x-1.8=0.16x+0.2$에서

양변에 100을 곱하면

$21x-180=16x+20$

$21x-16x=20+180$

$5x=200$

따라서 $\boldsymbol{x=40}$이다.

교과서 105 쪽

예제 04 일차방정식 $3(x+4)=5(x-2)$를 풀어라.

풀이 주어진 식에서 좌변과 우변의 괄호를 각각 풀면

$3x+12=5x-10$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$3x-5x=-10-12$

양변을 간단히 하면 $-2x=-22$

x의 계수 -2로 양변을 나누면 $x=11$

답 $x=11$

- 분배법칙 $a(b+c)=ab+ac$
- 주어진 방정식에 $x=11$을 대입하면 $3\times(11+4)=5\times(11-2)$ 이므로 해는 $x=11$이다.

문제 8 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $3(x+1)=4x-2$ (2) $5x+3(12-x)=50$

❶ 계수가 소수인 일차방정식은 양변에 10, 100, 1000, ⋯ 중에서 알맞은 수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예제 05 일차방정식 $0.6x-1.5=0.4x-0.3$을 풀어라.

풀이 주어진 식의 양변에 10을 곱하면

$6x-15=4x-3$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$6x-4x=-3+15$

양변을 간단히 하면 $2x=12$

x의 계수 2로 양변을 나누면 $x=6$

답 $x=6$

- 주어진 방정식에 $x=6$을 대입하면 $0.6\times6-1.5=0.4\times6-0.3$ 이므로 해는 $x=6$이다.

문제 9 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $0.5x-0.2=0.4(x-1)$ (2) $0.21x-1.8=0.16x+0.2$

사고력 기르기

추론
의사소통
▶문제 해결

수영이는 일차방정식 $14-0.4x=0.3x$를 오른쪽과 같이 풀었다. 잘못된 부분을 찾고, 올바른 해를 구하여 보자.

양변에 10을 곱하면 $14-4x=3x$
14와 $3x$를 각각 이항하면 $-4x-3x=-14$
$-7x=-14$
양변을 -7로 나누면 $x=2$

사고력 기르기 문제 해결

출제 의도| 등식의 성질을 이용하여 계수가 소수인 방정식을 푸는 방법에 대한 이해를 돕기 위한 문제이다.

풀이| 수영이는 10을 소수인 계수에만 곱하고, 상수항에는 곱하지 않았다.

따라서 바르게 풀면 다음과 같다.

$14-0.4x=0.3x$에서

양변에 10을 곱하면

$140-4x=3x$

140과 $3x$를 각각 이항하면

$-4x-3x=-140$

$-7x=-140$

양변을 -7로 나누면

$\boldsymbol{x=20}$

교과서 106 쪽

계수가 분수인 일차방정식은 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예제 06 일차방정식 $\frac{1}{4}x-2=\frac{x-7}{6}$을 풀어라.

풀이 주어진 식의 양변에 분모 4와 6의 최소공배수인 12를 곱하면

$$3x-24=2x-14$$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$$3x-2x=-14+24,\ x=10$$

답 $x=10$

주어진 방정식에 $x=10$을 대입하면 $\frac{1}{4}\times10-2=\frac{10-7}{6}$ 이므로 해는 $x=10$이다.

문제 10 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $\frac{1}{2}x-7=8-x$　　(2) $\frac{1}{3}x-6=\frac{3}{2}x+1$

이상에서 배운 일차방정식의 풀이 방법을 정리하면 다음과 같다.

일차방정식의 풀이 방법

❶ 계수에 소수나 분수가 있으면 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.
❷ 괄호가 있으면 괄호를 푼다.
❸ 미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한다.
❹ 양변을 간단히 하여 $ax=b(a\neq0)$의 꼴로 고친다.
❺ x의 계수로 양변을 나눈다.

단원 과제

앞의 단원 과제에 대하여 다음을 해결하여 보자.

어느 귀뚜라미가 1분 동안 우는 횟수는 기온이 x ℃일 때 $\left(\frac{36}{5}x-32\right)$회라고 한다. 이 귀뚜라미가 1분 동안 112회 울었다고 할 때, 그때의 기온을 구하여라.

단원 과제

목표| 일차방정식을 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 귀뚜라미가 1분 동안 112회 울었으므로 그때의 기온 x ℃를 구하는 식은

$$\frac{35}{5}x-32=112$$

$$x=144\times\frac{5}{36}=20$$

따라서 구하는 기온은 **20 ℃**이다.

지/도/자/료

1. 일차방정식의 풀이 방법은 반드시 ❶ → ❺의 순서로 푸는 것은 아니고, 순서가 바뀔 수도 있음을 예를 들어 지도한다.

2. 계수가 소수나 분수인 일차방정식을 풀 때, 주어진 계수를 그대로 계산하는 경우와 계수를 정수로 고친 다음 계산하는 경우를 비교하여 어느 방법이 더 쉽고 간편해지는지 알게 한다.

10

목표| 계수가 분수인 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{1}{2}x-7=8-x$에서

양변에 2를 곱하면

$x-14=16-2x$

$x+2x=16+14$

$3x=30$

따라서 $\boldsymbol{x=10}$이다.

(2) $\frac{1}{3}x-6=\frac{3}{2}x+1$에서

양변에 6을 곱하면

$2x-36=9x+6$

$2x-9x=6+36$

$-7x=42$

따라서 $\boldsymbol{x=-6}$이다.

읽/기/자/료 아인슈타인의 사랑 방정식

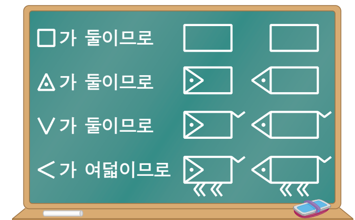
어느 날 한 학생이 아인슈타인에게 질문하였다.

"박사님은 모든 물체 사이에 작용하는 상대성 이론을 발견하였고, 또 그것을 수식화하셨습니다. 그렇다면 사람들 사이에 오가는 사랑도 방정식으로 표현하실 수 있습니까?"

엉뚱한 질문에 아인슈타인은 잠시 생각하더니 칠판에 다음과 같은 사랑 방정식을 썼다.

$$\text{Love}=2\square+2\triangle+2\vee+8<$$

그리고 "가지 않으면 안 될 길을 마지못해 떠나가며 못내 아쉬워 뒤돌아보는 그 마음! 갈 수 없는 길인데도 따라가지 않을 수 없는 안타까운 마음! 그 마음이 사랑인 것이다."라고 설명하였다.



02 일차함수의 뜻과 그래프

소단원 지도 목표

① 일차함수의 의미를 이해하게 한다.
② 좌표, 순서쌍, 좌표축, 좌표평면의 뜻을 알게 한다.
③ 평면 위에서의 점의 위치를 좌표로 나타내고, 좌표를 좌표평면 위의 점으로 나타낼 수 있게 한다.
④ 함수의 그래프의 뜻을 이해하게 한다.
⑤ 평행이동의 뜻을 알고, 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.
⑥ x절편, y절편의 뜻을 알고, 이를 구할 수 있게 한다.
⑦ 두 점을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.
⑧ 일차함수의 그래프의 기울기의 뜻을 알게 한다.
⑨ 기울기와 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

교과서 107 쪽

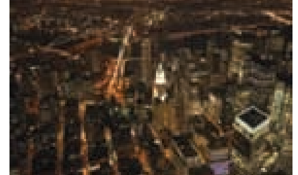
02 일차함수의 뜻과 그래프

- 일차함수의 뜻을 안다.
- 순서쌍과 좌표를 이해하고, 일차함수의 그래프를 그릴 수 있다.

일차함수란 무엇인가?

생각 열기 **전력량과 정전**

우리나라는 미국 등 다른 선진국에 비해 정전이 발생하는 경우가 적다고 한다. 특히 2011년 9월 지역별 순환 정전 사태와 같은 수백만 가구의 대규모 정전 사태는 사실상 처음 있는 일이기 때문에 많은 사람들에게 혼란을 가져다 주었다. 이 정전은 이례적인 9월의 무더위에 냉방 장치의 사용량이 증가하면서 예상한 전기의 수요량을 초과하여 발생한 것이라고 한다.



탐구 활동 일반적으로 에어컨의 소비 전력은 평균 1.6 kW이고, 에어컨에 사용되는 전력량을 제외한 가구당 한 달 평균 전력량은 90 kWh라고 한다.
전력량(kWh)=소비 전력(kW)×시간(h)이라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1. 에어컨 사용 시간에 따른 전력량을 나타낸 다음 표를 완성하여 보자.

시간(h)	0	1	2	3	4
전력량(kWh)					

2. 에어컨을 5시간 동안 사용하였을 때의 전력량은 몇 kWh인가?

3. 한 달 동안 에어컨을 x시간 사용하였을 때, 한 가구의 월 평균 총 전력량을 y kWh라고 하면 y는 x의 함수인가?

탐구 활동에서 에어컨의 소비 전력은 평균 1.6 kW이므로 x시간 동안 사용한 에어컨의 전력량은 $1.6x$ kWh이고, 에어컨에 사용되는 전력량을 제외한 가구당 월 평균 전력량은 90 kWh이므로 x와 y 사이의 관계식은

$$y=1.6x+90$$

으로 나타낼 수 있다. 이때 y는 x에 관한 일차식이 된다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 일차함수의 개념은 다양한 상황에서 한 양이 변함에 따라 다른 양이 하나씩 정해지는 두 양 사이의 관계로 도입한다.

2. 좌표를 나타낼 때 x좌표와 y좌표의 순서를 바꾸지 않도록 주의시킨다. 즉, 순서쌍 (a, b)와 (b, a)는 서로 다른 점을 나타낸다는 것을 알게 한다.

3. 함수 $y=ax(a\neq0)$가 일차함수 $y=ax+b$에서 $b=0$인 경우임을 확인하게 하고, $y=ax$의 그래프의 특징을 일차함수의 그래프와 관련지어 생각할 수 있도록 지도한다.

4. x값의 범위가 수 전체일 때, 일차함수의 그래프가 직선이 됨을 직관적으로 이해하게 한다.

새로 나온 용어와 기호

- 일차함수(一次函數, linear function)
- 좌표(座標, coordinates)
- 순서쌍(順序雙, ordered pair)
- x축, y축
- 좌표축(座標軸, coordinate axis)
- 원점(原點, origin)
- 좌표평면(座標平面, coordinate plane)
- 함수의 그래프(graph of function)
- 평행이동(平行移動, translation)
- x절편, y절편
- 기울기(slope)
- $y=f(x)$, $f(x)$

생각 열기 참/고/자/료

우리나라는 안정적인 전력 공급과 미래 에너지 자원 개발을 위하여 여러 가지 기관을 운영하고 있다. 보다 자세한 정보는 에너지경제연구원 홈페이지 (http://www.keei.re.kr)에서 확인할 수 있다.

교과서 108 쪽

변수와 달리 일정한 값을 가지는 수나 문자를 상수라고 한다.

관계식 $y=1.6x+90$에서 x는 1, 2, 3, 4, 5, …와 같이 여러 가지 값을 가질 수 있고, y도 x의 값이 변함에 따라 여러 가지 값을 가지게 된다. 이러한 x, y와 같이 변하는 여러 가지 값을 가지는 문자를 변수라고 한다.

또 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 정해지면 y의 값도 단 하나로 정해지는 관계가 있을 때, y는 x의 함수라 하고, 이것을 기호로

$$y=f(x)$$

와 같이 나타낸다.

❶ 일반적으로 함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 관한 일차식

$$y=ax+b\ (a\neq0,\ a,\ b\text{는 상수})$$

로 나타날 때, 이 함수 $y=f(x)$를 **일차함수**라고 한다.

일차함수의 x와 y값의 범위가 주어지지 않았을 때에는 x와 y의 값은 실수 전체로 한다.

보기 $y=-3x+2$, $y=\frac{2}{3}x$, $y=x-7$은 y가 x에 관한 일차식으로 나타내어지는 함수이므로 모두 일차함수이다.

문제 1 다음 중에서 일차함수를 모두 찾아라.

㉠ $y=2x-2$	㉡ $y=3x^2-5x-1$	㉢ $y=3$
㉣ $y=\frac{6}{x}+2$	㉤ $y=\frac{4}{5}x$	㉥ $y=5-2x$

문제 2 다음에서 y를 x에 관한 식으로 나타내고, 일차함수인 것을 모두 찾아라.

(1) 하루 중에서 낮의 길이가 x시간일 때, 밤의 길이는 y시간이다.
(2) 넓이가 10 cm^2인 삼각형의 밑변의 길이는 x cm, 높이는 y cm이다.
(3) 시속 4 km로 걸어서 x시간 동안 간 거리는 y km이다.

앞의 탐구 활동에서 얻은 일차함수 $y=1.6x+90$에서 $f(x)=1.6x+90$이므로 x에 1, 2, 3을 각각 대입하면

$f(1)=1.6\times1+90=91.6$, $f(2)=1.6\times2+90=93.2$, $f(3)=1.6\times3+90=94.8$

이다.

이때 $f(1)$, $f(2)$, $f(3)$의 값을 각각 $x=1, 2, 3$에서의 일차함수 $f(x)=1.6x+90$의 함숫값이라고 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 실생활에서 두 변량 사이의 관계를 표를 이용하여 알아봄으로써 일차함수의 뜻을 알게 하려는 것이다.

1.

시간(h)	0	1	2	3	4
전력량(kWh)	**0**	**1.6**	**3.2**	**4.8**	**6.4**

2. 에어컨의 사용 시간이 1시간씩 증가할 때마다 전력량은 1.6 kWh만큼 증가하므로 에어컨을 5시간 동안 사용한 전력량은 **8 kWh**이다.

3. 에어컨에 사용되는 전력량을 제외한 가구당 한 달 평균 전력량이 90 kWh이므로 에어컨의 사용 시간 x와 한 가구의 월 평균 총 전력량 y 사이에는 $y=1.6x+90$인 관계가 성립함을 알 수 있다. 즉, x의 값이 정해지면 y의 값도 단 하나로 정해지므로 **y는 x의 함수**이다.

본문 해설

❶ y는 x에 관한 일차식의 꼴로 나타날 때 일차함수이므로 $y=ax+b$에서 반드시 $a\neq0$이어야 한다.
그러나 $b=0$이어도 $y=ax(a\neq0)$는 일차함수이다.

참고| 일차함수의 '일차'는 변수의 최고 차수가 1인 것을 의미한다. 일차를 영어로 linear라고 하는데 '직선의 모습'이라는 뜻이 있다. linear가 '일차'를 의미하게 된 것은 일차방정식이나 일차함수가 좌표평면에서 직선으로 나타나기 때문이다.

1

목표| 일차함수의 의미를 이해하고, 일차함수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉡ x에 관한 이차식이므로 일차함수가 아니다.
㉢ 3은 상수이므로 일차함수가 아니다.
㉣ 분모에 x가 있으므로 일차함수가 아니다.
따라서 일차함수인 것은 **㉠, ㉤, ㉥**이다.

2

목표| 다양한 상황에서 두 변량 사이의 관계를 식으로 나타내고, 일차함수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) 하루는 24시간이므로 $x+y=24$
$\boldsymbol{y=24-x}$

(2) (삼각형의 넓이)$=\frac{1}{2}\times$(밑변)$\times$(높이)이므로

$10=\frac{1}{2}xy$, $\boldsymbol{y=\frac{20}{x}}$

(3) (거리)$=$(속력)$\times$(시간)이므로 $\boldsymbol{y=4x}$

따라서 일차함수인 것은 **(1), (3)**이다.

3

목표| 주어진 함수에 대한 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $f(x)=1-3x$에서

(1) $f(-2)=1-3\times(-2)=\mathbf{7}$

(2) $f(-1)=1-3\times(-1)=\mathbf{4}$

(3) $f(0)=1-3\times0=\mathbf{1}$

(4) $f\left(\frac{1}{3}\right)=1-3\times\frac{1}{3}=\mathbf{0}$

4

목표| 실생활 문제를 함수로 나타내고, 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 1분 동안 3 cm씩 높아지므로 2분 동안 (3×2) cm, 3분 동안 (3×3) cm, …씩 높아진다. 따라서 x분 동안은 $3x$ cm씩 높아지므로 $\boldsymbol{f(x)=3x}$

(2) $f(5)=3\times5=\mathbf{15}$

$f(10)=3\times10=\mathbf{30}$

교과서 109 쪽

일반적으로 x의 값에 대응하는 함숫값을 기호로

$f(x)$

와 같이 나타낸다.

예제 01 일차함수 $f(x)=2x$에 대하여 다음 함숫값을 구하여라.

(1) $f(-1)$ (2) $f(0)$ (3) $f(1)$

풀이 (1) $f(-1)=2\times(-1)=-2$

(2) $f(0)=2\times0=0$

(3) $f(1)=2\times1=2$

답 (1) -2 (2) 0 (3) 2

문제 3 일차함수 $f(x)=1-3x$에 대하여 다음 함숫값을 구하여라.

(1) $f(-2)$ (2) $f(-1)$

(3) $f(0)$ (4) $f\left(\frac{1}{3}\right)$

문제 4 어느 욕조에 물을 받을 때, 물의 높이는 1분 동안에 3 cm씩 높아진다고 하자. 물을 받는 시간을 x분, 물의 높이를 y cm라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) $y=f(x)$일 때, $f(x)$를 구하여라.

(2) $f(5)$, $f(10)$의 값을 각각 구하여라.

창의 up

오른쪽 그림과 같은 방법으로 똑같은 크기의 종이컵을 포갤 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) 종이컵 한 개의 높이는 73 mm이고, 종이컵 2개, 3개를 포개어 놓았을 때의 높이는 각각 79 mm, 85 mm일 때, 종이컵의 개수와 포개어 놓은 종이컵의 높이 사이의 관계식을 구하여라.

(2) 종이컵 10개를 포개어 놓았을 때의 높이를 구하여라.

창의 UP

출제 의도| 종이컵을 포개어 놓은 개수에 따라 종이컵의 높이가 변한다는 사실을 이용하여 함수의 개념을 알고, 함숫값을 구할 수 있게 하려는 것이다.

풀이| (1) 종이컵 1개의 높이는 73 mm이고, 2개를 포개어 놓았을 때의 높이는 79 mm, 3개를 포개어 놓았을 때의 높이는 85 mm이므로 종이컵의 개수가 1개씩 늘어날 때마다 높이는 6 mm씩 높아진다. 즉,

$6\times(2-1)+73=79$

$6\times(3-1)+73=85$

⋮

따라서 종이컵의 개수를 x개, 포개어 놓았을 때의 높이를 y mm라고 하면 x와 y 사이의 관계식은 다음과 같다.

$\boldsymbol{y=6(x-1)+73}$ **또는** $\boldsymbol{y=6x+67}$

(2) (1)의 관계식에 $x=10$을 대입하면 $y=127$이므로 종이컵 10개를 포개어 놓았을 때의 높이는 **127 mm**이다.

읽/기/자/료 라이프니츠

독일의 수학자이자 철학자인 라이프니츠(Leibniz, G. W. ; 1646~1716)는 운동하거나 변화하는 구체적인 현상을 표현하려는 데에서 발생한 함수(function) 개념을 처음으로 용어화하였다.

라이프니츠

그는 변수 x의 값에 따라서 다른 변수 y가 정해지면 y를 함수라고 정의하였고, 특히 곡선의 방정식이 곧 함수라고 생각하였다. 그 후 오일러가 함수의 개념을 더욱 확실하게 정의하였고, 함수의 기호인 $f(x)$를 처음 사용하였다.

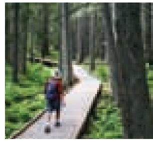
생각 열기 참/고/자/료

산림청에서 운영하는 국립자연휴양림관리소 홈페이지(http://www.huyang.go.kr)에서는 지역별 자연휴양림을 소개하고 온라인 예약 서비스 등을 제공하고 있다.

교과서 110 쪽

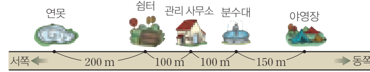
수직선 위의 점은 어떻게 나타내는가?

생각 열기 **휴양림**



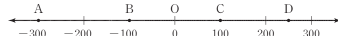
나무가 울창한 숲에 가면 마음이 편안하고 상쾌해진다. 이는 나무가 뿜어내는 피톤치드라는 물질이 스트레스를 풀어줄 뿐만 아니라 심폐 기능과 면역력을 높여 피로에 지친 심신의 활력을 되찾는 데 도움을 주기 때문이다. 그래서 사람들은 나무가 무성한 휴양림을 많이 찾는다.

탐구 활동 **준서네 가족은 가까운 휴양림으로 소풍을 갔다. 휴양림의 안내도에는 다음과 같이 관리 사무소를 기준으로 동쪽으로는 분수대와 야영장, 서쪽으로는 쉼터와 연못이 표시되어 있었다. 물음에 답하여 보자.**



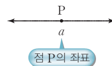
1. 관리 사무소로부터 안내도에 표시된 각 지점까지의 거리를 말하여 보자.
2. 관리 사무소로부터 같은 거리에 있는 쉼터와 분수대의 위치를 구별하여 나타내는 방법을 말하여 보자.

탐구 활동에서 연못, 쉼터, 관리 사무소, 분수대, 야영장을 각각 점 A, B, O, C, D라 하고, 점 O를 기준으로 동쪽을 $+$, 서쪽을 $-$로 하여 이 점들을 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



여기서 수직선 위의 네 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 각각 -300, -100, 100, 250임을 알 수 있다.

이와 같이 수직선 위의 점에 대응하는 수를 그 점의 **좌표**라고 하며, 좌표가 a인 점 P를 기호로 $P(a)$와 같이 나타낸다.

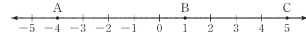


보기 위의 수직선에서 네 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 기호로 나타내면

$A(-300)$, $B(-100)$, $C(100)$, $D(250)$

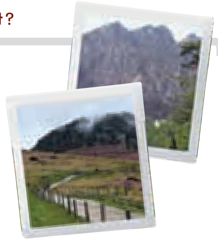
교과서 111 쪽

문제 5 다음 수직선 위의 세 점 A, B, C의 좌표를 각각 기호로 나타내어라.



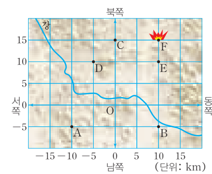
좌표평면 위의 점은 어떻게 나타내는가?

생각 열기 **국립 공원**



우리나라의 한라산과 지리산, 미국의 그랜드 캐니언, 일본의 후지 산, 중국의 장자제 등 세계 각지에는 경관이 좋은 곳들이 많다. 각 나라에서는 이들을 국립 공원으로 지정하여 고유의 자연환경은 물론 그곳에 사는 야생 동물들을 보호하고, 관광지로 이용함으로써 경제적인 이익도 취하고 있다.

탐구 활동 **오른쪽 그림은 어느 국립 공원의 지도이다. 이 지도에서 O는 관리 사무소를 나타내고, A, B, C, D, E는 산불 감시소를 나타내며, F는 산불이 발생한 지점을 나타낸다. 또 지도에 표시된 수는 관리 사무소를 기준으로 동쪽과 북쪽은 양수로, 서쪽과 남쪽은 음수로 나타낸 거리이다. 다음 물음에 답하여 보자.**



1. O를 기준으로 동쪽으로 10, 북쪽으로 10인 위치에 있는 산불 감시소는 어디인가?
2. O를 기준으로 C의 위치를 말하여 보자.
3. F에서 산불이 난 것을 E에서 발견하고 관리 사무소에 연락하려고 한다. 이때 O를 기준으로 F의 위치를 어떻게 말하면 좋겠는가?

탐구 활동에서 관리 사무소 O를 기준으로 하여 산불이 난 지점 F의 위치를 (동·서의 위치, 남·북의 위치)로 표현하면 (10, 15)와 같은 두 수의 쌍으로 나타낼 수 있다. 같은 방법으로 산불 감시소 A의 위치는 $(-10, -5)$로 나타낼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 수직선 위의 점을 좌표로 나타내는 방법을 알게 하려는 것이다.

1. **연못: 300 m, 쉼터: 100 m**
분수대: 100 m, 야영장: 250 m

2. 쉼터는 관리 사무소로부터 서쪽으로 100 m 거리에 있고, 분수대는 동쪽으로 100 m 거리에 있다. 따라서 쉼터와 분수대는 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.
쉼터: 서쪽으로 100 m
분수대: 동쪽으로 100 m

5

목표| 수직선 위의 점의 좌표를 기호로 나타낼 수 있게 한다.

풀이| $\mathbf{A(-4), B(1), C(5)}$

생각 열기 참/고/자/료

우리나라에는 한라산, 지리산을 비롯한 많은 국립 공원이 있다. 국립공원관리공단 홈페이지(http://main.knps.or.kr)를 통해 자기가 살고 있는 지역의 국립 공원을 알아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 관리 사무소의 위치 O를 기준으로 하여 각 지점을 나타내는 방법을 찾으며, 순서쌍의 뜻을 알고 어떻게 나타내는지 알게 하려는 것이다.

1. O를 기준으로 동쪽으로 10, 북쪽으로 10인 위치에 있는 산불 감시소는 **E**이다.

2. C는 O를 기준으로 **북쪽으로 15인 위치**에 있다.

3. **O를 기준으로 동쪽으로 10, 북쪽으로 15인 위치**에 F가 있다.

교과서 112 쪽

한편 수의 쌍 $(10,\ -5)$는 관리 사무소 O를 기준으로 동쪽으로 10 km, 남쪽으로 5 km 지점인 산불 감시소 B의 위치를 나타내지만, 수의 쌍 $(-5,\ 10)$은 서쪽으로 5 km, 북쪽으로 10 km 지점인 산불 감시소 D의 위치를 나타낸다.

즉, 수의 쌍 $(10,\ -5)$와 $(-5,\ 10)$은 서로 다른 위치를 나타낸다.

이와 같이 순서를 정하여 나타낸 두 수의 쌍을 **순서쌍**이라고 한다.

순서쌍으로 나타낼 때에는 순서에 주의한다.

예제 02 a의 값은 1 또는 2, b의 값은 5 또는 6인 두 수 a, b에 대하여 순서쌍 (a, b)를 모두 구하여라.

풀이 a의 값은 1 또는 2, b의 값은 5 또는 6이므로 순서쌍 (a, b)를 모두 구하면

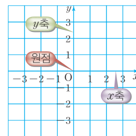
$(1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6)$

답 $(1, 5), (1, 6), (2, 5), (2, 6)$

문제 6 x의 값은 a, b 또는 c이고, y의 값은 1 또는 3일 때, 다음 순서쌍을 모두 구하여라.

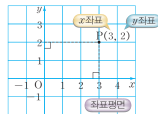
(1) (x, y) (2) (y, x)

이제 평면 위의 점의 위치를 순서쌍을 사용하여 나타내는 방법에 대하여 알아보자.



오른쪽 그림과 같이 두 수직선을 점 O에서 서로 수직으로 만나게 그린다.

이때 가로의 수직선을 ***x*축**, 세로의 수직선을 ***y*축**이라 하고, 두 축을 통틀어 **좌표축**이라고 한다. 또 두 좌표축이 만나는 점 O를 **원점**이라고 한다.



오른쪽 그림과 같은 평면 위의 점 P에서 x축, y축에 내린 수선이 x축, y축과 만나는 점의 좌표는 각각 3, 2이다. 이때 3과 2를 짝지은 순서쌍 $(3,\ 2)$를 점 P의 좌표라고 하며, 좌표가 $(3,\ 2)$인 점 P를 기호로

$\mathrm{P}(3,\ 2)$

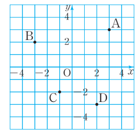
와 같이 나타낸다. 이때 3을 점 P의 ***x*좌표**, 2를 점 P의 ***y*좌표**라고 한다.

원점 O의 좌표는 $(0,\ 0)$이다.

교과서 113 쪽

이와 같이 평면 위의 모든 점의 위치는 순서쌍, 즉 좌표로 나타낼 수 있는데 이러한 평면을 **좌표평면**이라고 한다.

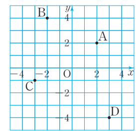
예제 03 오른쪽 좌표평면에서 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 구하여라.



풀이 점 A의 x좌표는 3, y좌표는 3이므로 A(3, 3)
점 B의 x좌표는 -3, y좌표는 2이므로 B$(-3, 2)$
점 C의 x좌표는 -1, y좌표는 -2이므로 C$(-1, -2)$
점 D의 x좌표는 2, y좌표는 -3이므로 D$(2, -3)$

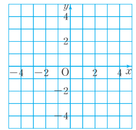
답 A(3, 3), B$(-3, 2)$, C$(-1, -2)$, D$(2, -3)$

문제 7 오른쪽 좌표평면에서 점 A, B, C, D의 좌표를 각각 구하여라.



문제 8 다음 각 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어라.

(1) A(1, 2) (2) B$(2,\ -3)$
(3) C$(-3, 4)$ (4) D$(-1,\ -1)$
(5) E$(-4, 0)$ (6) F(0, 0)



6

목표| 순서쌍을 구할 때, 두 수의 순서가 다르면 서로 다른 것임을 알게 한다.

풀이| (1) x의 값은 a, b 또는 c이고, y의 값은 1 또는 3이므로 순서쌍 $(x,\ y)$를 모두 구하면

$(a,\ 1), (a,\ 3), (b,\ 1), (b,\ 3), (c,\ 1), (c,\ 3)$

(2) y의 값은 1 또는 3이고, x의 값은 a, b 또는 c이므로 순서쌍 $(y,\ x)$를 모두 구하면

$(1,\ a), (1,\ b), (1,\ c), (3,\ a), (3,\ b), (3,\ c)$

7

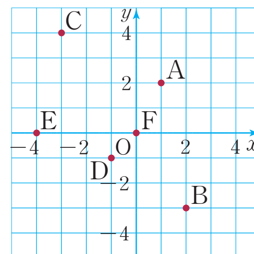
목표| 좌표평면 위에 있는 점의 좌표를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 A의 x좌표는 2, y좌표는 2이므로
A(2, 2)
점 B의 x좌표는 -2, y좌표는 4이므로
B(−2, 4)
점 C의 x좌표는 -3, y좌표는 -1이므로
C(−3, −1)
점 D의 x좌표는 3, y좌표는 -4이므로
D(3, −4)

8

목표| 좌표로 주어진 점을 좌표평면 위에 나타낼 수 있게 한다.

풀이|



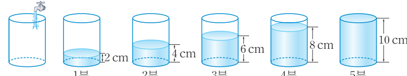
교과서 114 쪽

함수의 그래프란 무엇인가?

생각 열기 물의 소중함

사람의 몸은 약 70 %의 수분으로 구성되어 있다. 충분한 물을 섭취하는 것은 여러 가지 질병을 예방하고 우리 몸 안의 독소와 노폐물을 배출하는 데 도움이 된다. 또한 피부의 탄력과 신체의 균형을 유지시켜 주므로 우리에게 물은 없어서는 안 될 소중한 것이다.

탐구 활동 세리는 수도꼭지에서 항상 일정한 양의 물이 흘러나오게 하여 물통에 물을 채우고 있다. 이때 물통에 들어 있는 물의 높이를 1분마다 재어 보았더니 다음 그림과 같았다. 물음에 답하여 보자.



1. 물을 받는 시간에 따라 물의 높이를 나타낸 다음 표를 완성하여 보자.

물을 받는 시간(분)	0	1	2	3	4	5
물의 높이(cm)						

2. 물을 받는 시간을 x분, 물의 높이를 y cm라고 할 때, x와 y 사이의 관계식을 구하여 보자.

탐구 활동에서 x의 값이 하나 정해지면 그에 따라 y의 값이 하나씩 정해지므로 y는 x의 함수이고, 그 관계식은 $y=2x$임을 알 수 있다.

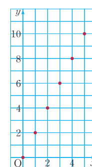
여기서 x의 값을 0, 1, 2, 3, 4, 5라 하고, 각 x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 순서쌍 $(x,\ y)$로 나타내면

$$(0,\ 0),\ (1,\ 2),\ (2,\ 4),\ (3,\ 6),\ (4,\ 8),\ (5,\ 10)$$

이다.

교과서 115 쪽

이때 이들 순서쌍을 좌표로 하는 점을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



이와 같이 함수 $y=f(x)$에서 각 x의 값을 x좌표로 하고, x의 값에 대한 함숫값 y를 y좌표로 하는 순서쌍 $(x,\ y)$를 모두 좌표평면 위에 나타낸 것을 그 **함수의 그래프**라고 한다.

예제 04 함수 $y=-x$에서 x의 값이 -2, -1, 0, 1일 때, 그 그래프를 그려라.

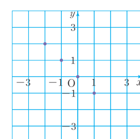
풀이 각 x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-2	-1	0	1
y	2	1	0	-1

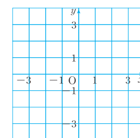
이것을 순서쌍 (x, y)로 나타내면

$$(-2, 2),\ (-1, 1),\ (0, 0),\ (1, -1)$$

이므로 이 순서쌍을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



문제 9 함수 $y=-\frac{1}{2}x$에서 x의 값이 -4, -2, 0, 2, 4일 때, 오른쪽 좌표평면 위에 그 그래프를 그려라.



생각 열기 참/고/자/료

점차 심각해지는 물 부족과 수질 오염으로 삶을 위협받고 있는 곳이 적지 않다. 이를 해결하기 위하여 1992년 제47차 UN 총회에서 매년 3월 22일을 '세계 물의 날'로 제정하고 선포하였다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 함수의 x의 값과 그에 대응하는 함숫값을 구하여 표를 완성함으로써 순서쌍을 만들고 이를 좌표평면 위에 나타낼 수 있게 하려는 것이다.

1. 물의 높이는 1분에 2 cm씩 올라가므로 다음과 같은 표를 구할 수 있다.

물을 받는 시간(분)	0	1	2	3	4	5
물의 높이(cm)	**0**	**2**	**4**	**6**	**8**	**10**

2. x의 값이 하나 정해지면 y의 값은 그것의 2배로 정해지므로 x와 y 사이의 관계식은 $\boldsymbol{y=2x}$이다.

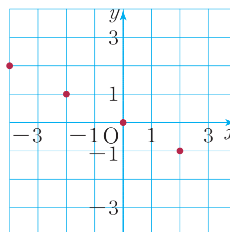
9

목표 | 주어진 x의 값에 대한 함숫값을 구하여 순서쌍을 만들고, 이것을 좌표평면 위에 나타낼 수 있게 한다.

풀이 | 주어진 x의 값에 대한 함숫값 y를 구하여 표를 만들면 다음과 같다.

x	-4	-2	0	2	4
y	2	1	0	-1	-2

이것을 순서쌍 $(x,\ y)$로 나타내면 $(-4,\ 2)$, $(-2,\ 1)$, $(0,\ 0)$, $(2,\ -1)$, $(4,\ -2)$이므로 이 순서쌍을 좌표평면 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



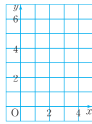
일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐구 활동 밑면으로부터 2 cm 높이까지 물이 들어 있는 물통에 수도꼭지에서 항상 일정한 양의 물이 흘러나오게 하여 물의 높이가 1분에 1 cm씩 높아지도록 물을 채우고 있다. 물을 받는 시간을 x분, 물통에 들어 있는 물의 높이를 y cm라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

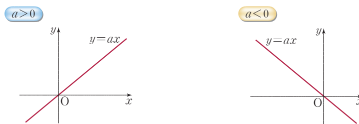
1. 다음 표를 완성하고, y를 x에 관한 식으로 나타내어 보자.

x(분)	0	1	2	3	4
y(cm)					

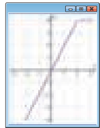
2. 1에서 얻어지는 순서쌍 (x, y)를 좌표로 하는 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어 보자.



우리는 x값의 범위가 수 전체인 일차함수 $y=ax\,(a\neq0)$의 그래프는 다음과 같이 원점을 지나는 직선임을 배웠다.



다음은 컴퓨터를 이용하여 일차함수 $y=2x$의 그래프를 그린 것이다.



이제 일차함수 $y=2x+3$의 그래프를 그려 보자.

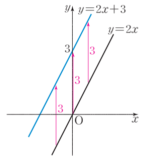
일차함수 $y=2x$와 $y=2x+3$에서 x의 여러 가지 값에 대한 y의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	…	-2	-1	0	1	2	3	…
$2x$	…	-4	-2	0	2	4	6	…
$2x+3$	…	-1	1	3	5	7	9	…

(각 열: +3)

앞의 표에서 $2x+3$의 값은 항상 $2x$의 값보다 3만큼 크다는 것을 알 수 있다.

따라서 일차함수 $y=2x+3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프 위에 있는 각 점을 3만큼 위로 이동하면 얻을 수 있다. 즉, 일차함수 $y=2x+3$의 그래프는 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행하게 이동한 직선과 같음을 알 수 있다.



이와 같이 어떤 도형을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 옮기는 것을 **평행이동**이라고 한다.

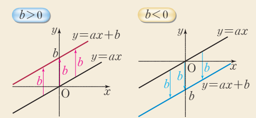
문제 10 다음 일차함수의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 말하여라.

(1) $y=2x+5$ (2) $y=2x-3$

일반적으로 일차함수 $y=ax+b$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

일차함수 $y=ax+b$의 그래프

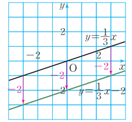
일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 직선이다.



예제 05 일차함수 $y=\frac{1}{3}x-2$의 그래프를 그려라.

풀이 일차함수 $y=\frac{1}{3}x-2$의 그래프는 일차함수 $y=\frac{1}{3}x$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.

따라서 일차함수 $y=\frac{1}{3}x-2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다.



탐구 활동의 이해

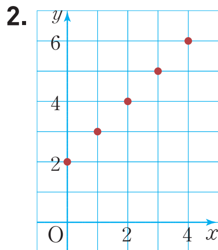
활동 목표 • x와 y 사이의 관계를 나타내는 표를 완성하고 (x, y)를 좌표평면 위에 나타내어 봄으로써 일차함수의 그래프의 모양을 알게 하려는 것이다.

1.

x(분)	0	1	2	3	4
y(cm)	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**

$\boldsymbol{y=x+2}$

2.



10

목표 | 일차함수의 평행이동을 알게 한다.

풀이 | (1) 일차함수 $y=2x+5$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 **5**만큼 평행이동한 것이다.

(2) 일차함수 $y=2x-3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 **-3**만큼 평행이동한 것이다.

지/도/자/료 평행이동

평면 위의 하나의 도형 F에서 그 위의 모든 점을 같은 방향으로 같은 거리만큼 이동시키는 것을 도형 F의 평행이동이라고 한다. 임의의 점 $\mathrm{P}(x, y)$를 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 점을 $\mathrm{P}'(x', y')$이라고 하면

$$x'=x+m,\ y'=y+n\ (m, n\text{은 상수})$$

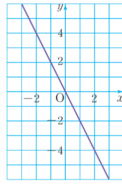
이다. 따라서 일차함수 $y=ax$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면 $y'=y+b$, $y=y'-b$이므로 그 식은 $y-b=ax$이다. 즉, $y=ax+b$가 된다.

교과서 118 쪽

문제 11 오른쪽 그림은 일차함수 $y=-2x$의 그래프이다. 이 그래프를 이용하여 다음 일차함수의 그래프를 그려라.

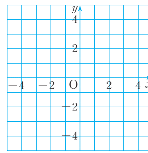
(1) $y=-2x+4$

(2) $y=-2x-4$



발전

문제 12 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동하면 점 $(-1,\ 1)$을 지난다. 이때 b의 값을 구하여라.



x절편과 y절편이란 무엇인가?

탐구 활동 다음 각 점을 오른쪽 좌표평면 위에 나타내고, 물음에 답하여 보자.

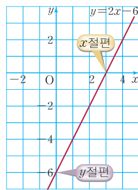
A(2, 3), B(0, 3), C(−4, 1), D(−3, 0),
E(4, 0), F(0, −1), G(1, −3), H(−3, −3)

1. x축 위에 있는 점을 모두 말하여 보자.
2. y축 위에 있는 점을 모두 말하여 보자.
3. x축 또는 y축 위에 있는 점은 각각 어떤 특징이 있는지 말하여 보자.

일차함수 $y=2x-6$의 그래프를 그리면 오른쪽 그림과 같다.

이 그래프가 x축과 만나는 점의 좌표는 $(3,\ 0)$이고, 이 점의 x좌표는 3이다. 또 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ -6)$이고, 이 점의 y좌표는 -6이다.

이와 같이 좌표평면 위에서 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표를 이 그래프의 **x절편**, y축과 만나는 점의 y좌표를 이 그래프의 **y절편**이라고 한다.



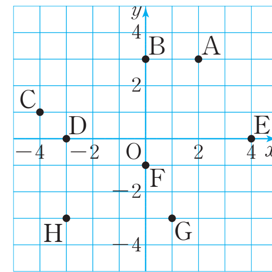
12

목표 | 일차함수의 평행이동을 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | $y=2x$의 그래프를 y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 일차함수의 그래프는 $y=2x+b$이다.
이 그래프가 점 $(-1,\ 1)$을 지나므로
$1=2\times(-1)+b$, $b=\mathbf{3}$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 좌표평면 위에 주어진 점들을 나타내고, x축과 y축 위에 있는 점들의 특징을 살펴보게 하여 x절편과 y절편을 알게 하려는 것이다.



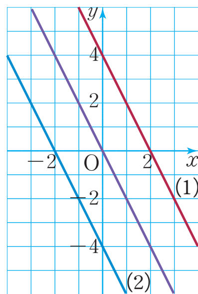
11

목표 | 평행이동을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이 | (1) 일차함수 $y=-2x+4$의 그래프는 $y=-2x$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 것이다.

(2) 일차함수 $y=-2x-4$의 그래프는 $y=-2x$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이다.

따라서 (1), (2)의 그래프는 다음과 같다.



1. **D$(-3,\ 0)$, E$(4,\ 0)$**

2. **B$(0,\ 3)$, F$(0,\ -1)$**

3. x축 위에 있는 점의 좌표는 $(x,\ y)$에서 y의 값이 0이고, y축 위에 있는 점의 좌표는 $(x,\ y)$에서 x의 값이 0이다.

읽/기/자/료 절편

절편은 단독으로 사용되지 않고 x절편, y절편과 같이 사용된다. 절편(截片)에서 '절(截)'은 '끊다'라는 의미이고, '편(片)'은 '조각'을 의미하므로 절편에는 '끊어낸 조각'이라는 뜻이 있다. 절편을 영어로는 intercept라고 하는데, '도중에서 붙잡다'라는 뜻이 있다. inter는 '도중에서(between)'를 의미하며, cept는 '잡다', '붙잡다(take/seize)'를 의미하는 라틴 어 captus에서 온 것이다. x절편과 y절편이 각각 x축과 y축을 붙잡고 있는 것으로 보아 intercept라고 한 것이다.

13

목표 | 일차함수의 그래프에서 x절편, y절편을 구할 수 있게 한다.

풀이 | 일차함수의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표가 x절편, y축과 만나는 점의 y좌표가 y절편이다.

(1) x절편: $\mathbf{-2}$, y절편: $\mathbf{-3}$

(2) x절편: $\mathbf{2}$, y절편: $\mathbf{2}$

(3) x절편: $\mathbf{-3}$, y절편: $\mathbf{3}$

(4) x절편: $\mathbf{1}$, y절편: $\mathbf{-2}$

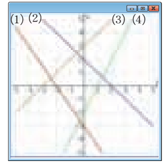
교과서 119 쪽

이를테면 앞의 그림에서 일차함수

$$y=2x-6$$

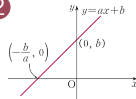
의 그래프의 x절편은 3이고, y절편은 -6이다.

문제 13 오른쪽 그림은 일차함수의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 그래프 (1)~(4)의 x절편과 y절편을 각각 구하여라.



❶ 그래프와 x축과의 교점의 x좌표가 x절편이고, y축과의 교점의 y좌표가 y절편이다.

❷



일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 x축과 만나는 점의 y좌표는 0이므로 $0=ax+b$에서 x절편은 $-\frac{b}{a}$이다. 또 이 함수의 그래프가 y축과 만나는 점의 x좌표는 0이므로 $y=a\times0+b$에서 y절편은 b이다.

예제 06 일차함수 $y=-2x-3$의 그래프의 x절편과 y절편을 각각 구하여라.

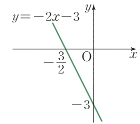
풀이 $y=-2x-3$에 $y=0$을 대입하면

$$0=-2x-3,\ x=-\frac{3}{2}$$

$y=-2x-3$에 $x=0$을 대입하면

$$y=-2\times0-3,\ y=-3$$

따라서 이 그래프의 x절편은 $-\frac{3}{2}$이고, y절편은 -3이다.



답 x절편: $-\frac{3}{2}$, y절편: -3

문제 14 다음 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 각각 구하여라.

(1) $y=-4x+2$　　(2) $y=6x-4$

(3) $y=-3x$　　(4) $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{4}$

본문 해설

❶ 그래프를 이용하면 일차함수 $y=ax+b$의 그래프가 x축과 만나는 점의 y좌표는 0이므로 $y=0$일 때 x의 값이 x절편이 됨을 알 수 있다. 또 그래프가 y축과 만나는 점의 x좌표는 0이므로 $x=0$일 때 y의 값이 y절편임을 알 수 있다.

❷ 일차함수 $y=ax+b$에서

(1) $y=0$이면　$0=ax+b$

$ax=-b,\ x=-\frac{b}{a}$

따라서 x절편은 $-\frac{b}{a}$이다.

(2) $x=0$이면　$y=a\times0+b=b$

따라서 y절편은 b이다.

이때 일차함수 $y=ax+b$에서 그래프의 y절편은 상수항 b를 나타냄을 알 수 있다.

14

목표 | 일차함수의 그래프의 x절편, y절편을 구할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $y=-4x+2$에

$y=0$을 대입하면　$0=-4x+2,\ x=\frac{1}{2}$

$x=0$을 대입하면　$y=0+2,\ y=2$

따라서 x절편은 $\mathbf{\frac{1}{2}}$, y절편은 $\mathbf{2}$이다.

(2) $y=6x-4$에

$y=0$을 대입하면　$0=6x-4,\ x=\frac{2}{3}$

$x=0$을 대입하면　$y=0-4,\ y=-4$

따라서 x절편은 $\mathbf{\frac{2}{3}}$, y절편은 $\mathbf{-4}$이다.

(3) $y=-3x$에

$y=0$을 대입하면　$0=-3x,\ x=0$

$x=0$을 대입하면　$y=0,\ y=0$

따라서 x절편은 $\mathbf{0}$, y절편은 $\mathbf{0}$이다.

(4) $y=\frac{2}{3}x+\frac{1}{4}$에

$y=0$을 대입하면　$0=\frac{2}{3}x+\frac{1}{4},\ x=-\frac{3}{8}$

$x=0$을 대입하면　$y=0+\frac{1}{4},\ y=\frac{1}{4}$

따라서 x절편은 $\mathbf{-\frac{3}{8}}$, y절편은 $\mathbf{\frac{1}{4}}$이다.

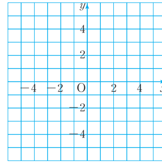
교과서 120 쪽

두 점을 이용하여 일차함수의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐구 활동 일차함수 $y=2x-1$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1. 일차함수 $y=2x-1$을 만족시키는 순서쌍 (x, y)를 두 개 찾아 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어 보자.

2. **1**에서 좌표평면 위에 나타낸 두 점을 직선으로 이어 보자.



일차함수의 그래프는 직선이고, 서로 다른 두 점을 지나는 직선은 오직 하나뿐이다. 따라서 일차함수의 그래프를 그릴 때, 그 그래프가 지나는 서로 다른 두 점을 알면 일차함수의 그래프를 쉽게 그릴 수 있다.

일차함수 $y=2x-1$에서

$x=1$일 때 $y=1$

$x=2$일 때 $y=3$

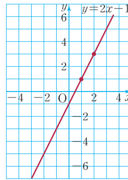
이므로 이 일차함수의 그래프는 두 점

$(1,\ 1), (2,\ 3)$

을 지난다.

따라서 일차함수 $y=2x-1$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 두 점 $(1,\ 1), (2,\ 3)$을 지나는 직선이다.

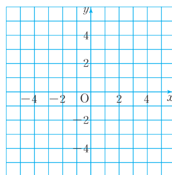
x에 1, 2 이외의 다른 값을 대입하여 y의 값을 구해서 그려도 같은 그래프가 그려진다.



문제 15 다음 일차함수의 그래프 위에 있는 적당한 두 점을 이용하여 오른쪽 좌표평면 위에 그래프를 그려라.

(1) $y=-2x+1$

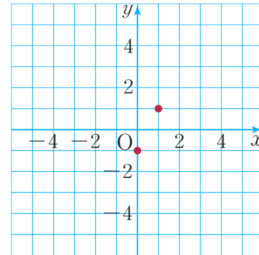
(2) $y=x-3$



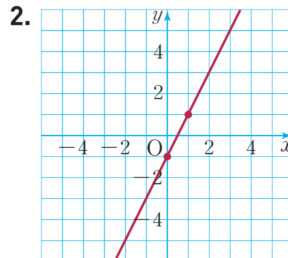
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 일차함수를 만족시키는 두 점의 좌표를 좌표평면 위에 나타내고 이를 이용하여 일차함수의 그래프를 그리는 방법을 알게 하려는 것이다.

1. 예 $x=0$일 때 $y=-1$이고, $x=1$일 때 $y=1$이므로 순서쌍 $(0,\ -1)$, $(1,\ 1)$은 일차함수 $y=2x-1$을 만족시킨다.



2.



지/도/자/료 x절편, y절편에 대한 오개념 지도 방법

1. x절편과 y절편을 좌표로 구하는 경우

일차함수 $y=2x-4$의 그래프가 x축과 점 $(2,\ 0)$에서 만나고, y축과 점 $(0,\ -4)$에서 만나기 때문에 x절편은 그 점의 좌표 $(2,\ 0)$으로, y절편은 $(0,\ -4)$로 구하는 경우가 많다. 따라서 x절편은 2, y절편은 -4와 같이 하나의 값임을 정확히 알 수 있도록 지도한다.

2. x절편과 y절편을 방정식으로 구하는 경우

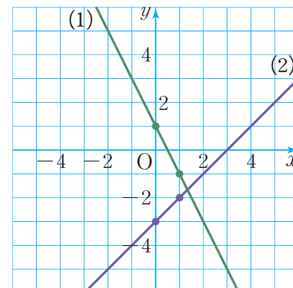
대입의 과정에서 절편을 값이 아닌 방정식 형태로 나타내는 경우가 있다. 예를 들어 $y=2x-4$의 x절편을 구하기 위해 y에 0을 대입하여 $2x-4=0$이 되면 방정식 $x=2$를 x절편이라고 하는 경우가 있다. 이 경우 x절편은 2이고 $x=2$는 y축에 평행한 직선임을 구분할 수 있도록 지도한다.

15

목표| 일차함수를 만족시키는 두 점을 이용하여 좌표평면 위에 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1) $x=0$일 때 $y=1$, $x=1$일 때 $y=-1$이므로 일차함수 $y=-2x+1$의 그래프는 두 점 $(0,\ 1)$, $(1,\ -1)$을 지나는 직선이다.

(2) $x=0$일 때 $y=-3$, $x=1$일 때 $y=-2$이므로 일차함수 $y=x-3$의 그래프는 두 점 $(0,\ -3)$, $(1,\ -2)$를 지나는 직선이다.



본문 해설

❶ x값의 범위가 수 전체일 때, 일차함수의 그래프는 직선이고 두 점을 지나는 직선은 오직 하나뿐이므로 x절편과 y절편을 알면 일차함수의 그래프를 쉽게 그릴 수 있다.

16

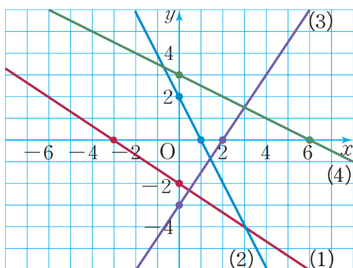
목표| 일차함수의 그래프의 x절편과 y절편을 구하고, 이를 이용하여 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1) $y=0$일 때 $x=-3$, $x=0$일 때 $y=-2$이므로 그래프의 x절편은 -3이고, y절편은 -2이다.
따라서 그래프는 두 점 $(-3,\ 0)$, $(0,\ -2)$를 지나는 직선이다.

(2) $y=0$일 때 $x=1$, $x=0$일 때 $y=2$이므로 그래프의 x절편은 1이고, y절편은 2이다.
따라서 그래프는 두 점 $(1,\ 0)$, $(0,\ 2)$를 지나는 직선이다.

(3) $y=0$일 때 $x=2$, $x=0$일 때 $y=-3$이므로 그래프의 x절편은 2이고, y절편은 -3이다.
따라서 그래프는 두 점 $(2,\ 0)$, $(0,\ -3)$을 지나는 직선이다.

(4) $y=0$일 때 $x=6$, $x=0$일 때 $y=3$이므로 그래프의 x절편은 6이고, y절편은 3이다.
따라서 그래프는 두 점 $(6,\ 0)$, $(0,\ 3)$을 지나는 직선이다.

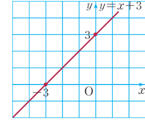


교과서 121 쪽

❶ 일차함수의 그래프에서 x절편과 y절편을 알면 일차함수의 그래프가 x축, y축과 만나는 점을 알 수 있으므로 그 그래프를 쉽게 그릴 수 있다.
이제 일차함수의 그래프를 x절편과 y절편을 이용하여 그려 보자.

예제 07 일차함수 $y=x+3$의 그래프를 x절편과 y절편을 이용하여 그려라.

풀이 $y=x+3$에 $y=0$을 대입하면
$0=x+3$, $x=-3$
$y=x+3$에 $x=0$을 대입하면
$y=0+3$, $y=3$
따라서 x절편은 -3이고, y절편은 3이므로 이 일차함수의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 두 점
$(-3,\ 0)$, $(0,\ 3)$
을 지나는 직선이다.



문제 16 다음 일차함수의 그래프를 x절편과 y절편을 이용하여 오른쪽 좌표평면 위에 그려라.

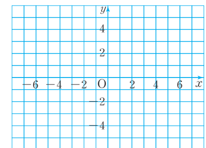
$y=0$을 대입하여 구한 x의 값이 x절편이고, $x=0$을 대입하여 구한 y의 값이 y절편이다.

(1) $y=-\frac{2}{3}x-2$

(2) $y=-2x+2$

(3) $y=\frac{3}{2}x-3$

(4) $y=-\frac{1}{2}x+3$



사고력 기르기

추론
▸의사소통
문제 해결

x절편이 0이고 y절편이 0인 일차함수의 그래프를 각자 그려 보고, 친구들과 비교해 보자. 또 x절편, y절편 중에서 하나만 주어진 경우 일차함수의 그래프를 오직 한 개만 그릴 수 있는지 토의하여 보자.

사고력 기르기 의사소통

출제 의도| x절편과 y절편이 0인 일차함수의 그래프를 그려 봄으로써 일차함수의 그래프가 지나는 한 점의 좌표만을 알 때에는 그래프를 하나로 결정할 수 없음을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| x절편이 0이고, y절편이 0인 일차함수의 그래프는 원점을 지나는 직선이다. 따라서 $y=ax$의 형태로 a의 값에 따라 그래프의 모양이 달라진다. 즉, 하나의 그래프로 나타낼 수 없다.
x절편 또는 y절편 중에서 하나만 주어진 경우도 역시 그래프는 한 점을 지나는 직선이므로 하나의 그래프로 나타낼 수 없다.

교과서 122 쪽

일차함수의 그래프의 기울기란 무엇인가?

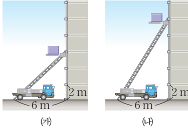
생각 열기

사다리차

고층 건물에 화재가 발생하거나 이사를 할 때 이용하는 사다리차는 경사가 급하여 항상 안전에 유의하여야 한다. 이때 '경사가 급하다'라는 표현은 경사도가 크다는 것을 말하고, 경사도는 (경사도)$=\dfrac{(\text{수직 거리})}{(\text{수평 거리})}$로 나타낸다.

탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 사다리의 밑부분에서 아파트까지의 거리가 6 m이고 한층의 높이가 2 m일 때, 물음에 답하여 보자.

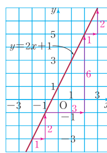


1. 그림 (가)와 (나)에서 사다리의 경사도를 각각 구하여 보자.
2. 작업하는 곳의 층수가 높아질수록 경사도는 어떻게 변하는지 말하여 보자.

일차함수 $y=2x+1$에서 x의 값에 대한 y의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	-5	-3	-1	1	3	5	7	$\cdots$

위의 표에서 x의 값이 1씩 증가하면 y의 값은 2씩 증가함을 알 수 있다. 또 x의 값이 -1에서 2까지 3만큼 증가하면 y의 값은 -1에서 5까지 6만큼 증가함을 알 수 있다.



이때 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율은

$$\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=\frac{5-(-1)}{2-(-1)}=\frac{6}{3}=2$$

이다.

교과서 123 쪽

이와 같이 일차함수 $y=2x+1$에서 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율은 항상 2로 일정하고, 이 비율은 $y=2x+1$의 x의 계수와 같음을 알 수 있다.

예제 08 일차함수 $y=3x-1$에 대하여 x의 값이 1에서 5까지 증가할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y값의 증가량을 구하여라.

(2) x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율을 구하여라.

(3) (2)에서 구한 비율과 일차함수 $y=3x-1$에서 x의 계수를 비교하여라.

풀이 (1) x의 값이 1일 때 y의 값은 2이고, x의 값이 5일 때 y의 값은 14이므로 y값의 증가량은

$$14-2=12$$

(2) x값의 증가량은 $5-1=4$이므로

$$\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=\frac{12}{4}=3$$

(3) (2)에서 구한 비율 3은 일차함수 $y=3x-1$에서 x의 계수 3과 같다.

답 (1) 12 (2) 3 (3) 같다.

문제 17 일차함수 $y=-3x+1$에 대하여 x의 값이 -2에서 3까지 증가할 때, 다음 물음에 답하여라.

(1) y값의 증가량을 구하여라.

(2) x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율을 구하여라.

(3) (2)에서 구한 비율과 일차함수 $y=-3x+1$에서 x의 계수를 비교하여라.

일반적으로 일차함수 $y=ax+b$에서 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율은 항상 일정하고, 그 비율은 x의 계수인 a와 같다. 이때 이 증가량의 비율 a를 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 **기울기**라고 한다.

$y=ax+b$ (a: 기울기)

생각 열기 참/고/자/료

사다리차 이외에도 언덕길의 기울어진 정도를 나타내는 표시판, 스키장의 슬로프 등 우리 주변에서 경사도의 개념이 사용되는 곳을 쉽게 찾아 볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 일상생활에서 볼 수 있는 사다리차를 이용하여 일차함수의 기울기를 알게 하려는 것이다.

1. (경사도)$=\dfrac{(\text{수직 거리})}{(\text{수평 거리})}$이므로 (가)의 경사도는 $\dfrac{6}{6}=\mathbf{1}$, (나)의 경사도는 $\dfrac{10}{6}=\mathbf{\dfrac{5}{3}}$이다.

2. 위의 결과와 같이 작업하는 곳의 층수가 높아질수록 **경사도는 커진다.**

17

목표 | 일차함수 $y=ax+b$에서 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율이 x의 계수와 같음을 알게 한다.

풀이 | (1) $x=-2$일 때, y의 값은

$y=-3\times(-2)+1=7$

$x=3$일 때, y의 값은

$y=-3\times3+1=-8$

따라서 y값의 증가량은

$-8-7=\mathbf{-15}$

(2) x값의 증가량은 $3-(-2)=5$이므로

$$\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=-\frac{15}{5}=\mathbf{-3}$$

(3) (2)에서 구한 비율 -3은 일차함수 $y=-3x+1$에서 x의 계수 -3과 **같다.**

18

목표| 일차함수의 그래프의 기울기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 기울기는 x의 계수 a와 같다. 따라서 각각의 일차함수의 기울기는 다음과 같다.

(1) -2　　(2) $\frac{1}{2}$

(3) -1　　(4) $\frac{2}{3}$

19

목표| 일차함수의 기울기를 구할 수 있게 한다.

풀이| 일차함수 $y=ax-5$에서 a는 기울기를 나타내므로

$$a=\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=\frac{-12}{3}=-4$$

교과서 124 쪽

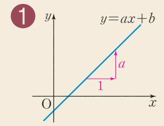
이상을 정리하면 다음과 같다.

● 일차함수 $y=ax+b$와 $y=ax$의 그래프의 기울기는 모두 a로 같다.

일차함수의 그래프의 기울기 ❶

일차함수 $y=ax+b$에서

$$(\text{기울기})=\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}=a$$



문제 18 다음 일차함수의 그래프의 기울기를 말하여라.

(1) $y=-2x+5$　　(2) $y=\frac{1}{2}x+3$

(3) $y=-x-3$　　(4) $y=\frac{2}{3}x$

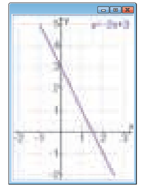
문제 19 일차함수 $y=ax-5$에서 x의 값이 3만큼 증가할 때, y의 값은 12만큼 감소한다고 한다. 이때 a의 값을 구하여라.

기울기와 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐구 활동 오른쪽 그림은 일차함수 $y=-2x+3$의 그래프이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. $x=0$일 때, y의 값을 구하여 순서쌍 (x, y)로 나타내어 보자.
2. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

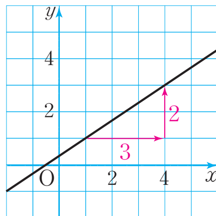
x의 값이 0에서 1까지 1만큼 증가할 때, y의 값은 □에서 □까지 □만큼 감소한다.



본문 해설

❶ 일차함수의 그래프에서 기울기 a를 구할 때, x값의 증가량을 정수 1로 잡는 것은 계산하기 편하게 한 것일 뿐이므로 기울기에 따라 다른 값으로 계산할 수도 있다.

예를 들어 오른쪽 그림과 같은 일차함수의 그래프는 x의 값이 1만큼 증가할 때, y값의 증가량이 정수가 아니므로 x의 값과 y의 값이 모두 정수인 경우의 두 점을 찾아 x값의 증가량 3을 찾고, y값의 증가량 2를 찾아 기울기 $\frac{2}{3}$를 구할 수 있다.



탐구 활동의 이해

활동 목표 • 기울기와 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프를 그리는 방법을 알게 하려는 것이다.

1. $(0,\ 3)$

2. x의 값이 0에서 1까지 1만큼 증가할 때, y의 값은 [3]에서 [1]까지 [2]만큼 감소한다.

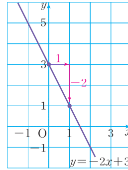
읽/기/자/료 우리나라와 북한의 함수 관련 용어 비교

남한 용어	북한 용어
원점	자리표 처음점
기울기	변화비
사분면	사분구
수직선, 수선	드림선
좌표	자리표
좌표평면	자리표 평면

❶ 일차함수 $y=-2x+3$의 그래프는 y절편이 3이므로 점 $(0,\ 3)$을 지난다. 또 기울기가 -2이므로 x의 값이 1만큼 증가할 때, y의 값은 2만큼 감소한다.

따라서 $y=-2x+3$의 그래프는 점 $(0,\ 3)$에서 오른쪽으로 1만큼, 아래로 2만큼 이동한 점 $(1,\ 1)$을 지난다.

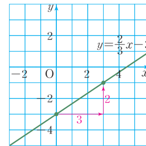
그러므로 일차함수 $y=-2x+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 두 점 $(0,\ 3)$, $(1,\ 1)$을 지나는 직선이다.



예제 09 일차함수 $y=\frac{2}{3}x-3$의 그래프를 기울기와 y절편을 이용하여 그려라.

풀이 일차함수 $y=\frac{2}{3}x-3$에서 y절편은 -3이므로 이 그래프는 점 $(0,\ -3)$을 지난다. 또 기울기가 $\frac{2}{3}$이므로 x의 값이 3만큼 증가할 때, y의 값은 2만큼 증가한다.

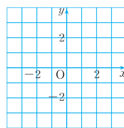
따라서 $y=\frac{2}{3}x-3$의 그래프는 두 점 $(0,\ -3)$, $(3,\ -1)$을 지나므로 오른쪽 그림과 같은 직선이다.



문제 20 다음 일차함수의 그래프를 기울기와 y절편을 이용하여 오른쪽 좌표평면 위에 그려라.

(1) $y=3x-3$

(2) $y=-3x+2$



사고력 기르기

추론
▶의사소통
문제 해결

일차함수 $y=ax+b\,(a\neq0)$의 그래프를 좌표평면 위에 나타낼 때, 기울기와 y절편의 값에 따라 그려지는 그래프에 대하여 말하여 보자.

본문 해설

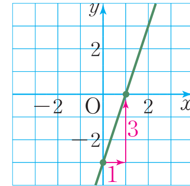
❶ 일차함수 $y=ax+b$의 그래프의 y절편으로부터 그래프가 y축과 만나는 점을 알 수 있고, 기울기를 이용하여 이 점으로부터 또 다른 한 점을 알 수 있다. 이 두 점을 이용하면 일차함수의 그래프를 그릴 수 있다. 이때 기울기가 정수인 경우는 y축과 만나는 점 $(0,\ b)$와 이 점에서 x축으로 1만큼, y축으로 a만큼 증가한 $(1,\ b+a)$를 지나는 직선을 그릴 수 있도록 한다.

또 기울기가 $\frac{q}{p}\,(p\neq0)$와 같이 분수인 경우는 y축과 만나는 점 $(0,\ b)$와 이 점에서 x축으로 p만큼, y축으로 q만큼 증가한 $(p,\ b+q)$를 지나는 직선을 그릴 수 있도록 한다.

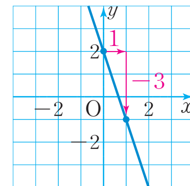
20

목표| 기울기와 y절편을 이용하여 일차함수의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1) 일차함수 $y=3x-3$의 그래프의 y절편은 -3이므로 이 그래프는 점 $(0,\ -3)$을 지난다. 또 기울기가 3이므로 점 $(1,\ 0)$을 지난다. 따라서 일차함수 $y=3x-3$의 그래프는 다음 그림과 같다.



(2) 일차함수 $y=-3x+2$의 그래프의 y절편은 2이므로 이 그래프는 점 $(0,\ 2)$를 지난다. 또 기울기가 -3이므로 점 $(1,\ -1)$을 지난다. 따라서 일차함수 $y=-3x+2$의 그래프는 다음 그림과 같다.



사고력 기르기 의사소통

출제 의도| 기울기와 y절편의 값에 따른 그래프의 위치를 알게 하기 위한 문제이다.

풀이|

a, b의 값	그래프가 지나는 사분면
$a>0,\ b=0$	제1, 3사분면
$a>0,\ b>0$	제1, 2, 3사분면
$a>0,\ b<0$	제1, 3, 4사분면
$a<0,\ b=0$	제2, 4사분면
$a<0,\ b>0$	제1, 2, 4사분면
$a<0,\ b<0$	제2, 3, 4사분면

03 일차함수의 그래프의 성질

소단원 지도 목표

① 기울기와 그래프 사이의 관계를 이해하게 한다.
② 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프 사이의 관계를 이해하게 한다.
③ 기울기와 한 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.
④ 두 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 여러 가지 일차함수의 그래프를 관찰하여 공통점과 차이점을 찾아내고, 일차함수의 그래프의 성질을 학생 스스로 자연스럽게 발견할 수 있도록 한다.

2. 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하거나 일치하며, 서로 평행한 두 일차함수의 그래프는 기울기가 서로 같음을 구체적인 예를 통해 이해할 수 있도록 한다.

3. 일차함수 $y=ax+b$에서 기울기가 a이고, y절편이 b임을 이용하여 조건에 맞는 일차함수의 식을 구할 수 있도록 한다.

교과서 126 쪽

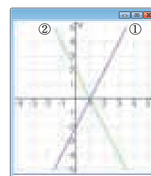
03 일차함수의 그래프의 성질

● 일차함수의 그래프의 성질을 이해한다.

기울기와 그래프 사이에는 어떤 관계가 있는가?

탐구 활동

오른쪽 그림에서 그래프 ①, ②를 보고, 다음 물음에 답하여 보자.



1. 다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 그림에서 각각 찾아보자.
(1) $y=2x-2$
(2) $y=-2x+2$

2. x의 값이 1에서 2로 증가할 때, y의 값도 증가하는 것은 어느 것인가?

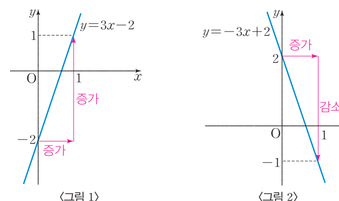
3. x의 값이 1에서 2로 증가할 때, y의 값이 감소하는 것은 어느 것인가?

일차함수 $y=3x-2$의 그래프에서 기울기 3은 양수이므로 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다.

따라서 <그림 1>과 같이 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.

또 일차함수 $y=-3x+2$의 그래프에서 기울기 -3은 음수이므로 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소한다.

따라서 <그림 2>와 같이 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.



탐구 활동의 이해

활동 목표 • 일차함수의 기울기와 그래프 사이의 관계를 이해하게 하려는 것이다.

1. (1) 일차함수 $y=2x-2$의 그래프는 x절편이 1이고, y절편이 -2이므로 ①이다.
(2) 일차함수 $y=-2x+2$의 그래프는 x절편이 1이고, y절편이 2이므로 ②이다.

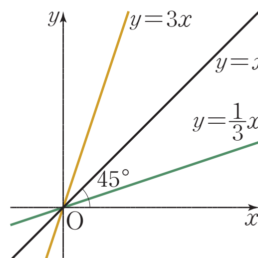
2. x의 값이 1에서 2로 증가할 때, y의 값이 0에서 2로 증가하는 그래프는 ①이다.

3. x의 값이 1에서 2로 증가할 때, y의 값이 0에서 -2로 감소하는 그래프는 ②이다.

지/도/자/료

일차함수 $y=ax+b$에서 다음과 같이 기울기 a와 그래프 사이의 관계를 알면 $y=ax+b$의 그래프의 대략적인 모양을 알 수 있다.

(1) $a>0$이면 오른쪽 위로 향하는 직선이고, $a<0$이면 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.
(2) a의 절댓값이 클수록 그래프는 y축에 가깝다.
(3) $y=x$의 그래프는 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 $45°$이다.



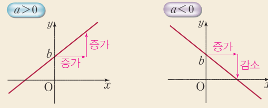
교과서 127 쪽

일반적으로 다음을 알 수 있다.

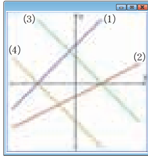
일차함수 $y=ax+b$에서
- $a>0$이면 x의 값이 증가할 때, y의 값도 증가한다.
- $a<0$이면 x의 값이 증가할 때, y의 값은 감소한다.

일차함수 $y=ax+b$의 그래프

일차함수 $y=ax+b$에서
(1) $a>0$이면 그래프는 오른쪽 위로 향하는 직선이다.
(2) $a<0$이면 그래프는 오른쪽 아래로 향하는 직선이다.



문제 1 오른쪽 그림은 일차함수 $y=ax+b$의 그래프를 컴퓨터로 그린 것이다. 그래프 (1)~(4)의 기울기의 부호와 y절편의 부호를 각각 말하여라.



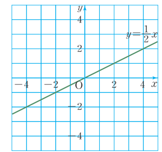
문제 2 다음 일차함수의 그래프를 오른쪽 위로 향하는 직선과 오른쪽 아래로 향하는 직선으로 구분하여라.

㉠ $y=6x-2$	㉡ $y=-2x+5$
㉢ $y=\frac{3}{4}x+3$	㉣ $y=-\frac{7}{3}x-5$

교과서 128 쪽

기울기가 같은 두 일차함수의 그래프 사이에는 어떤 관계가 있는가?

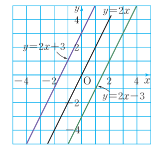
탐구 활동 오른쪽 그림은 일차함수 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프이다. 투명 종이를 대고 그래프를 따라 그린 후 다음 물음에 답하여 보자.



1. 투명 종이 위의 그래프를 y축의 양의 방향으로 3만큼 평행이동하여 보자.
2. 투명 종이 위의 그래프를 y축의 음의 방향으로 3만큼 평행이동하여 보자.
3. 1과 2로부터 $y=\frac{1}{2}x$의 그래프와 $y=\frac{1}{2}x+b$의 그래프의 공통점과 차이점을 말하여 보자.

일차함수 $y=2x+3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 양의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 두 직선은 서로 평행하다.

또 일차함수 $y=2x-3$의 그래프는 일차함수 $y=2x$의 그래프를 y축의 음의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이므로 두 직선은 서로 평행하다.



따라서 일차함수

$$y=2x,\ y=2x+3,\ y=2x-3$$

의 그래프는 서로 평행하고, 그 기울기는 모두 2로 같다는 것을 알 수 있다.

일반적으로 기울기와 일차함수의 그래프 사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

기울기와 일차함수의 그래프

(1) 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하거나 일치한다.
(2) 서로 평행한 두 일차함수의 그래프의 기울기는 같다.

참고 기울기와 y절편이 모두 같은 두 일차함수의 그래프는 일치하고, 기울기가 같고 y절편이 다른 두 일차함수의 그래프는 서로 평행하다.

1

목표| 기울기와 그래프 사이의 관계를 이용하여 일차함수의 그래프의 기울기와 y절편의 부호를 말할 수 있게 한다.

풀이| (1) 그래프가 오른쪽 위로 향하고, $x=0$일 때 y의 값이 양수이므로 $a>0,\ b>0$
(2) 그래프가 오른쪽 위로 향하고, $x=0$일 때 y의 값이 음수이므로 $a>0,\ b<0$
(3) 그래프가 오른쪽 아래로 향하고, $x=0$일 때 y의 값이 양수이므로 $a<0,\ b>0$
(4) 그래프가 오른쪽 아래로 향하고, $x=0$일 때 y의 값이 음수이므로 $a<0,\ b<0$

2

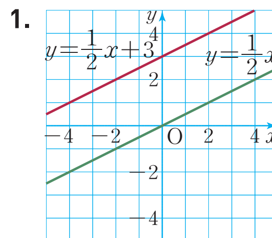
목표| 일차함수의 기울기와 그래프 사이의 관계를 이해하게 한다.

풀이| 오른쪽 위로 향하는 직선: ㉠, ㉢
오른쪽 아래로 향하는 직선: ㉡, ㉣

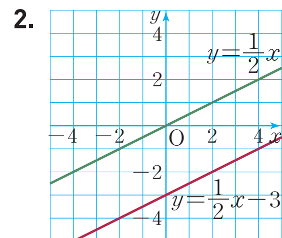
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 기울기가 같은 두 일차함수의 그래프 사이의 관계를 이해하게 하려는 것이다.

1.



2.



3. 공통점: $y=\frac{1}{2}x$의 그래프와 $y=\frac{1}{2}x+b$의 그래프는 기울기가 같은 직선이다.

차이점: $y=\frac{1}{2}x$의 그래프와 $y=\frac{1}{2}x+b(b\neq0)$의 그래프는 y절편이 다르므로 두 그래프는 일치하지 않는다. 즉, 평행하다.

3

목표| 일차함수의 그래프 중에서 서로 평행한 것을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠과 ㉣의 그래프의 기울기가 3으로 같으므로 서로 평행하다.
㉡과 ㉤의 그래프의 기울기가 -5로 같으므로 서로 평행하다.
㉢과 ㉥의 그래프의 기울기가 $-\frac{2}{3}$로 같으므로 서로 평행하다.

4

목표| 두 일차함수의 그래프가 서로 평행하기 위한 조건을 이해하게 한다.

풀이| $y=3ax-2$와 $y=12x+2$의 그래프는 y절편이 다르므로 기울기가 같으면 서로 평행하다. 따라서 $3a=12$이므로 $a=4$

교과서 129 쪽

문제 3 다음 일차함수의 그래프 중에서 서로 평행한 것을 모두 찾아라.

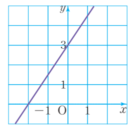
㉠ $y=3x-2$	㉡ $y=-5x+3$
㉢ $y=-\frac{2}{3}x+4$	㉣ $y=3x+7$
㉤ $y=-5x$	㉥ $y=-\frac{2}{3}x-6$

문제 4 두 일차함수 $y=3ax-2$, $y=12x+2$의 그래프가 서로 평행하기 위한 a의 값을 구하여라.

기울기와 한 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식은 어떻게 구하는가?

탐구 활동 오른쪽 그래프를 보고, 다음 물음에 답하여 보자.

1. y절편을 구하여 보자.
2. 기울기를 구하여 보자.
3. 1, 2의 결과를 이용하여 이 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여 보자.



일차함수 $y=ax+b$의 그래프는 기울기가 a이고, y절편이 b인 직선이다.

따라서 직선의 기울기와 y절편을 알면 일차함수의 식을 구할 수 있다.

❶ 또 기울기 a와 그래프 위의 한 점의 좌표를 알 때에도

$$y=ax+b$$

의 x, y에 그 점의 좌표를 대입하여 y절편을 구할 수 있으므로 일차함수의 식을 구할 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • y절편과 기울기를 알 때, 일차함수의 식을 구하는 방법을 알게 하려는 것이다.

1. y절편은 그래프가 y축과 만나는 점의 y좌표이다. 주어진 그래프는 y축과 3에서 만나므로 y절편은 **3**이다.

2. 일차함수의 그래프의 기울기는 x값의 증가량에 대한 y값의 증가량의 비율이다.
주어진 그래프는 x의 값이 2만큼 증가할 때 y의 값은 3만큼 증가하므로 이 그래프의 기울기는 $\frac{3}{2}$이다.

3. 주어진 직선을 나타내는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기는 $\frac{3}{2}$이고, y절편은 3이므로

$$y=\frac{3}{2}x+3$$

본문 해설

❶ 한 점을 지나는 직선은 무수히 많다. 그중에서 주어진 기울기를 가지는 직선은 단 하나이므로 직선이 지나는 한 점의 좌표와 기울기를 알 때, 그 일차함수의 식을 구할 수 있다.

5

목표| 기울기와 한 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

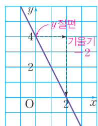
풀이| (1) 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는 -2이고, y절편 b는 3이다.
따라서 구하는 일차함수의 식은 $y=-2x+3$

교과서 130 쪽

예제 01 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) 기울기가 -2이고, y절편이 4인 직선

(2) 기울기가 2이고, 점 $(2, 5)$를 지나는 직선



풀이 (1) 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는 -2이고, y절편 b는 4이다.

따라서 구하는 일차함수의 식은

$$y=-2x+4$$

(2) 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기가 2이므로

$$y=2x+b \qquad \cdots\cdots①$$

그런데 이 직선은 점 $(2, 5)$를 지나므로 ①에 $x=2$, $y=5$를 대입하면

$$5=2\times2+b,\ b=1$$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$$y=2x+1$$

답 (1) $y=-2x+4$ (2) $y=2x+1$

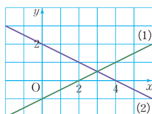
문제 5 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) 기울기가 -2이고, y절편이 3인 직선

(2) 기울기가 -3이고, 원점을 지나는 직선

(3) 기울기가 $\frac{2}{3}$이고, 점 $(3, 3)$을 지나는 직선

발전 문제 6 오른쪽 그림의 직선 (1)과 (2)를 그래프로 하는 일차함수의 식을 각각 구하여라.



(2) 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는 -3이므로 $y=-3x+b$ $\cdots\cdots①$

이 직선은 점 $(0, 0)$을 지나므로 ①에 $x=0$, $y=0$을 대입하면 $0=-3\times0+b$, $b=0$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $\boldsymbol{y=-3x}$

(3) 구하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는 $\frac{2}{3}$이므로 $y=\frac{2}{3}x+b$ $\cdots\cdots①$

이 직선은 점 $(3, 3)$을 지나므로 ①에 $x=3$, $y=3$을 대입하면 $3=\frac{2}{3}\times3+b$, $b=1$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $\boldsymbol{y=\frac{2}{3}x+1}$

주의| 답을 쓸 때 $y=-2x+3$을 $-2x+3$으로 쓰지 않도록 주의한다.

6

목표| 그래프를 보고 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) x의 값이 0에서 2까지 2만큼 증가할 때, y의 값은 -1에서 0까지 1만큼 증가하므로 기울기는 $\frac{1}{2}$이다.

또 y축과 점 $(0, -1)$에서 만나므로 y절편은 -1이다.

따라서 구하는 일차함수의 식은

$\boldsymbol{y=\frac{1}{2}x-1}$

(2) x의 값이 0에서 4까지 4만큼 증가할 때, y의 값은 2에서 0까지 2만큼 감소하므로 기울기는 $-\frac{1}{2}$이다.

또 y축과 점 $(0, 2)$에서 만나므로 y절편은 2이다.

따라서 구하는 일차함수의 식은

$\boldsymbol{y=-\frac{1}{2}x+2}$

읽/기/자/료 디리클레

디리클레

디리클레(Dirichlet, J. P. G. L. ; 1805~1859)는 독일의 수학자로 함수에 대한 새로운 정의를 함으로써 함수의 개념 발달과 수학 발전에 기여하였다.

독일의 뒤렌에서 태어나 1828년부터 1855년까지 베를린 대학에서 연구를 하였고, 1855년에는 가우스(Gauss, K. F. ; 1777~1855)의 뒤를 이어 괴팅겐 대학의 교수가 되었다.

디리클레는 정수론, 급수론, 대수학 등 수학의 많은 분야에 업적을 남겼지만 무엇보다 중요한 업적은 함수를 대응 관계로 파악한 것이다. 그는 함수를 '두 변수 x, y에 있어서 x의 값에 따라 y의 값이 정해질 때, y는 x의 함수이다.'라고 정의하였다. 이것은 함수를 단순한 식의 표현으로 보아 온 라이프니츠의 함수의 개념을 뒤바꾸었고, 수학이 계산론에 치우치는 것을 막는 데 기여하였다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 주어진 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하는 방법을 알게 하려는 것이다.

1. $(\text{기울기})=\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}$

$=\frac{3-(-1)}{3-1}=\mathbf{2}$

2. 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 $a=2$이므로 $y=2x+b$

이 직선은 점 $(1,\ -1)$을 지나므로 기울기와 한 점의 좌표를 알 때 일차함수의 식을 구하는 방법으로 구할 수 있다.

즉, $x=1$, $y=-1$을 $y=2x+b$에 대입하면

$-1=2\times1+b$, $b=-3$

따라서 구하는 일차함수의 식은

$y=2x-3$

교과서 131 쪽

두 점의 좌표를 알 때, 일차함수의 식은 어떻게 구하는가?

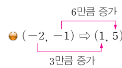
탐구 활동 두 점 $(1,\ -1)$과 $(3,\ 3)$을 지나는 직선에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1. 기울기를 구하여 보자.

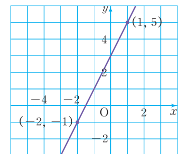
2. 1에서 얻은 기울기를 a라 하고, 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하자. b는 어떻게 구할 수 있겠는가?

서로 다른 두 점을 지나는 직선은 하나뿐이므로 이들 두 점의 좌표를 알면 일차함수의 식을 구할 수 있다.

두 점 $(-2,\ -1)$, $(1,\ 5)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여 보자.



x의 값이 -2에서 1까지 3만큼 증가할 때, y의 값은 -1에서 5까지 6만큼 증가하므로 이 그래프의 기울기 a는



$$a=\frac{(y\text{값의 증가량})}{(x\text{값의 증가량})}$$
$$=\frac{5-(-1)}{1-(-2)}=\frac{6}{3}=2$$

이다.

이때 구하는 일차함수의 식을

$$y=2x+b \quad \cdots\cdots ①$$

로 나타낼 수 있다.

그런데 이 직선은 점 $(1,\ 5)$를 지나므로 ①에 $x=1$, $y=5$를 대입하면

$$5=2\times1+b,\ b=3$$

이다.

따라서 두 점 $(-2,\ -1)$, $(1,\ 5)$를 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은

$$y=2x+3$$

임을 알 수 있다.

문제 7 다음 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

(1) $(2,\ 2)$, $(-1,\ -4)$ (2) $(2,\ 1)$, $(-2,\ 9)$

(3) $(-1,\ 7)$, $(4,\ 2)$ (4) $(-3,\ -2)$, $(-1,\ 6)$

7

목표| 두 점을 지나는 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는 $a=\frac{-4-2}{-1-2}=2$이므로 $y=2x+b$

이 직선은 점 $(2,\ 2)$를 지나므로 $y=2x+b$에 대입하면 $2=2\times2+b$, $b=-2$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $\boldsymbol{y=2x-2}$

(2) 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는

$a=\frac{9-1}{-2-2}=-2$이므로 $y=-2x+b$

이 직선은 점 $(2,\ 1)$을 지나므로 $y=-2x+b$에 대입하면 $1=-2\times2+b$, $b=5$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $\boldsymbol{y=-2x+5}$

(3) 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는

$a=\frac{2-7}{4-(-1)}=-1$이므로 $y=-x+b$

이 직선은 점 $(-1,\ 7)$을 지나므로 $y=-x+b$에 대입하면 $7=-(-1)+b$, $b=6$

따라서 구하는 일차함수의 식은 $\boldsymbol{y=-x+6}$

(4) 일차함수의 식을 $y=ax+b$라고 하면 기울기 a는

$a=\frac{6-(-2)}{-1-(-3)}=4$이므로 $y=4x+b$

이 직선은 점 $(-3,\ -2)$를 지나므로 $y=4x+b$에 대입하면 $-2=4\times(-3)+b$, $b=10$

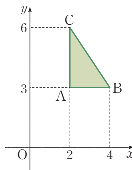
따라서 구하는 일차함수의 식은 $\boldsymbol{y=4x+10}$

주의| 두 점 $(a,\ b)$와 $(c,\ d)$를 지나는 일차함수의 그래프의 기울기를 구할 때, $\frac{b-d}{c-a}$와 같이 계산하여 기울기를 잘못 구하지 않도록 주의한다.

교과서 132 쪽

창의 up

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 세 점 A$(2, 3)$, B$(4, 3)$, C$(2, 6)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형이 있다. 일차함수 $y=ax-1$의 그래프가 이 삼각형과 만나도록 하는 a값의 범위를 구하는 방법을 설명하여라.



직선의 x절편과 y절편을 알면 직선이 각각 x축, y축과 만나는 점을 알 수 있으므로 일차함수의 식을 구할 수 있다.

예제 02 x절편이 1이고, y절편이 3인 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.

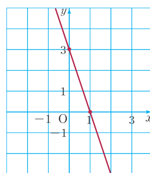
x절편이 a이고, y절편이 b인 직선은 두 점 $(a, 0)$, $(0, b)$를 지난다.

풀이 x절편이 1이고, y절편이 3이므로 이 직선은 두 점 $(1, 0)$, $(0, 3)$을 지난다.
따라서 이 직선의 기울기는

$$\frac{3-0}{0-1}=-3$$

이고, y절편은 3이므로 구하는 일차함수의 식은

$$y=-3x+3$$



답 $y=-3x+3$

문제 8 다음 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식을 구하여라.
(1) x절편이 -4이고, y절편이 3인 직선
(2) x절편이 5이고, y절편이 -2인 직선

8

목표| x절편과 y절편을 알 때, 일차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) x절편이 -4이고, y절편이 3이므로 이 직선은 두 점 $(-4,\ 0)$, $(0,\ 3)$을 지난다. 따라서 이 직선의 기울기는

$$\frac{3-0}{0-(-4)}=\frac{3}{4}$$

이고, y절편은 3이므로 구하는 일차함수의 식은

$$\boldsymbol{y=\frac{3}{4}x+3}$$

(2) x절편이 5이고, y절편이 -2이므로 이 직선은 두 점 $(5,\ 0)$, $(0,\ -2)$를 지난다. 따라서 이 직선의 기울기는

$$\frac{-2-0}{0-5}=\frac{2}{5}$$

이고, y절편은 -2이므로 구하는 일차함수의 식은

$$\boldsymbol{y=\frac{2}{5}x-2}$$

창의 UP

출제 의도| 일차함수의 그래프의 성질을 활용하여 기울기의 범위를 구할 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 일차함수 $y=ax-1$의 그래프의 y절편은 -1이므로 이 그래프는 항상 점 $(0,\ -1)$을 지난다. 따라서 $y=ax-1$의 그래프가 점 B$(4,\ 3)$을 지날 때 기울기 a는 $a=\frac{3-(-1)}{4-0}=1$이고, $y=ax-1$의 그래프가 점 C$(2,\ 6)$을 지날 때 기울기 a는 $a=\frac{6-(-1)}{2-0}=\frac{7}{2}$이므로 $y=ax-1$의 그래프가 삼각형 ABC와 만나기 위한 a값의 범위는 $\boldsymbol{1\le a\le \frac{7}{2}}$이다.

지/도/자/료 두 절편을 한눈에 알아볼 수 있는 일차함수의 식

원점을 지나지 않는 일차함수의 그래프의 x절편이 a이고, y절편이 b일 때, 그 일차함수의 식은 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$로 나타낼 수 있다.

일차함수의 식 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$에서

① x절편: $y=0$을 대입하면

$$\frac{x}{a}=1,\ x=a$$

② y절편: $x=0$을 대입하면

$$\frac{y}{b}=1,\ y=b$$

따라서 x절편은 a이고, y절편은 b이다.

04 미지수가 2개인 일차방정식

소단원 지도 목표

① 미지수가 2개인 일차방정식의 의미를 알게 한다.
② 미지수가 2개인 일차방정식의 해의 의미를 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 실생활 문제 속에서 미지수를 정하고, 이를 이용하여 식으로 표현하도록 함으로써 미지수가 2개인 일차방정식의 뜻을 이해하게 한다.
2. 미지수가 2개인 일차방정식은 미지수가 1개인 일차방정식과 달리 해가 여러 개 나올 수 있다는 것에 유의하게 한다.
3. x, y가 자연수인 경우에만 해를 구하게 하고, x, y가 정수 또는 유리수로 확대되는 것은 연립일차방정식의 풀이에서 다루도록 한다.

교과서 133 쪽

04 미지수가 2개인 일차방정식

● 미지수가 2개인 일차방정식과 그 해의 의미를 이해한다.

미지수가 2개인 일차방정식과 그 해란 무엇인가?

생각 열기

요구르트

요구르트는 우유를 발효시킨 식품으로 건강에 좋을 뿐만 아니라 독특한 맛을 지니고 있다. 특히 요구르트의 유산균은 음식물을 분해시켜 우리 몸에 흡수가 잘 되도록 만들어 준다.

탐구 활동

한 개에 500원 하는 딸기 요구르트 x개와 한 개에 1000원 하는 포도 요구르트 y개를 합하여 4000원어치를 샀을 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1. x와 y 사이의 관계식을 구하여 보자.
2. 딸기 요구르트를 2개, 4개, 6개 샀을 때, 포도 요구르트는 각각 몇 개씩 샀는지 오른쪽 표를 완성하여 보자.

x	2	4	6
y			

탐구 활동에서 x와 y 사이의 관계식은

$$500x+1000y=4000$$

으로 나타낼 수 있다.

이와 같이 미지수가 2개이고, 차수가 1인 방정식을 미지수가 2개인 일차방정식 또는 간단히 일차방정식이라고 한다.

일반적으로 미지수가 x, y의 2개인 일차방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

❶ $ax+by+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$)

문제 1 다음 중에서 미지수가 2개인 일차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $4x-y=0$　　㉡ $3x+4-2=0$
㉢ $y=6x+5$　　㉣ $2x+7y=7(y-3)$

생각 열기 참/고/자/료

유산균이나 효모 등 미생물의 발효 작용을 이용하여 만든 식품인 발효 식품은 그 종류가 다양하고, 각기 독특한 특징과 풍미를 지닌다. 발효 식품에는 간장, 된장, 고추장 등의 콩 발효 식품, 치즈, 버터, 요구르트 등의 발효 유제품, 김치, 젓갈 등의 소금 절임류가 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • x와 y 사이의 관계식을 구하고, 그 식을 만족시키는 자연수 x, y의 값을 구해 봄으로써 미지수가 2개인 일차방정식을 알게 하려는 것이다.

1. $\boldsymbol{500x+1000y=4000}$

2.

x	2	4	6
y	**3**	**2**	**1**

본문 해설

❶ 미지수가 x, y의 2개인 일차방정식 $ax+by+c=0$ (a, b, c는 상수, $a\neq0$, $b\neq0$)은 $ax+by=-c$와 같이 등식의 성질에 의하여 여러 가지 형태로 변형될 수 있다. 한편 $ax+by+c=0$은 $a=0$, $b\neq0$이면 y에 관한 일차방정식, $a\neq0$, $b=0$이면 x에 관한 일차방정식이 된다.

1

목표| 미지수가 2개인 일차방정식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| 주어진 방정식을 $ax+by+c=0$의 꼴로 변형하면
㉠ $4x-y=0$ ➔ 미지수가 2개인 일차방정식
㉡ $3x+2=0$ ➔ 미지수가 1개인 일차방정식
㉢ $-6x+y-5=0$ ➔ 미지수가 2개인 일차방정식
㉣ $2x+21=0$ ➔ 미지수가 1개인 일차방정식
따라서 미지수가 2개인 일차방정식은 ㉠, ㉢이다.

교과서 134 쪽

일차방정식 $2x+y=7$을 참이 되게 하는 자연수 x, y의 값을 구하여 보자.

❶ 일차방정식 $2x+y=7$의 x에 자연수 1, 2, 3, …을 차례로 대입하여 y의 값을 구하면 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	5	…
y	5	3	1	-1	-3	…

❷ 그런데 y의 값도 자연수이므로 일차방정식 $2x+y=7$을 참이 되게 하는 자연수의 순서쌍 (x, y)를 구하면 (1, 5), (2, 3), (3, 1)이다.

이와 같이 미지수가 x, y인 일차방정식을 참이 되게 하는 x, y의 값 또는 그 순서쌍 (x, y)를 이 방정식의 해라 하고, 해를 모두 구하는 것을 방정식을 푼다고 한다.

예제 01 x, y가 자연수일 때, 일차방정식 $3x+y=12$를 풀어라.

풀이 일차방정식 $3x+y=12$의 x에 자연수 1, 2, 3, …을 차례로 대입하여 y의 값을 구하면 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	5	…
y	9	6	3	0	-3	…

그런데 y의 값도 자연수이므로 구하는 해는 (1, 9), (2, 6), (3, 3)이다.

답 (1, 9), (2, 6), (3, 3)

문제 2 x, y가 자연수일 때, 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $x+y=5$ (2) $x+2y=10$

문제 3 다음 중에서 (3, 2)를 해로 가지는 일차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $x+2y=5$ ㉡ $2x-y=4$
㉢ $x-3y=3$ ㉣ $4x-5y=2$

본문 해설

❶ 자연수의 범위에서 해를 구할 때에는 $x=1, 2, 3, \cdots$을 차례로 대입하여 자연수가 되는 y의 값을 찾는다. x의 값 또는 y의 값을 정수 또는 유리수로 확장하면 미지수가 2개인 일차방정식의 해는 무수히 많음을 알 수 있다.

❷ 미지수가 x로 1개인 일차방정식의 해는 x의 값만 나타내지만, 미지수가 x, y로 2개인 일차방정식의 해는 x, y의 값을 한 쌍으로 나타내어야 한다.

2

목표| 미지수가 2개인 일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 일차방정식 $x+y=5$의 x에 자연수 1, 2, 3, …을 차례로 대입하여 y의 값을 구하면 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	5	6	…
y	4	3	2	1	0	-1	…

그런데 y의 값도 자연수이므로 구하는 해는

(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

(2) 일차방정식 $x+2y=10$의 x에 자연수 1, 2, 3, …을 차례로 대입하여 y의 값을 구하면 다음 표와 같다.

x	1	2	3	4	5	6
y	$\frac{9}{2}$	4	$\frac{7}{2}$	3	$\frac{5}{2}$	2

x	7	8	9	10	11	…
y	$\frac{3}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	…

그런데 y의 값도 자연수이므로 구하는 해는

(2, 4), (4, 3), (6, 2), (8, 1)

3

목표| 주어진 순서쌍을 해로 가지는 일차방정식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| 주어진 일차방정식에 $x=3$, $y=2$를 대입하면

㉠ $x+2y=5$에서 $3+4\neq5$

㉡ $2x-y=4$에서 $6-2=4$

㉢ $x-3y=3$에서 $3-6\neq3$

㉣ $4x-5y=2$에서 $12-10=2$

따라서 (3, 2)를 해로 가지는 일차방정식은 ㉡, ㉣이다.

교과서 135 쪽

05 연립일차방정식과 그 해

● 미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해의 의미를 이해한다.

미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해란 무엇인가?

탐구 활동

성일이는 오늘 휴대 전화에서 한 건당 15원인 단문 문자 메시지 x건과 30원인 장문 문자 메시지 y건을 합쳐 모두 5건의 문자 메시지를 보냈더니 105원의 요금이 나왔다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 성일이가 보낸 문자 메시지의 건수를 x, y에 관한 식으로 나타내어 보자.
2. 성일이가 내야 할 문자 메시지 요금을 x, y에 관한 식으로 나타내어 보자.

탐구 활동에서 단문 문자 메시지 x건과 장문 문자 메시지 y건을 합하여 5건을 보냈으므로

$$x+y=5 \quad \cdots\cdots ①$$

이다. 한 건당 15원인 단문 문자 메시지의 요금은 $15x$원이고, 한 건당 30원인 장문 문자 메시지의 요금은 $30y$원이므로

$$15x+30y=105 \quad \cdots\cdots ②$$

이다.

일반적으로 두 일차방정식 ①, ②를 한 쌍으로 묶어서

$$\begin{cases} x+y=5 \\ 15x+30y=105 \end{cases}$$

와 같이 나타낸다. 이와 같이 두 일차방정식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것을 미지수가 2개인 **연립일차방정식**이라고 한다.

두 일차방정식 ①, ②를 모두 만족시키는 x, y의 값을 구하여 보자.

먼저 일차방정식 ①, ②의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

①

x	1	2	3	4
y	4	3	2	1

②

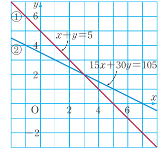
x	1	3	5
y	3	2	1

교과서 136 쪽

표에서 ①, ②를 동시에 만족시키는 해는 순서쌍 $(3,\ 2)$임을 알 수 있다.

따라서 단문 문자 메시지를 보낸 건수는 3건, 장문 문자 메시지를 보낸 건수는 2건이다.

한편 x, y값의 범위가 수 전체일 때, ①의 해와 ②의 해를 좌표평면에 나타내면 오른쪽과 같은 두 직선이 된다.



이때 일차방정식 ①, ②를 모두 만족시키는 순서쌍 $(3,\ 2)$는 두 직선의 교점의 좌표와 같음을 알 수 있다.

이와 같이 두 개의 일차방정식을 동시에 만족시키는 x, y의 값 또는 그 순서쌍 $(x,\ y)$를 연립일차방정식의 해라 하고, 연립일차방정식의 해를 구하는 것을 연립일차방정식을 푼다고 한다.

이를테면 앞의 연립일차방정식의 해는

$$x=3,\ y=2 \text{ 또는 } (3,\ 2)$$

이다.

예제 01 x, y가 자연수일 때, 다음 연립일차방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} x+y=7 & \cdots\cdots ① \\ 2x+y=11 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

풀이 방정식 ①, ②의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

①

x	1	2	3	4	5	6
y	6	5	4	3	2	1

②

x	1	2	3	4	5
y	9	7	5	3	1

따라서 구하는 연립일차방정식의 해는 위의 표에서 ①과 ②를 동시에 만족시키는 x, y의 순서쌍 $(4,\ 3)$이다.

답 $(4,\ 3)$

05 연립일차방정식과 그 해

소단원 지도 목표

① 미지수가 2개인 연립일차방정식과 그 해의 의미를 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 연립일차방정식의 해는 두 일차방정식의 공통인 해임을 이해하게 하고, x, y의 값이 유리수 범위에서 해를 가지는 것만 다룬다.
2. 미지수가 2개인 연립일차방정식의 해를 구할 때 x, y 값의 범위가 주어지지 않으면 수 전체를 범위로 한다는 것을 이해하게 한다.
3. 연립일차방정식과 그 해의 의미를 이해하도록 하는데 중점을 두고, 해를 구하는 방법 자체는 강조하지 않는다.

새로 나온 용어와 기호

• 연립일차방정식(聯立一次方程式, simultaneous linear equations)

탐구 활동의 이해

활동 목표 • x, y에 관한 두 개의 일차방정식을 세워 봄으로써 미지수가 2개인 연립일차방정식의 의미를 알게 하려는 것이다.

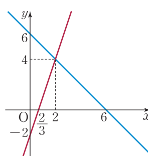
1. 성일이가 보낸 문자가 모두 5건이므로 $\boldsymbol{x+y=5}$
2. 단문 문자는 한 건당 15원, 장문 문자는 한 건당 30원이고 요금이 105원 나왔으므로 $\boldsymbol{15x+30y=105}$

교과서 137 쪽

문제 1 x, y가 자연수일 때, 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x+y=8 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x+y=13 \\ x+3y=14 \end{cases}$

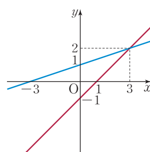
예제 02 오른쪽 그림은 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x-y=2 \\ x+y=6 \end{cases}$ 의 그래프이다. 이 그래프를 이용하여 연립일차방정식을 풀어라.



풀이 두 직선의 교점의 좌표가 (2, 4)이므로 구하는 연립일차방정식의 해는 (2, 4)이다.

답 (2, 4)

문제 2 오른쪽 그림은 연립일차방정식 $\begin{cases} x-y=1 \\ x-3y=-3 \end{cases}$ 의 그래프이다. 이 그래프를 이용하여 연립일차방정식을 풀어라.



문제 3 연립일차방정식 $\begin{cases} ax-4y=-5 \\ 2x+by=4 \end{cases}$ 의 해가 (3, 2)일 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하여라.

1

목표| x, y가 자연수일 때, 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 방정식 $x+y=6$의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1

방정식 $2x+y=8$의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3
y	6	4	2

따라서 구하는 연립일차방정식의 해는 **(2, 4)**이다.

(2) 방정식 $2x+y=13$의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	1	2	3	4	5	6
y	11	9	7	5	3	1

방정식 $x+3y=14$의 해를 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	2	5	8	11
y	4	3	2	1

따라서 구하는 연립일차방정식의 해는 **(5, 3)**이다.

2

목표| 두 일차방정식의 그래프를 이용하여 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| 두 직선의 교점의 좌표가 (3, 2)이므로 구하는 연립일차방정식의 해는 **(3, 2)**이다.

3

목표| 해가 주어진 연립일차방정식의 계수를 구할 수 있게 한다.

풀이| $ax-4y=-5$에 $x=3$, $y=2$를 대입하면

$3a-8=-5$에서 $3a=3$, $a=1$

$2x+by=4$에 $x=3$, $y=2$를 대입하면

$6+2b=4$에서 $2b=-2$, $b=-1$

$a+b=1+(-1)=\mathbf{0}$

06 연립일차방정식의 풀이

소단원 지도 목표

① 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.
② 한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.
③ 두 일차함수의 그래프의 교점의 좌표를 이용하여 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.
④ 계수가 소수나 분수인 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.
⑤ 해가 무수히 많거나 해가 없는 연립일차방정식을 알게 한다.
⑥ 두 직선이 평행하거나 일치할 때, 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

교과서 138 쪽

06 연립일차방정식의 풀이

● 미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 수 있다.

두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 해를 구할 수 있는가?

생각 열기 유니세프(UNICEF)

영양실조인 어린이가 전 세계에 약 1억 6천 8백만 명에 달한다고 한다. 유니세프는 이러한 어린이들을 위하여 국적과 인종, 이념, 종교, 성별 등과 상관없이 도움의 손길을 전하고 있다.

탐구 활동 민정이는 유니세프에 기부금을 전달하기 위해 친구들과 동전을 모았다. 100원짜리 동전 x개와 500원짜리 동전 y개를 합하여 모두 35개를 모았는데 총액은 8300원이었다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어 연립일차방정식을 완성하여 보자.

$$\begin{cases} x+y=\square \\ \square x+\square y=8300 \end{cases}$$

2. 1의 연립일차방정식을 미지수가 1개인 방정식으로 만들려면 어떤 방법이 있을지 말하여 보자.

미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 때, 두 방정식을 변끼리 더하거나 빼서 미지수가 1개인 일차방정식으로 만들면 쉽게 해를 구할 수 있다.

연립일차방정식

$$\begin{cases} 4x+y=6 & \cdots\cdots ① \\ 2x+y=4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

의 ①에서 ②를 변끼리 빼면

$$2x=2,\ x=1$$

이고, $x=1$을 ①에 대입하면

$$4+y=6,\ y=2$$

이다.

● ①에서 ②를 변끼리 빼면 미지수 y를 없앨 수 있다.

$$\begin{array}{r} 4x+y=6 \\ -)\ 2x+y=4 \\ \hline 2x \quad =2 \end{array}$$

교수 · 학습상의 유의점

1. 연립일차방정식을 풀 때, 연립일차방정식의 형태 또는 계수에 따라 적절한 풀이 방법을 택할 수 있도록 지도한다.

2. 미지수가 2개인 연립일차방정식에서 어느 미지수를 먼저 소거하여 계산하더라도 결과는 같음을 이해하게 한다.

3. 연립일차방정식을 푼 후 그 해가 주어진 두 개의 방정식을 모두 만족시키는지 확인하도록 강조하여 지도한다.

4. 자신의 연립일차방정식 풀이 방법을 설명할 수 있게 한다.

5. 소거, 가감법, 대입법 용어는 교수 · 학습 상황에서 다루어질 수 있다.

6. 평면에서 두 직선의 위치 관계는 한 점에서 만나거나 평행하거나 일치하는 세 가지 경우가 있으므로 그 교점을 확인해 보고 연립일차방정식의 해가 하나이거나 전혀 없거나 무수히 많은 경우가 있음을 알게 한다.

생각 열기 참 / 고 / 자 / 료

유니세프는 전쟁 피해 아동의 구호와 개발도상국의 복지 향상을 목적으로 설립된 국제연합 특별기구이다. 유니세프의 지원 활동 현황과 방법 등의 자료는 유니세프 한국위원회 홈페이지(http://www.unicef.or.kr)에서 찾아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • x, y에 관한 연립일차방정식을 완성하고, 미지수가 2개인 연립일차방정식을 미지수가 1개인 방정식으로 만들 수 있는 방법을 생각해 봄으로써 소거와 가감법을 알게 하려는 것이다.

1. $\begin{cases} x+y=\boxed{35} \\ \boxed{100}x+\boxed{500}y=8300 \end{cases}$

2. $x+y=35$의 양변에 100을 곱한 식에서 $100x+500y=8300$을 변끼리 빼면 미지수가 1개인 y에 관한 방정식이 만들어진다.

따라서 $x=1$, $y=2$는 방정식 ①, ②를 동시에 만족시키므로 주어진 연립일차방정식의 해이다.

참고 미지수가 2개인 연립일차방정식에서 한 미지수를 없애는 것을 그 미지수를 소거한다고 한다. 또 두 일차방정식을 변끼리 더하거나 빼어서 한 미지수를 소거하여 연립일차방정식의 해를 구하는 방법을 가감법이라고 한다.

문제 1 다음 연립일차방정식을 가감법으로 풀어라.

소거하려는 미지수의 계수의 부호가 같으면 변끼리 빼고, 부호가 다르면 변끼리 더한다.

(1) $\begin{cases} 3x+2y=12 \\ x-2y=-4 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 5x-2y=-17 \\ 5x+6y=-9 \end{cases}$

① **예제 01** 다음 연립일차방정식을 가감법으로 풀어라.

$$\begin{cases} 2x+3y=-5 & \cdots\cdots ① \\ 3x-5y=21 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

소거하려는 미지수의 계수의 절댓값이 같아지도록 식의 양변에 적당한 수를 곱하거나 나누어서 계산한다.

풀이 x를 소거하기 위하여 ①의 양변에 3을 곱하고, ②의 양변에 2를 곱하면

$$\begin{cases} 6x+9y=-15 & \cdots\cdots ③ \\ 6x-10y=42 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③에서 ④를 변끼리 빼면

$19y=-57$, $y=-3$

$$\begin{array}{rl} & 6x+\ \ 9y=-15 \\ -) & 6x-10y=\ \ 42 \\ \hline & 19y=-57 \end{array}$$

$y=-3$을 ①에 대입하면

$2x+3\times(-3)=-5$, $x=2$

따라서 구하는 해는 $x=2$, $y=-3$이다.

답 $x=2$, $y=-3$

문제 2 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 5x+4y=-7 \\ 3x-2y=-13 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x+5y=16 \\ 3x-4y=1 \end{cases}$

본문 해설

① 미지수가 2개인 연립일차방정식을 가감법으로 풀 때, 두 미지수의 계수의 절댓값이 각각 다른 경우에는 등식의 성질을 이용하여 두 방정식의 양변에 각각 적당한 수를 곱하여 소거해야 할 미지수의 계수의 절댓값이 같도록 고친 다음, 소거하려는 미지수의 계수의 부호가 같으면 두 식을 빼고, 부호가 다르면 두 식을 더한다. 이때 변끼리 빼는 경우에는 부호에 주의한다.

참고| 가감법을 이용한 연립일차방정식의 풀이에서 어느 항을 소거하여도 관계없지만 가능하면 소거하기 편한 항을 택하도록 한다.

1

목표| 가감법을 이용하여 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $\begin{cases} 3x+2y=12 & \cdots\cdots ① \\ x-2y=-4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①과 ②를 변끼리 더하면

$4x=8$, $x=2$

$x=2$를 ①에 대입하면

$6+2y=12$, $y=3$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=2}$, $\boldsymbol{y=3}$이다.

(2) $\begin{cases} 5x-2y=-17 & \cdots\cdots ① \\ 5x+6y=-9 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①에서 ②를 변끼리 빼면

$-8y=-8$, $y=1$

$y=1$을 ①에 대입하면

$5x-2=-17$, $x=-3$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=-3}$, $\boldsymbol{y=1}$이다.

2

목표| 가감법을 이용하여 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $3x-2y=-13$의 양변에 2를 곱하여 변끼리 더하면

$$\begin{array}{rl} & 5x+4y=-7 \\ +) & 6x-4y=-26 \\ \hline & 11x\quad\ =-33 \end{array} \qquad x=-3$$

$x=-3$을 $5x+4y=-7$에 대입하면 $y=2$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=-3}$, $\boldsymbol{y=2}$이다.

(2) $2x+5y=16$의 양변에 3을 곱하고, $3x-4y=1$의 양변에 2를 곱하여 변끼리 빼면

$$\begin{array}{rl} & 6x+15y=48 \\ -) & 6x-\ \ 8y=\ \ 2 \\ \hline & 23y=46 \end{array} \qquad y=2$$

$y=2$를 $2x+5y=16$에 대입하면 $x=3$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=3}$, $\boldsymbol{y=2}$이다.

생각 열기 참/고/자/료

24초 룰과 3점 슛은 농구의 발전에 지대한 영향을 미쳤다. 공격 제한 시간이 없었던 NBA 경기는 지루한 저득점 경기로 팬들의 관심에서 멀어졌다. 그러나 24초 룰을 도입한 후 빠르고 공격적인 경기로 많은 관중의 사랑을 받기 시작하였다. 또한 NBA 1979~1980 시즌에 처음으로 도입된 3점 슛도 짜릿한 역전승을 많이 만들어 냄으로써 농구 붐이 조성되는 계기를 마련하였다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • x, y에 관한 연립일차방정식을 세우고, 미지수가 2개인 연립일차방정식을 미지수가 1개인 방정식으로 만들 수 있는 방법을 생각해 봄으로써 대입법을 알게 하려는 것이다.

1. $\begin{cases} 2x+3y=21 \\ x=2y \end{cases}$

2. $x=2y$를 $2x+3y=21$에 대입하면 미지수가 1개인 y에 관한 방정식이 만들어진다.

교과서 140 쪽

한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 해를 구할 수 있는가?

생각 열기

농구 경기와 3점 슛

농구 역사상 3점 슛은 가장 위대한 발명 중 하나로 꼽히고 있다. 미국 프로 농구(NBA) 1979~1980년 시즌에 처음으로 3점 슛을 도입한 이후로 모든 농구 경기에 전면 시행되면서 농구는 더욱 박진감 넘치는 경기가 되었다.

탐구 활동

농구 경기에서 어떤 선수가 2점 슛 x개와 3점 슛 y개를 성공하여 21점을 득점하였다. 2점 슛의 개수가 3점 슛의 개수의 2배일 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1. 연립일차방정식으로 나타내어 보자.

2. **1**의 연립일차방정식을 미지수가 1개인 방정식으로 만들려면 어떤 방법이 있을지 말하여 보자.

미지수가 2개인 연립일차방정식을 풀 때, 한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 미지수가 1개인 일차방정식으로 만들면 쉽게 해를 구할 수 있다.

연립일차방정식

$$\begin{cases} y=2x-1 & \cdots\cdots ① \\ 3x+y=9 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

에서 ①을 ②에 대입하면

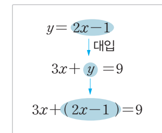
$3x+(2x-1)=9$

$5x=10$, $x=2$

이고, $x=2$를 ①에 대입하면

$y=2\times2-1=3$

이다.



따라서 위의 연립일차방정식의 해는 $x=2$, $y=3$이다.

참고 | 한 방정식을 다른 방정식에 대입하여 연립일차방정식의 해를 구하는 방법을 대입법이라고 한다.

3

목표 | 대입법을 이용하여 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이 | (1) $\begin{cases} 3x-2y=7 & \cdots\cdots ① \\ y=-x+4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

②를 ①에 대입하면

$3x-2(-x+4)=7$

$3x+2x-8=7$, $x=3$

$x=3$을 ②에 대입하면 $y=-3+4=1$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=3}$, $\boldsymbol{y=1}$이다.

(2) $\begin{cases} 2x+5y=9 & \cdots\cdots ① \\ x=-2y+5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

②를 ①에 대입하면

$2(-2y+5)+5y=9$

$-4y+10+5y=9$, $y=-1$

$y=-1$을 ②에 대입하면 $x=2+5=7$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=7}$, $\boldsymbol{y=-1}$이다.

사고력 기르기 추론

출제 의도 | 연립일차방정식을 풀 때, 연립일차방정식의 형태 또는 계수에 따라 가감법과 대입법 중에서 편리한 방법을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이 | 주어진 연립일차방정식을 승준이는 가감법으로, 서영이는 대입법으로 풀었다.

승준이는 ②의 우변의 식을 좌변으로 이항하여 나타낸 식 ③과 ①을 변끼리 더하여 x의 값을 구하고, 이를 ②에 대입하여 y의 값을 구하였다.

서영이는 ②를 ①에 대입하여 y의 값을 구하고, 이를 ②에 대입하여 x의 값을 구하였다.

방정식 ②는 $x=$(y에 관한 식)의 꼴이므로 승준이의 풀이와 같이 가감법을 이용하려면 이항을 하는 과정이 추가로 필요하다. 따라서 이 경우에는 서영이의 풀이와 같이 대입법을 이용하는 것이 편리하다고 할 수 있다.

교과서 141 쪽

예제 02 다음 연립일차방정식을 대입법으로 풀어라.

$$\begin{cases} y=-3x+12 & \cdots\cdots ① \\ 4x-3y=3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

● 한 방정식에서 계수가 간단한 미지수를 찾아 그 미지수에 관하여 정리한 후 다른 식에 대입한다.

풀이 ①을 ②에 대입하면

$$4x-3(-3x+12)=3$$
$$13x=39,\ x=3$$

$x=3$을 ①에 대입하면

$$y=-3\times3+12=3$$

따라서 구하는 해는 $x=3$, $y=3$이다.

답 $x=3$, $y=3$

문제 3 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 3x-2y=7 \\ y=-x+4 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 2x+5y=9 \\ x=-2y+5 \end{cases}$

사고력 기르기

▸추론
의사소통
문제 해결

승준이와 서영이는 연립일차방정식 $\begin{cases} 3x+2y=1 & \cdots\cdots ① \\ x=2y+3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$을 다음과 같이 풀었다.
두 학생의 풀이 방법에 대해 설명하여 보자.

승준

②에서 우변의 $2y$를 좌변으로 이항하면
$x-2y=3$ ……③
①과 ③을 변끼리 더하면
$4x=4,\ x=1$
$x=1$을 ②에 대입하면
$1=2y+3,\ y=-1$
따라서 구하는 해는
$x=1,\ y=-1$

서영

②를 ①에 대입하면
$3(2y+3)+2y=1$
$8y=-8,\ y=-1$
$y=-1$을 ②에 대입하면
$x=-2+3=1,\ x=1$
따라서 구하는 해는
$x=1,\ y=-1$

교과서 142 쪽

일차함수의 그래프를 이용하여 연립일차방정식은 어떻게 푸는가?

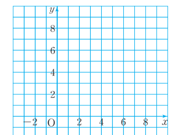
생각 열기 비틀스(Beatles)

영국 출신의 4인조 록 밴드 비틀스는 1957년에 결성되어 현재까지 전 세계적으로 10억 장 이상의 음반을 판매하였다. 비틀스는 대중음악 역사상 가장 성공적인 밴드로 불리고 있으며 다양한 장르의 음악을 아우르며 현대 대중음악의 수준을 한 단계 높인 것으로 평가되고 있다.

탐구 활동 비틀스가 발표하였던 곡을 모은 명곡집(Anthology)이 1995년부터 1996년까지 시리즈로 만들어졌다. 시리즈 수를 x개, 이 시리즈에 포함된 총 디스크의 수를 y개라고 할 때, x와 y는 다음 두 식을 만족시킨다고 한다. 물음에 답하여 보자.

$$\begin{cases} x+y=9 & \cdots\cdots ① \\ -x+y=3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

1. 직선의 방정식 ①, ②의 그래프를 각각 오른쪽 좌표평면 위에 그려 보자.
2. 1에서 그린 두 그래프의 교점의 좌표를 말하여 보자.



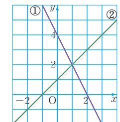
연립일차방정식

$$\begin{cases} 2x+y=4 & \cdots\cdots ① \\ -x+y=1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

의 해를 그래프를 이용하여 구하여 보자.
①, ②를 각각 y에 관하여 풀면

$$\begin{cases} y=-2x+4 \\ y=x+1 \end{cases}$$

이고, 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



지/도/자/료 가감법과 대입법

연립일차방정식의 해를 구할 때에는 가감법, 대입법 중에서 어느 방법으로 계산하더라도 결과는 같으나, 연립일차방정식의 모양과 계수에 따라 적절한 방법을 이용하는 것이 편리하다.

(1) 가감법
연립일차방정식의 두 방정식이 $ax+by=c$ 꼴이고, x 또는 y의 계수의 절댓값이 같거나 적당한 수를 곱하여 절댓값을 같게 만들 수 있을 때

(2) 대입법
연립일차방정식의 두 방정식 중에서 어느 한 방정식이 $x=$(y에 관한 식) 또는 $y=$(x에 관한 식)의 꼴일 때

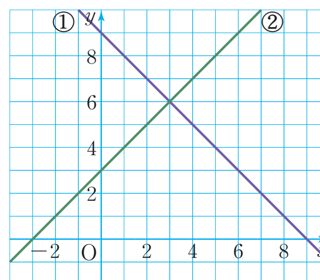
생각 열기 참/고/자/료

영국 출신의 존 레논, 폴 매카트니, 조지 해리슨, 링고 스타의 4인조로 구성된 록 밴드 비틀스는 새로운 음악적 시도와 완성도 높은 곡으로 1960년대의 음악뿐만 아니라 대중문화 전반에 많은 영향력을 발휘했다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 두 일차함수의 그래프를 이용하여 연립일차방정식을 풀 수 있도록 하려는 것이다.

1. ①을 y에 관하여 풀면 $y=-x+9$
②를 y에 관하여 풀면 $y=x+3$
따라서 직선의 방정식 ①, ②의 그래프는 다음과 같다.



2. 두 직선의 교점의 좌표는 $(3,\ 6)$이다.

본문 해설

❶ 두 일차함수 $y=ax+b$, $y=a'x+b'$의 그래프가 한 점 $(c,\ d)$에서 만난다면 $x=c$, $y=d$는 다음을 만족시킨다.

$d=ac+b$, $d=a'c+b'$

따라서 $x=c$, $y=d$는 연립일차방정식

$\begin{cases} y=ax+b \\ y=a'x+b' \end{cases}$, 즉 $\begin{cases} ax-y+b=0 \\ a'x-y+b'=0 \end{cases}$

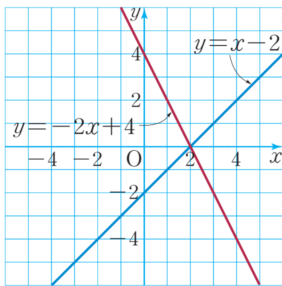
의 해가 된다.

4

목표| 두 일차함수의 그래프를 이용하여 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\begin{cases} y=-2x+4 \\ y=x-2 \end{cases}$

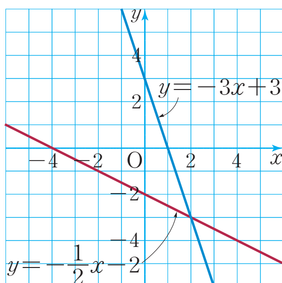
이것을 그래프로 나타내면 다음과 같다.



따라서 두 직선의 교점의 좌표가 $(2,\ 0)$이므로 구하는 연립일차방정식의 해는 $\boldsymbol{x=2,\ y=0}$

(2) $\begin{cases} y=-\dfrac{1}{2}x-2 \\ y=-3x+3 \end{cases}$

이것을 그래프로 나타내면 다음과 같다.



따라서 두 직선의 교점의 좌표가 $(2,\ -3)$이므로 구하는 연립일차방정식의 해는 $\boldsymbol{x=2,\ y=-3}$

교과서 143 쪽

이때 직선 ①, ②는 각각 방정식 ①, ②의 해 $(x,\ y)$를 좌표로 하는 점 전체를 좌표평면 위에 나타낸 것이므로 두 직선의 교점 $(1,\ 2)$는 두 방정식의 공통인 해를 나타낸다.

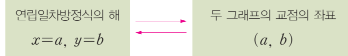
따라서 주어진 연립일차방정식의 해는

$$x=1,\ y=2$$

이다.

$\begin{cases} 2x+y=4 \\ -x+y=1 \end{cases}$에 $x=1$, $y=2$를 대입하면 연립일차방정식이 성립한다.

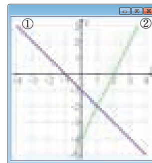
❶ 일반적으로 x, y에 관한 연립일차방정식의 해는 두 방정식의 그래프의 교점의 x좌표, y좌표와 같다.



예제 03 다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

$$\begin{cases} -x-y=1 & \cdots\cdots ① \\ 2x-y=4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

컴퓨터나 그래픽 계산기를 이용하여 풀 수도 있다.



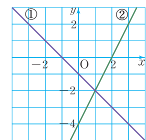
풀이 ①, ②를 각각 y에 관하여 풀면

$$\begin{cases} y=-x-1 \\ y=2x-4 \end{cases}$$

이것을 그래프로 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

따라서 두 직선의 교점의 좌표가 $(1,\ -2)$이므로 구하는 연립일차방정식의 해는

$$x=1,\ y=-2$$



답 $x=1,\ y=-2$

문제 4 다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

(1) $\begin{cases} 2x+y=4 \\ x-y=2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+2y=-4 \\ 3x+y=3 \end{cases}$

지/도/자/료

1. 연립일차방정식의 해를 구할 때, 그래프를 그려서 구하는 방법은 그래프를 그리기에 번거롭고 교점의 좌표를 읽을 때의 불확실성 때문에 자주 사용하지는 않는다. 따라서 직선 위의 점의 의미, 두 직선의 교점의 의미 등을 이해하는 데 주안점을 두어 지도한다.

2. 연립일차방정식의 해는 각각의 일차방정식을 동시에 만족시키는 값이고, 각각의 일차방정식의 해는 일차함수의 그래프로 나타낼 수 있으므로 연립일차방정식의 해는 두 일차함수의 그래프의 교점의 좌표이다.

이때 교점의 좌표를 각 방정식에 대입하여 두 방정식이 성립하는지 확인해 봄으로써 교점의 좌표가 연립일차방정식의 해라는 것을 확인할 수 있다.

계수가 소수나 분수인 연립일차방정식은 어떻게 푸는가?

❶ 연립일차방정식에서 미지수의 계수가 소수일 때에는 방정식의 양변에 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고치고, 분수일 때에는 방정식의 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예제 04 다음 연립일차방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} 0.3x+0.8y=7.2 & \cdots\cdots ① \\ 0.06x-0.05y=0.18 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

계수가 소수이면 10, 100, 1000, … 중에서 알맞은 수를 양변에 곱하여 계수를 정수로 고친다.

풀이 ①의 양변에 10을 곱하고, ②의 양변에 100을 곱하면

$$\begin{cases} 3x+8y=72 & \cdots\cdots ③ \\ 6x-5y=18 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③의 양변에 2를 곱하여 ④를 변끼리 빼면

$21y=126$, $y=6$

$$\begin{array}{rl} & 6x+16y=144 \\ -) & 6x-\ \ 5y=\ \ 18 \\ \hline & 21y=126 \end{array}$$

$y=6$을 ③에 대입하면

$3x+48=72$

$3x=24$, $x=8$

따라서 구하는 해는 $x=8$, $y=6$이다.

답 $x=8$, $y=6$

문제 5 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 0.2x+0.3y=3 \\ 0.5x-0.3y=-0.9 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 0.01x-0.02y=0.1 \\ 0.2x-0.1y=1.1 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 0.3x-0.1y=1.6 \\ 0.02x+0.03y=0.18 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 0.2x+0.3y=0.2 \\ 3x+2y=8 \end{cases}$

본문 해설

❶ 연립일차방정식의 계수를 정수로 만드는 이유는 가감법이나 대입법을 이용할 때 계산을 쉽게 하기 위해서이다.

5

목표| 계수가 소수인 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $\begin{cases} 0.2x+0.3y=3 & \cdots\cdots ① \\ 0.5x-0.3y=-0.9 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①, ②의 양변에 각각 10을 곱하면

$$\begin{cases} 2x+3y=30 & \cdots\cdots ③ \\ 5x-3y=-9 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③과 ④를 변끼리 더하면

$7x=21$, $x=3$

$x=3$을 ③에 대입하면

$6+3y=30$, $y=8$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=3}$, $\boldsymbol{y=8}$이다.

(2) $\begin{cases} 0.01x-0.02y=0.1 & \cdots\cdots ① \\ 0.2x-0.1y=1.1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 100을 곱하고, ②의 양변에 10을 곱하면

$$\begin{cases} x-2y=10 & \cdots\cdots ③ \\ 2x-y=11 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③의 양변에 2를 곱하여 ④를 변끼리 빼면

$$\begin{array}{rl} & 2x-4y=20 \\ -) & 2x-\ \ y=11 \\ \hline & -3y=9 \end{array} \qquad y=-3$$

$y=-3$을 ③에 대입하면

$x+6=10$, $x=4$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=4}$, $\boldsymbol{y=-3}$이다.

(3) $\begin{cases} 0.3x-0.1y=1.6 & \cdots\cdots ① \\ 0.02x+0.03y=0.18 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 10을 곱하고, ②의 양변에 100을 곱하면

$$\begin{cases} 3x-y=16 & \cdots\cdots ③ \\ 2x+3y=18 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③의 양변에 3을 곱하여 ④와 변끼리 더하면

$$\begin{array}{rl} & 9x-3y=48 \\ +) & 2x+3y=18 \\ \hline & 11x\quad=66 \end{array} \qquad x=6$$

$x=6$을 ③에 대입하면

$18-y=16$, $y=2$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=6}$, $\boldsymbol{y=2}$이다.

(4) $\begin{cases} 0.2x+0.3y=0.2 & \cdots\cdots ① \\ 3x+2y=8 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 10을 곱하면

$2x+3y=2$ $\cdots\cdots ③$

③의 양변에 2를 곱하고, ② 의 양변에 3을 곱하여 변끼리 빼면

$$\begin{array}{rl} & 4x+6y=4 \\ -) & 9x+6y=24 \\ \hline & -5x\quad=-20 \end{array} \qquad x=4$$

$x=4$를 ③에 대입하면

$8+3y=2$, $y=-2$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=4}$, $\boldsymbol{y=-2}$이다.

교과서 145 쪽

예제 05 다음 연립일차방정식을 풀어라.

$$\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1 & \cdots\cdots ① \\ \frac{x}{3}+\frac{y}{4}=\frac{1}{2} & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

계수가 분수이면 분모의 최소공배수를 양변에 곱하여 계수를 정수로 고친다.

풀이 ①의 양변에 6을 곱하고, ②의 양변에 12를 곱하면

$$\begin{cases} 3x+2y=6 & \cdots\cdots ③ \\ 4x+3y=6 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

③의 양변에 3을 곱하고, ④의 양변에 2를 곱하여 변끼리 빼면

$$x=6$$

$$\begin{array}{r} 9x+6y=18 \\ -\underline{)\ 8x+6y=12} \\ x\qquad=6 \end{array}$$

$x=6$을 ③에 대입하면

$$18+2y=6,\ y=-6$$

따라서 구하는 해는 $x=6$, $y=-6$이다.

답 $x=6$, $y=-6$

문제 6 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{2}=\frac{5}{6} \\ \frac{x}{5}+\frac{y}{2}=-\frac{3}{10} \end{cases}$ (2) $\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{2}=1 \\ \frac{x}{5}-\frac{y}{4}=1 \end{cases}$

사고력 기르기

추론
의사소통
▶문제 해결

주연이가 연립일차방정식 $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=5 \\ x+y=4 \end{cases}$를 다음과 같이 풀었다. 풀이를 검산하여 틀린 곳을 찾고, 올바른 해를 구하여 보자.

$\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=5 & \cdots\cdots ① \\ x+y=4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ → (①의 양변에 6을 곱한다.) → $\begin{cases} 3x+2y=5 \\ x+y=4 \end{cases}$ → (②의 양변에 3을 곱한다.)

$\begin{cases} 3x+2y=5 \\ 3x+3y=4 \end{cases}$ → (양변을 변끼리 뺀다.) → $y=-1$ → ($y=-1$을 ②에 대입한다.) → $x=5$

6

목표| 계수가 분수인 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{2}=\frac{5}{6} & \cdots\cdots ① \\ \frac{x}{5}+\frac{y}{2}=-\frac{3}{10} & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 6을 곱하고, ②의 양변에 10을 곱하면

$\begin{cases} 2x-3y=5 & \cdots\cdots ③ \\ 2x+5y=-3 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$

③에서 ④를 변끼리 빼면

$-8y=8$, $y=-1$

$y=-1$을 ③에 대입하면

$2x+3=5$, $x=1$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=1}$, $\boldsymbol{y=-1}$이다.

(2) $\begin{cases} \frac{x}{3}-\frac{y}{2}=1 & \cdots\cdots ① \\ \frac{x}{5}-\frac{y}{4}=1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 6을 곱하고, ②의 양변에 20을 곱하면

$\begin{cases} 2x-3y=6 & \cdots\cdots ③ \\ 4x-5y=20 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$

③의 양변에 2를 곱하여 ④를 변끼리 빼면

$$\begin{array}{r} 4x-6y=12 \\ -\underline{)\ 4x-5y=20} \\ -y=-8 \end{array} \quad y=8$$

$y=8$을 ③에 대입하면

$2x-24=6$, $x=15$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=15}$, $\boldsymbol{y=8}$이다.

참고| 연립일차방정식 $\begin{cases} \frac{x}{4}+\frac{y}{6}=5 \\ x+y=24 \end{cases}$와 같이 계수가 분수인 연립일차방정식을 풀 때, 분모의 최소공배수인 12가 아닌 분모의 곱 24를 양변에 곱하여 푸는 학생들이 있다. 틀린 풀이는 아니지만 풀이 과정에서 수가 커지고, 계산이 복잡해지므로 가능한 최소공배수를 곱하여 풀 수 있도록 지도한다.

사고력 기르기 문제 해결

출제 의도| 잘못된 풀이를 검산하여 봄으로써 올바른 연립일차방정식의 해를 구할 수 있게 하기 위한 문제이다.

풀이| 주연이는 ①의 양변에 6을 곱할 때와 ②의 양변에 3을 곱할 때 상수항에는 곱하지 않았다.
주연이의 풀이를 올바르게 고치면 다음과 같다.

$\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{3}=5 & \cdots\cdots ① \\ x+y=4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 6을 곱하고 ②의 양변에 3을 곱하면

$\begin{cases} 3x+2y=30 & \cdots\cdots ③ \\ 3x+3y=12 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$

③에서 ④를 변끼리 빼면

$-y=18$, $y=-18$

$y=-18$을 ②에 대입하면

$x-18=4$, $x=22$

따라서 구하는 해는 $\boldsymbol{x=22}$, $\boldsymbol{y=-18}$이다.

교과서 146 쪽

해가 무수히 많거나 해가 없는 연립일차방정식은 어떤 것인가?

연립일차방정식의 해는 한 쌍만 있는 경우도 있지만 방정식에 따라서는 해가 무수히 많거나, 해가 없는 경우도 있다.

예제 06 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x+y=3 & \cdots\cdots ① \\ 2x+2y=6 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x-3y=4 & \cdots\cdots ① \\ 2x-6y=7 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

풀이 (1) ①의 양변에 2를 곱하면

$2x+2y=6 \quad \cdots\cdots ③$

③은 ②와 같은 식이므로 ①과 ②의 해는 같다.

그런데 ①의 해는 무수히 많으므로 이 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.

(2) ①의 양변에 2를 곱하여 ②를 변끼리 빼면

$0=1$

좌변은 0, 우변은 1이 되어 등식이 성립할 수 없다.

따라서 ①, ②를 동시에 만족시키는 해는 없다.

즉, 이 연립일차방정식의 해는 없다.

$$\begin{array}{r} 2x-6y=8 \\ -)\ 2x-6y=7 \\ \hline 0=1 \end{array}$$

답 (1) 해는 무수히 많다. (2) 해는 없다.

문제 7 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 4x-6y=2 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+2y=3 \\ 4x+8y=5 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} 2x-y=-3 \\ 6x-3y=-9 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} x-4y=2 \\ y-(5y-x)=4 \end{cases}$

사고력 기르기

▶추론
의사소통
문제 해결

연립일차방정식 $\begin{cases} 3x-2y=4 \\ ax+by=c \end{cases}$에서 해가 무수히 많은 경우와 해가 없는 경우 a, b, c의 값을 만들어 보고, 각각 연립일차방정식이 어떤 형태일 때인지 설명하여 보자.

7

목표| 해가 무수히 많거나 해가 없는 경우의 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $\begin{cases} 2x-3y=1 & \cdots\cdots ① \\ 4x-6y=2 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 2를 곱하면 $4x-6y=2$이므로 ①과 ②의 해는 같다. 그런데 ①의 해는 무수히 많으므로 이 연립일차방정식의 **해는 무수히 많다.**

(2) $\begin{cases} x+2y=3 & \cdots\cdots ① \\ 4x+8y=5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 4를 곱하면

$4x+8y=12 \quad \cdots\cdots ③$

③에서 ②를 변끼리 빼면 좌변은 0, 우변은 7이 되어 ①, ②를 동시에 만족시키는 해는 없다.

따라서 이 연립일차방정식의 **해는 없다.**

(3) $\begin{cases} 2x-y=-3 & \cdots\cdots ① \\ 6x-3y=-9 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①의 양변에 3을 곱하면 $6x-3y=-9$이므로 ①과 ②의 해는 같다. 그런데 ①의 해는 무수히 많으므로 이 연립일차방정식의 **해는 무수히 많다.**

(4) $\begin{cases} x-4y=2 & \cdots\cdots ① \\ y-(5y-x)=4 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

②를 정리하면

$x-4y=4 \quad \cdots\cdots ③$

①에서 ③을 변끼리 빼면 좌변은 0, 우변은 -2가 되어 ①, ②를 동시에 만족시키는 해는 없다.

따라서 이 연립일차방정식의 **해는 없다.**

사고력 기르기 추론

출제 의도| 해가 무수히 많은 경우와 해가 없는 경우의 연립일차방정식의 특징을 이해하도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 해가 무수히 많은 경우: $a=6$, $b=-4$, $c=8$

두 방정식을 변형하여 x의 계수, y의 계수, 상수항을 각각 같게 만들 수 있을 때이다.

해가 없는 경우: $a=6$, $b=-4$, $c\neq8$

두 방정식을 변형하여 x의 계수, y의 계수는 각각 같고 상수항은 다르게 만들 수 있을 때이다.

지/도/자/료 연립일차방정식의 특수한 해

연립일차방정식 $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$에서

(1) $\dfrac{a}{a'}\neq\dfrac{b}{b'}$이면 단 한 쌍의 해가 있다.

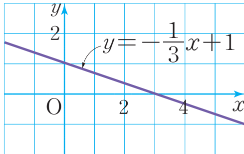
(2) $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}=\dfrac{c}{c'}$이면 해는 무수히 많다.

(3) $\dfrac{a}{a'}=\dfrac{b}{b'}\neq\dfrac{c}{c'}$이면 해는 없다.

8

목표| 두 일차함수의 그래프를 이용하여 해가 무수히 많은 경우와 해가 없는 경우의 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 주어진 두 방정식을 각각 y에 관하여 풀면 모두 $y=-\frac{1}{3}x+1$이 되므로 두 방정식의 그래프는 일치한다.

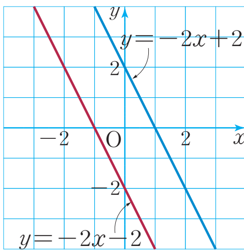


따라서 연립일차방정식의 **해는 무수히 많다.**

(2) 주어진 두 방정식을 각각 y에 관하여 풀면

$$\begin{cases} y=-2x-2 \\ y=-2x+2 \end{cases}$$

가 되므로 두 방정식의 그래프는 평행하다.



따라서 연립일차방정식의 **해는 없다.**

본문 해설

❶ 두 일차방정식으로 이루어진 연립일차방정식의 해와 두 일차방정식을 나타내는 직선의 교점은 같은 개념이므로 두 직선의 교점의 개수에 따라 연립일차방정식의 해의 개수가 결정된다. 즉, 두 일차방정식의 그래프의 위치 관계에 따라 연립일차방정식의 해가 다음과 같이 결정된다.

두 직선의 위치 관계	연립일차방정식의 해	특징
한 점에서 만난다. (교점 1개)	1개	기울기: 다르다.
평행하다. (교점이 없다.)	없다.	기울기: 같다. y절편: 다르다.
일치한다. (교점이 무수히 많다.)	무수히 많다.	기울기: 같다. y절편: 같다.

교과서 147 쪽

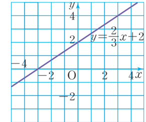
예제 07 다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

(1) $\begin{cases} 2x-3y=-6 \\ 4x-6y=-12 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x+y=-1 \\ 2x+2y=4 \end{cases}$

풀이 (1) 두 방정식을 각각 y에 관하여 풀면 모두

$$y=\frac{2}{3}x+2$$

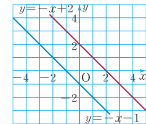
가 되므로 두 방정식의 그래프는 일치한다.
따라서 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.



(2) 두 방정식을 각각 y에 관하여 풀면

$$\begin{cases} y=-x-1 \\ y=-x+2 \end{cases}$$

가 되므로 두 방정식의 그래프는 평행하다.
따라서 연립일차방정식의 해는 없다.



답 (1) 해는 무수히 많다. (2) 해는 없다.

문제 8 다음 연립일차방정식을 그래프를 이용하여 풀어라.

● 일차함수의 식으로 고쳐서 생각한다.

(1) $\begin{cases} x+3y=3 \\ 4x+12y=12 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} 2x+y=-2 \\ -4x-2y=-4 \end{cases}$

❶ 이상에서 다음을 알 수 있다.

연립일차방정식의 해와 방정식의 그래프
연립일차방정식의 각 방정식을 그래프로 나타내었을 때
(1) 두 직선이 한 점에서 만나면 연립일차방정식의 해는 하나이다.
(2) 두 직선이 일치하면 연립일차방정식의 해는 무수히 많다.
(3) 두 직선이 평행하면 연립일차방정식의 해는 없다.

지/도/자/료 해가 무수히 많을 때의 오개념

두 방정식의 그래프가 일치하는 경우 연립일차방정식의 해가 무수히 많지만 모든 순서쌍이 다 해가 되는 것은 아니고 직선 위의 점의 좌표에 해당하는 순서쌍만이 연립일차방정식의 해가 된다. 따라서 해가 무수히 많음이 모든 좌표가 해가 되는 것은 아님을 주의하여 지도한다.

07 부등식과 그 해

소단원 지도 목표

① 부등식의 의미를 알게 한다.
② 부등식이 참이 되게 하는 값을 찾아보는 활동을 통하여 부등식의 해의 의미를 이해하게 한다.

교과서 148 쪽

컴퓨터의 활용

일차함수의 그래프를 그려 보자.

수를 계산하는 기능과 함수의 그래프를 그리는 기능을 함께 갖춘 계산기를 그래픽 계산기라고 한다. 그래픽 계산기를 이용하면 복잡한 수의 계산은 물론 여러 가지 함수의 그래프를 쉽게 그려 볼 수 있다.

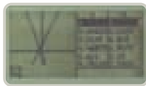
그래픽 계산기를 이용하여 두 일차함수 $y=2x+1$, $y=-3x-1$의 그래프를 그려 보자.

1\ 일차함수의 식 입력하기

계산기를 켜고 [Y=]을 누른다. 여기서 Y1=에 '$2x+1$'을 입력하기 위하여 [2], [x], [+], [1]을 차례로 누른 후 [Enter]를 누른다.
Y2=에 '$-3x-1$'을 입력하기 위하여 [(−)], [3], [x], [−], [1]을 차례로 누른다. 여기서 [(−)]는 음의 부호를 나타내는 키이고, [−]는 뺄셈 기호를 나타내는 키이다.

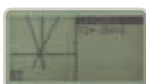
2\ 그래프와 교점 · 대응표 확인하기

[GRAPH]를 누르면 오른쪽 그림과 같이 두 함수의 그래프가 그려진다. 이때 두 직선의 교점의 좌표를 계산기의 커서를 움직여 확인할 수 있다.



또 [2ndF]를 누르고 [GRAPH]를 누르면 그래프와 함께 x의 값에 따른 함숫값의 대응표를 볼 수 있다.

3\ 그래프와 함수의 식 확인하기



1까지 실행한 후에 [2ndF]를 누르고 [GRAPH]를 누르면 그래프와 함께 함수의 식을 볼 수 있다.

교과서 149 쪽

07 부등식과 그 해

● 부등식과 그 해의 의미를 이해한다.

부등식이란 무엇인가?

생각 열기 폭풍 일수

폭풍이 발생한 날의 수를 폭풍 일수라고 하는데, 폭풍 일수의 기준이 되는 폭풍은 국가나 지역에 따라 다르게 정해져 있다. 현재 우리나라에서는 하루 최대 풍속이 초속 13.9 m 이상인 날의 수를 폭풍 일수로 정하고 있다.

탐구 활동 다음 물음에 답하여 보자.

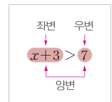
1. 하루 최대 풍속이 초속 13 m인 날은 폭풍 일수에 해당하는가?
2. 하루 최대 풍속이 초속 15 m인 날은 폭풍 일수에 해당하는가?
3. 하루 최대 풍속이 초속 x m인 날이 폭풍 일수에 해당하려면 x는 어떤 조건을 만족시켜야 하는지 부등호를 사용하여 나타내어 보자.

'2는 7보다 작다.', '어떤 수에 3을 더하면 7보다 크다.' 등을 부등호를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$2<7, \quad x+3>7$$

이와 같이 부등호 $<$, $>$, $\le$, $\ge$를 사용하여 수 또는 식의 대소 관계를 나타낸 식을 **부등식**이라고 한다.

예를 들어 $3>2$, $x<2$, $3x-2\ge5$, $2x-3\le3x+1$은 모두 부등호를 사용하여 나타낸 식이므로 부등식이다.



● 부등호 $<$, $>$를 처음 사용한 사람은 영국의 해리엇(Harriot, T.; 1560~1621)이고, 부등호 $\le$, $\ge$를 처음 사용한 사람은 프랑스의 부게(Bouguer, P.; 1698~1758)이다.

참고 부등식에서 부등호의 왼쪽 부분을 좌변, 오른쪽 부분을 우변이라 하고, 좌변과 우변을 통틀어 양변이라고 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 부등호 $>$, $<$, $\ge$, $\le$를 바르게 사용하여 식을 나타내도록 지도한다.
2. 부등식의 좌변과 우변을 바꾸어 표현할 때에는 부등호의 방향에 주의하도록 하고, 변형된 부등식도 같은 식임을 이해할 수 있도록 지도한다.

새로 나온 용어와 기호

부등식(不等式, inequality)

생각 열기 참/고/자/료

우리나라에서 바람이 가장 많이 부는 강원도 대관령은 여름에도 몸이 오싹할 정도로 바람이 분다. 대관령이 풍력발전단지로 각광받게 된 것은 해발 800 m가 넘는 위치에 있어 사계절 바람이 늘 세게 불기 때문인데, 연평균 풍속이 초속 6.53 m에 이른다.

전남 여수 지역도 연평균 풍속이 초속 6.1 m로 대관령과 비슷하게 바람은 강하게 불지만 대관령과는 달리 여름에 바람이 잠잠하다. 미시령과 제주도 또한 연평균 풍속이 초속 8.7~8.8 m로 바람이 강한 곳이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 폭풍 일수를 활용하여 수량 사이의 대소 관계를 부등호를 사용한 식으로 나타낼 수 있게 하려는 것이다.

1. $13<13.9$이므로 하루 최대 풍속이 초속 13 m인 날은 폭풍 일수에 **해당하지 않는다.**
2. $15>13.9$이므로 하루 최대 풍속이 초속 15 m인 날은 폭풍 일수에 **해당한다.**
3. 폭풍 일수에 해당하기 위해서는 하루 최대 풍속이 초속 13.9 m 이상이어야 하므로 $\boldsymbol{x\ge13.9}$와 같이 나타낼 수 있다.

1

목표| 수 또는 식의 대소 관계를 부등호를 사용하여 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) 형과 동생의 나이를 더하면 $(x+15)$살이므로 구하는 부등식은 $\boldsymbol{x+15>30}$

(2) 한 개의 무게가 0.2 kg인 물건 x개의 무게는 $0.2x$ kg이고, 이것을 무게가 0.6 kg인 바구니에 담았으므로 전체 무게는 $(0.2x+0.6)$ kg이다.
따라서 구하는 부등식은 $\boldsymbol{0.2x+0.6<6}$

생각 열기 참/고/자/료

2008년 대한민국 최초의 우주인을 배출한 후, 끈질긴 노력 끝에 2013년 나로호 발사에 성공하면서 새로운 우주 시대를 열고 있다. 우리나라의 우주 개발에 대한 자세한 정보는 카리스쿨(http://www.karischool.re.kr)에서 확인할 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 우주인을 소재로 한 내용을 부등식으로 나타내고, 그 부등식을 참이 되게 하는 값을 구할 수 있게 하려는 것이다.

1. 현재 몸무게 45 kg에 늘려야 하는 몸무게 x kg을 더하여 50 kg 이상이 되어야 하므로 구하는 부등식은 $\boldsymbol{x+45\geq 50}$

2. 몸무게가 4 kg이 늘어난다면 49 kg이 되고, $49<50$으로 **1**의 부등식을 만족시키지 못한다.
따라서 우주인 선발에 **참여할 수 없다.**

3. x가 5 이상일 때, 부등식 $x+45\geq 50$이 참이 된다.
따라서 $x\geq 5$이므로 몸무게를 최소한 **5 kg** 늘려야 우주인 선발에 참여할 수 있다.

본문 해설

❶ 부등식 $x+2<5$에서 $x=3$이면 부등식의 좌변과 우변은 모두 5로 같다. 그런데 $5=5$이기 때문에 $5\leq 5$는 참이지만 $5<5$는 거짓이다.

교과서 150 쪽

문제 1 다음을 부등식으로 나타내어라.

(1) 형의 나이 x살에 동생의 나이 15살을 더하면 30살보다 많다.
(2) 한 개의 무게가 0.2 kg인 물건 x개를 0.6 kg인 바구니에 담았더니 전체 무게가 6 kg 미만이다.

무게의 단위는 힘의 단위인 N(뉴턴)이지만 일상생활에서는 g(그램)이나 kg(킬로그램)을 사용하고 있다.

부등식의 해란 무엇인가?

생각 열기

대한민국 최초 우주인

대한민국 최초의 우주인 이소연을 태운 우주선 소유스호가 우리나라 시각으로 2008년 4월 8일 20시 16분 35초에 카자흐스탄의 바이코누르 우주 기지에서 발사되었다. 이로써 대한민국은 세계에서 36번째로 우주인을 배출한 나라가 되었다.

탐구 활동

우리나라에서 우주인으로 선발되기 위해서는 몸무게가 최소한 50 kg 이상이어야 한다. 현재 민수의 몸무게가 45 kg이라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1. 민수가 우주인으로 선발되기 위해서 늘려야 하는 몸무게를 x kg이라 하고, 부등식으로 나타내어 보자.
2. 민수의 몸무게가 4 kg 늘어난다면 민수는 우주인 선발에 참여할 수 있는가?
3. 민수는 몸무게를 최소한 몇 kg 늘려야 우주인 선발에 참여할 수 있는가?

❶ 부등식 $x+2<5$에서 x에 1, 2, 3, 4, …를 대입하여 좌변과 우변을 비교하면 다음과 같다.

$x=1$일 때 $1+2<5$이므로 참
$x=2$일 때 $2+2<5$이므로 참
$x=3$일 때 $3+2=5$이므로 거짓
$x=4$일 때 $4+2>5$이므로 거짓
⋮

여기서 부등식 $x+2<5$는 $x=1$, $x=2$일 때 참이 됨을 알 수 있다.

지/도/자/료 부등식의 표현

부등호 >, <, ≥, ≤의 수량 사이의 대소 관계를 명확하게 이해하는 것은 부등식을 이해하는 데 매우 중요하다. 따라서 다음과 같이 대소 관계를 나타내는 다양한 표현들을 익힐 수 있도록 지도한다.

기호	문장	기호	문장
$x\geq y$	x는 y 이상이다. x는 y보다 크거나 같다. y는 x보다 작거나 같다. x는 y보다 작지 않다. y는 x보다 크지 않다.	$x\leq y$	x는 y 이하이다. x는 y보다 작거나 같다. y는 x보다 크거나 같다. x는 y보다 크지 않다. y는 x보다 작지 않다.
$x>y$	x는 y 초과이다. x는 y보다 크다. y는 x보다 작다.	$x<y$	x는 y 미만이다. x는 y보다 작다. y는 x보다 크다.

교과서 151 쪽

❶ 이와 같이 부등식을 참이 되게 하는 미지수 x의 값을 그 부등식의 해라고 한다. 또 부등식의 해를 모두 구하는 것을 그 부등식을 푼다고 한다.

참고 x의 범위가 주어지지 않은 경우에는 그 범위를 수 전체로 생각한다.

예제 01 0, 1, 2, 3 중에서 부등식 $3x-2\geq4$의 해를 찾아라.

풀이 주어진 부등식 x에 0, 1, 2, 3을 대입하여 좌변을 계산하고, 그 값을 우변의 값과 비교하면

$x=0$일 때 $3\times0-2=-2<4$

$x=1$일 때 $3\times1-2=1<4$

$x=2$일 때 $3\times2-2=4=4$

$x=3$일 때 $3\times3-2=7>4$

따라서 부등식 $3x-2\geq4$는 $x=2$, $x=3$일 때 참이 되므로 구하는 해는 2, 3이다.

답 2, 3

문제 2 -2, -1, 0, 1, 2 중에서 다음 부등식의 해를 찾아라.

(1) $4x-1>1$ (2) $x+1<2$

(3) $3x-1\leq-2$ (4) $2x-3\geq x-1$

사고력 기르기

추론
▸ 의사소통
문제 해결

다음 그림에서 속도 제한 표지판을 부등식으로 나타내면 $x\leq70$이다. 또 육교의 통과 높이 제한 표지판을 부등식으로 나타내면 $x\leq3$이다. 이와 같이 생활 주변에서 부등식으로 나타낼 수 있는 예를 찾아 말하여 보자.

본문 해설

❶ 부등식을 만족시키는 범위에 있는 모든 값이 부등식의 해가 된다. 따라서 x의 범위가 주어진 경우를 제외하면 부등식의 해는 수 전체의 범위가 되므로 부등식을 풀 때 수직선을 이용하면 직관적으로 해의 범위를 쉽게 파악할 수 있다.

한편

'부등식의 해를 구한다.'

'부등식을 푼다.'

'부등식을 만족시키는 x의 값을 구한다.'

'부등식을 참이 되게 하는 x의 값을 구한다.'

'부등식을 성립하게 하는 x의 값을 구한다.'

등의 표현은 모두 같은 의미이다.

2

목표| 주어진 값을 대입하여 부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $x=-2$일 때 $4\times(-2)-1=-9<1$

$x=-1$일 때 $4\times(-1)-1=-5<1$

$x=0$일 때 $4\times0-1=-1<1$

$x=1$일 때 $4\times1-1=3>1$

$x=2$일 때 $4\times2-1=7>1$

따라서 구하는 해는 **1, 2**이다.

(2) $x=-2$일 때 $-2+1=-1<2$

$x=-1$일 때 $-1+1=0<2$

$x=0$일 때 $0+1=1<2$

$x=1$일 때 $1+1=2=2$

$x=2$일 때 $2+1=3>2$

따라서 구하는 해는 **-2, -1, 0**이다.

(3) $x=-2$일 때 $3\times(-2)-1=-7<-2$

$x=-1$일 때 $3\times(-1)-1=-4<-2$

$x=0$일 때 $3\times0-1=-1>-2$

$x=1$일 때 $3\times1-1=2>-2$

$x=2$일 때 $3\times2-1=5>-2$

따라서 구하는 해는 **-2, -1**이다.

(4) $x=-2$일 때

$2\times(-2)-3=-7<-2-1=-3$

$x=-1$일 때

$2\times(-1)-3=-5<-1-1=-2$

$x=0$일 때 $2\times0-3=-3<0-1=-1$

$x=1$일 때 $2\times1-3=-1<1-1=0$

$x=2$일 때 $2\times2-3=1=2-1=1$

따라서 구하는 해는 **2**이다.

사고력 기르기 의사소통

출제 의도| 생활 주변에서 부등식이 활용되는 예를 찾을 수 있도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 놀이 기구의 이용 기준이 되는 키, 세탁기의 세탁 용량, 고속버스에 탈 수 있는 인원 등은 부등식을 사용하여 나타낼 수 있다.

08 부등식의 성질

소단원 지도 목표

① 부등식의 기본 성질을 이해하고, 특히 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀜을 알게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다는 사실을 구체적인 수로 예를 들어 이해하게 하고, 문자의 경우로 일반화한다.

2. 부등식의 성질을 지도할 때에는 등식의 성질과 비교하여 공통점과 차이점을 알게 한다.

생각 열기 참/고/자/료

지리산은 예로부터 금강산, 한라산과 함께 삼신산(三神山)으로 불리며 영 · 호남 지역 사람들의 삶의 터전으로 자리매김되어 왔다. 지리산에 대한 보다 자세한 정보는 지리산국립공원관리공단 홈페이지(http://jiri.knps.or.kr)에서 찾아볼 수 있다.

교과서 152 쪽

08 부등식의 성질

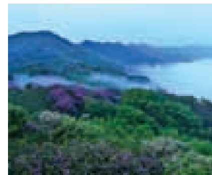
● 부등식의 성질을 이해한다.

부등식에는 어떤 성질이 있는가?

생각 열기

지리산 국립 공원

지리산은 1967년 12월 29일에 우리나라 최초의 국립 공원으로 지정되었다. 이 산은 전라북도 남원시, 전라남도 구례군, 경상남도 산청군, 함양군, 하동군 등의 행정 구역에 속해 있으며 21개의 국립 공원 중에서 가장 넓은 산악형 국립 공원이다.



탐구 활동

지리산의 천왕봉은 높이가 1915 m, 촛대봉은 높이가 1703 m, 노루목은 높이가 1498 m이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 천왕봉의 높이와 촛대봉의 높이를 비교하여 부등식으로 나타내어 보자.

2. 천왕봉의 높이에서 노루목의 높이를 뺀 결과와 촛대봉의 높이에서 노루목의 높이를 뺀 결과를 비교하여 부등식으로 나타내어 보자.

3. **1**과 **2**에서 얻은 부등식에서 부등호의 방향이 바뀌었는지 알아보자.

❶ P.101 등식의 성질

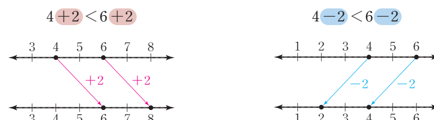
$a=b$일 때

- $a+c=b+c$
- $a-c=b-c$
- $ac=bc$
- $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}\ (c\neq0)$

부등식의 기본 성질에는 어떤 것이 있는지 알아보자.

부등식 $4<6$의 양변에 2를 더하거나 양변에서 2를 빼면 다음과 같다.

$4+2<6+2$ $\qquad$ $4-2<6-2$



일반적으로 부등식의 양변에 같은 수를 더하거나 양변에서 같은 수를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 두 부등식의 양변에서 같은 높이를 뺀 결과에 따른 부등호의 방향을 알아봄으로써 부등식의 성질을 알게 하려는 것이다.

1. 천왕봉의 높이는 1915 m이고, 촛대봉의 높이는 1703 m이므로 천왕봉이 촛대봉보다 더 높다.
따라서 **1915>1703**이다.

2. 천왕봉의 높이 1915 m에서 노루목의 높이 1498 m를 빼면 $1915-1498=417$(m)
촛대봉의 높이 1703 m에서 노루목의 높이 1498 m를 빼면 $1703-1498=205$(m)
따라서 **417>205**이다.

3. **1**과 **2**에서 얻은 부등식에서 부등호의 **방향은 바뀌지 않았다.**

본문 해설

❶ 등식의 성질은 다음과 같다.

(1) 등식의 양변에 같은 수를 더하여도 등식은 성립한다. ➡ $a=b$이면 $a+c=b+c$

(2) 등식의 양변에서 같은 수를 빼어도 등식은 성립한다. ➡ $a=b$이면 $a-c=b-c$

(3) 등식의 양변에 같은 수를 곱하여도 등식은 성립한다. ➡ $a=b$이면 $ac=bc$

(4) 등식의 양변을 0이 아닌 같은 수로 나누어도 등식은 성립한다.

➡ $a=b$이면 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$ (단, $c\neq0$)

교과서 153 쪽

문제 1 $a<b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

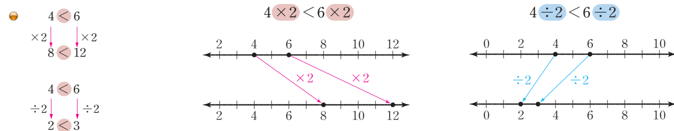
(1) $a+2$ □ $b+2$　　(2) $a+(-2)$ □ $b+(-2)$

(3) $a-4$ □ $b-4$　　(4) $a-(-4)$ □ $b-(-4)$

❶ 부등식 $4<6$의 양변에 양수 2를 곱하거나 양변을 양수 2로 나누면 다음과 같다.

$4<6$, $\times 2$, $8<12$

$4<6$, $\div 2$, $2<3$



일반적으로 부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.

문제 2 $a<b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

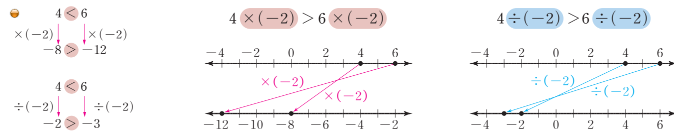
(1) $a\times 3$ □ $b\times 3$　　(2) $a\div 5$ □ $b\div 5$

(3) $4a$ □ $4b$　　(4) $\frac{a}{7}$ □ $\frac{b}{7}$

❷ 부등식 $4<6$의 양변에 음수 -2를 곱하거나 양변을 음수 -2로 나누면 다음과 같다.

$4<6$, $\times(-2)$, $-8>-12$

$4<6$, $\div(-2)$, $-2>-3$



일반적으로 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.

1

목표| 부등식의 양변에 같은 수를 더하거나 양변에서 같은 수를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않음을 알게 한다.

풀이| (1) $a<b$의 양변에 2를 더하여도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로 $a+2$ $\boxed{<}$ $b+2$

(2) $a<b$의 양변에 -2를 더하여도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로 $a+(-2)$ $\boxed{<}$ $b+(-2)$

(3) $a<b$의 양변에서 4를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로 $a-4$ $\boxed{<}$ $b-4$

(4) $a<b$의 양변에서 -4를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로 $a-(-4)$ $\boxed{<}$ $b-(-4)$

참고| 부등식의 양변에서 같은 수 2를 뺀다는 것은 양변에 같은 수 -2를 더하는 것으로 볼 수 있고, 양변에서 같은 수 -4를 뺀다는 것은 양변에 같은 수 4를 더하는 것으로 볼 수 있다.

본문 해설

❶ 양변에 같은 수를 더하고, 빼고, 곱하고, 양변을 같은 수로 나누는 경우가 아니어도 부등호의 방향을 결정할 수 있을 때도 있다. 예를 들어 $a<b$일 때, $a+1<b+2$이다.

그러나 부등식의 성질을 배우는 이유는 같은 수에 대한 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈을 간단히 나타내는 데 있다. 따라서 반드시 같은 수로 계산해야 하며 이때의 부등호의 방향을 구할 수 있어야 한다.

2

목표| 부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않음을 알게 한다.

풀이| (1) $a<b$의 양변에 3을 곱하여도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로

$a\times 3$ $\boxed{<}$ $b\times 3$

(2) $a<b$의 양변을 5로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로

$a\div 5$ $\boxed{<}$ $b\div 5$

(3) $a<b$의 양변에 4를 곱하여도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로

$4a$ $\boxed{<}$ $4b$

(4) $a<b$의 양변을 7로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로

$\frac{a}{7}$ $\boxed{<}$ $\frac{b}{7}$

본문 해설

❷ 등식에서는 양변에 곱하는 수의 부호에 상관없이 같은 수를 곱하면 등식이 성립하지만 부등식에서는 양변에 곱하는 수의 부호에 따라 부등호의 방향이 바뀔 수 있다. 즉, 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다.

3

목표| 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀜을 알게 한다.

풀이| (1) $a<b$의 양변에 -3을 곱하면 부등호의 방향이 바뀌므로
$a\times(-3)$ $\boxed{>}$ $b\times(-3)$

(2) $a<b$의 양변을 -8로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로 $a\div(-8)$ $\boxed{>}$ $b\div(-8)$

(3) $a<b$의 양변에 -2를 곱하면 부등호의 방향이 바뀌므로 $-2a$ $\boxed{>}$ $-2b$

(4) $a<b$의 양변을 -6으로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로 $-\frac{a}{6}$ $\boxed{>}$ $-\frac{b}{6}$

4

목표| 부등식의 성질을 이용하여 부등호의 방향을 알 수 있게 한다.

풀이|

(1)
$a \le b$
$2a \le 2b$ (양변에 같은 양수 곱하기)
$2a+3$ $\boxed{\le}$ $2b+3$ (양변에 같은 수 더하기)

(2)
$a \le b$
$-3a \ge -3b$ (양변에 같은 음수 곱하기)
$-3a+1$ $\boxed{\ge}$ $-3b+1$ (양변에 같은 수 더하기)

(3)
$a \le b$
$-a \ge -b$ (양변에 같은 음수 곱하기)
$-a-4$ $\boxed{\ge}$ $-b-4$ (양변에서 같은 수 빼기)

(4)
$a \le b$
$2a \le 2b$ (양변에 같은 양수 곱하기)
$2a-5$ $\boxed{\le}$ $2b-5$ (양변에서 같은 수 빼기)

5

목표| 부등식의 성질을 이용하여 부등호의 방향을 알 수 있게 한다.

풀이| (1)
$2-a > 2-b$
$2-a-2 > 2-b-2$ (양변에서 같은 수 빼기)
$-a > -b$
a $\boxed{<}$ b (양변에서 같은 음수 곱하기)

(2)
$-\frac{3}{2}a-2 \le -\frac{3}{2}b-2$
$-\frac{3}{2}a-2+2 \le -\frac{3}{2}b-2+2$ (양변에 같은 수 더하기)
$-\frac{3}{2}a \le -\frac{3}{2}b$
a $\boxed{\ge}$ b (양변에 같은 음수 곱하기)

교과서 154 쪽

문제 3 $a<b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $a\times(-3)$ □ $b\times(-3)$ (2) $a\div(-8)$ □ $b\div(-8)$
(3) $-2a$ □ $-2b$ (4) $-\frac{a}{6}$ □ $-\frac{b}{6}$

이상에서 배운 부등식의 기본 성질을 정리하면 다음과 같다.

부등식의 기본 성질

(1) 부등식의 양변에 같은 수를 더하거나 양변에서 같은 수를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.
$a<b$이면 $a+c<b+c$, $a-c<b-c$
(2) 부등식의 양변에 같은 양수를 곱하거나 양변을 같은 양수로 나누어도 부등호의 방향은 바뀌지 않는다.
$a<b$, $c>0$이면 $ac<bc$, $\frac{a}{c}<\frac{b}{c}$
(3) 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.
$a<b$, $c<0$이면 $ac>bc$, $\frac{a}{c}>\frac{b}{c}$

부등호 <를 ≤로 바꾸어도 부등식의 기본 성질은 성립한다.

문제 4 $a\le b$일 때, 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $2a+3$ □ $2b+3$ (2) $-3a+1$ □ $-3b+1$
(3) $-a-4$ □ $-b-4$ (4) $2a-5$ □ $2b-5$

부등식의 양변에 음수를 곱하면 부등호의 방향이 바뀐다.

발전 **문제 5** 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

(1) $2-a>2-b$일 때, a □ b
(2) $-\frac{3}{2}a-2\le-\frac{3}{2}b-2$일 때, a □ b

사고력 기르기
▸추론 의사소통 문제 해결
등식의 성질과 부등식의 성질의 같은 점과 다른 점에 대하여 비교하여 보자.

사고력 기르기 추론

출제 의도| 등식의 성질과 부등식의 성질의 차이점을 알 수 있도록 하기 위한 문제이다.

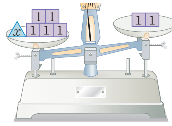
풀이| 등식의 성질에서는 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누어도 등식이 성립한다. 그러나 부등식의 성질에서는 양변에 같은 음수를 곱하거나 양변을 같은 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다. 이것이 등식과 부등식의 성질의 다른 점이다. 부등식의 나머지 성질은 등식의 성질과 같다.

09 일차부등식의 풀이

● 일차부등식을 이해한다.
● 부등식의 성질을 이용하여 일차부등식을 풀 수 있다.

일차부등식이란?

탐구 활동 오른쪽 그림과 같이 윗접시저울의 왼쪽 접시에는 무게가 x g짜리 추 1개와 1 g짜리 추 5개가 올려져 있고, 오른쪽 접시에는 1 g짜리 추 2개가 올려져 있다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 윗접시저울이 왼쪽으로 기울어져 있을 때, 이를 부등식으로 나타내어 보자.
2. 양쪽에서 1 g짜리 추 2개를 내려 놓았을 때, 이를 부등식으로 나타내어 보자.
3. 2에서 좌변의 다항식의 차수를 말하여 보자.

부등식

$$x+5>2 \quad \cdots\cdots ①$$

의 양변에서 2를 빼면 다음과 같다.

$$x+5-2>2-2$$

$$x+5-2>0 \quad \cdots\cdots ②$$

$$x+3>0 \quad \cdots\cdots ③$$

이때 ②는 ①의 우변에 있던 +2가 좌변으로 옮겨지며 −2가 되었음을 알 수 있다.

이와 같이 부등식에서도 등식의 경우와 마찬가지로 한 변에 있는 항을 부호를 바꾸어 다른 변으로 이항할 수 있다.

한편 ③의 좌변 $x+3$은 일차식이다.

$2x-4<2$ → 이항 → $2x<2+4$

❶ 이와 같이 부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

(일차식)>0, (일차식)<0, (일차식)≥0, (일차식)≤0

중의 한 가지 꼴로 변형되는 부등식을 **일차부등식**이라고 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 일차부등식(一次不等式, linear inequality)

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 저울에서 양쪽 접시의 추를 내려 놓는 것을 부등식으로 나타내어 부등식에서 상수항의 이항을 직관적으로 이해하게 하려는 것이다.

1. 왼쪽 접시 위의 추의 무게는 $(x+5)$ g이고, 오른쪽 접시 위의 추의 무게는 2 g이다. 이때 저울이 왼쪽으로 기울어져 있으므로 왼쪽 접시 위의 추가 더 무겁다.
따라서 $\boldsymbol{x+5>2}$이다.

2. 저울의 양쪽 접시에서 1 g짜리 추 2개를 동시에 내려 놓았으므로 저울이 기울어진 방향은 변하지 않는다.
따라서 $\boldsymbol{x+3>0}$이다.

3. 좌변 $x+3$의 차수는 **일차**이다.

09 일차부등식의 풀이

소단원 지도 목표

① 일차부등식의 의미를 알게 한다.
② 부등식의 성질을 이용하여 일차부등식을 풀 수 있게 한다.
③ 일차부등식의 해를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 일차부등식임을 확인하기 위해서는 부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리해야 함을 예를 통해 지도한다.

2. 일차부등식의 해를 구할 때에는 일차방정식에서 등식의 성질을 이용한 것과 같이 부등식의 성질을 이용하여 풀되 부등호의 방향에 유의하도록 한다.

3. 부등식의 해는 수직선 위에 나타낼 수 있도록 하여 해의 의미를 직관적으로 이해하게 한다.

본문 해설

❶ 일차부등식을 구별할 때에는 부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 후에 구별하도록 한다. 예를 들어 $3x<3(x+2)$의 모든 항을 좌변으로 옮겨 정리하면 $-6<0$이므로 일차부등식이 아니다.

지/도/자/료

부등식에서의 이항은 부등식의 성질을 일반화한 것임을 이해하도록 지도한다.

1

목표| 일차부등식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠ $7x<7(x+1)$

$7x<7x+7$, $-7<0$

➜ 일차부등식이 아니다.

㉡ $x^2-2x<x^2+3$

$-2x-3<0$

➜ 일차부등식이다.

㉢ $3x-1>2x+1$

$x-2>0$

➜ 일차부등식이다.

㉣ $x^2+2x-1\geq 0$

➜ 좌변이 이차식이므로 일차부등식이 아니다.

따라서 일차부등식은 ㉡, ㉢이다.

생각 열기 참/고/자/료

나이아가라 폭포는 세계 각지에서 연간 천만 명이 넘는 관광객이 방문하는 국제적인 명소이다. 나이아가라 폭포에 대한 보다 자세한 정보는 나이아가라 폭포 홈페이지(http://www.niagarafalls.ca)에서 찾아볼 수 있다.

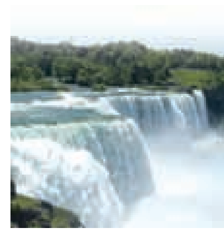
교과서 156 쪽

문제 1 다음 중 일차부등식을 모두 찾아라.

㉠ $7x<7(x+1)$ ㉡ $x^2-2x<x^2+3$
㉢ $3x-1>2x+1$ ㉣ $x^2+2x-1\geq 0$

부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식은 어떻게 푸는가?

생각 열기 **나이아가라 폭포**



나이아가라 폭포는 미국 뉴욕 주와 캐나다 온타리오 주 사이의 국경을 이루고 있는 나이아가라 강에 있으며 북아메리카에서 가장 큰 폭포이다. 나이아가라 폭포는 말굽 폭포로 불리는 캐나다 폭포와 미국 폭포 그리고 브라이들 베일 폭포로 이루어져 있다. 이 중에서 미국 폭포의 높이는 51 m이고, 이 높이는 캐나다 폭포의 높이보다 2 m 이상 높다.

탐구 활동 캐나다 폭포의 높이를 x m라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1. 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어 보자.

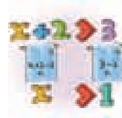
$x+2$ □ 51

2. 1의 부등식의 좌변에 x를 포함한 항만 남기기 위해서는 부등식의 기본 성질을 어떻게 이용해야 하는지 말하여 보자.

❶ 부등식의 기본 성질을 이용하여 일차부등식

$x+2>3$

을 풀어 보자.



부등식의 양변에서 2를 빼어도 부등호의 방향은 바뀌지 않으므로

$x+2-2>3-2$

이고, 이것을 정리하면

$x>1$

이다. 이때 1보다 큰 수는 모두 일차부등식 $x+2>3$을 만족시킨다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 부등식의 성질을 이용하여 부등식을 푸는 방법을 이해하게 하려는 것이다.

1. 캐나다 폭포의 높이를 x m라고 하면 미국 폭포의 높이는 캐나다 폭포의 높이보다 2 m 이상 높으므로

$x+2$ [≤] 51

2. 부등식 $x+2\leq 51$의 좌변에 x를 포함한 항만 남기기 위해서는 **부등식의 양변에서 2를 빼면 된다.**

➜ $x+2-2\leq 51-2$

$x\leq 49$

본문 해설

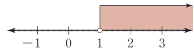
❶ 방정식을 풀 때 등식의 성질을 이용하여 푼 것과 같이 부등식을 풀 때에는 부등식의 성질을 이용하여 푼다.
예를 들어 방정식 $x+2=3$의 해는 등식의 성질을 이용하여 양변에서 2를 빼어 구할 수 있다.
즉, $x+2-2=3-2$, $x=1$
마찬가지로 부등식 $x+2>3$의 해는 부등식의 성질을 이용하여 양변에서 2를 빼어 구할 수 있다.
즉, $x+2-2>3-2$, $x>1$
이때 1보다 큰 수는 모두 부등식 $x+2>3$을 만족한다.

지/도/자/료

07 **부등식과 그 해**에서는 주어진 값을 부등식에 대입하여 참이 되게 하는 해를 구했다. 하지만 범위가 수 전체일 때에는 값을 대입하여 해를 구하는 것이 쉽지 않으므로 부등식의 성질을 이용하여 부등식의 해를 구한다는 것을 알게 한다.

교과서 157 쪽

① 따라서 일차부등식 $x+2>3$의 해는 $x>1$이고 이것을 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



② 해를 수직선 위에 나타낼 때 '○'은 그에 대응하는 수가 해에 포함되지 않음을 뜻하고, '●'은 그에 대응하는 수가 해에 포함됨을 뜻한다.

$ax>b$, $ax<b$, $ax\geq b$, $ax\leq b$ $(a\neq 0)$를 풀 때에는 부등식의 기본 성질을 이용하여 주어진 부등식을 다음과 같은 꼴로 고쳐서 해를 구한다.

$x>(\text{수})$, $x<(\text{수})$, $x\geq(\text{수})$, $x\leq(\text{수})$

참고 해가 $x>3$인 경우에 3은 해가 아니므로 (1)과 같이 ○로 나타내고, 해가 $x\geq3$인 경우에 3은 해이므로 (2)와 같이 ●로 나타낸다.

예제 01 다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

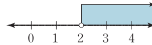
(1) $x+3>5$ (2) $-2x\geq6$

풀이 (1) 부등식의 양변에서 3을 빼면

$x+3-3>5-3$

$x>2$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

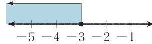


(2) 부등식의 양변을 -2로 나누면

$-2x\div(-2)\leq6\div(-2)$

$x\leq-3$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



부등식의 양변을 음수로 나누면 부등호의 방향이 바뀐다.

답 (1) $x>2$ (2) $x\leq-3$

문제 2 다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $x+3<2$ (2) $x-2\leq4$

(3) $\frac{1}{3}x>2$ (4) $-4x\geq-8$

본문 해설

① 부등식의 해는 대부분 범위로 나타나므로 일반적으로 해의 개수가 무수히 많다. 따라서 부등식의 해는 직관적으로 이해할 수 있도록 수직선 위에 나타낸다.

② 기하학에서 점과 직선은 무정의 용어이지만 일차부등식의 해를 수직선 위에 나타낼 때에는 직관적으로 이해할 수 있도록 부등호에 따라 '●', '○'을 사용한다. 즉, '●'을 사용하는 경우는 이 점에 대응하는 수가 주어진 부등식의 해에 포함됨을 나타내고, '○'을 사용하는 경우는 이 점에 대응하는 수가 부등식의 해에 포함되지 않음을 나타낸다.

2

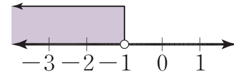
목표| 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) 부등식의 양변에서 3을 빼면

$x+3-3<2-3$

$\boldsymbol{x<-1}$

해를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.

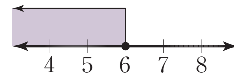


(2) 부등식의 양변에 2를 더하면

$x-2+2\leq4+2$

$\boldsymbol{x\leq6}$

해를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.

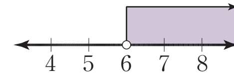


(3) 부등식의 양변에 3을 곱하면

$\frac{1}{3}x\times3>2\times3$

$\boldsymbol{x>6}$

해를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.

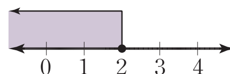


(4) 부등식의 양변을 -4로 나누면 부등호의 방향이 바뀌므로

$-4x\div(-4)\leq-8\div(-4)$

$\boldsymbol{x\leq2}$

해를 수직선 위에 나타내면 다음 그림과 같다.



본문 해설

❶ 일차부등식을 풀 때에는 부등식의 성질을 이용하는 것보다 이항을 이용하는 것이 더 간편하다. 특히 이항을 할 때에는 부등호의 방향이 바뀌지 않지만 이항하는 항의 부호는 바뀜에 유의하도록 한다.

참고| 부등식의 양변에 같은 음수를 곱하거나 나눌 때 부등호의 방향이 바뀌는 것과 이항은 구별할 수 있도록 한다.

교과서 158 쪽

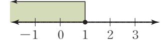
❶ **예제 02** 일차부등식 $3x-1\leq 2x$를 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

풀이 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$3x-2x\leq 1$

좌변을 간단히 하면 $x\leq 1$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



답 $x\leq 1$

● $x\leq 1$에서 1은 해이므로 •로 나타낸다.

문제 3 다음 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $3x<-x+12$ (2) $2x+7\leq 4x-3$

(3) $2x+2>x+6$ (4) $2x-3\geq 5x-15$

부등식에 괄호가 있으면 먼저 괄호를 풀어 정리한 후 부등식을 푼다.

예제 03 일차부등식 $3(2+x)<-1-4x$를 풀어라.

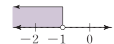
풀이 괄호를 풀면 $6+3x<-1-4x$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$3x+4x<-1-6$

양변을 간단히 하면 $7x<-7$

양변을 7로 나누면 $x<-1$



답 $x<-1$

● 괄호가 있는 부등식을 풀 때에는 분배법칙을 이용하여 괄호를 먼저 푼다.

문제 4 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $3(x-4)<4(x+2)$ (2) $7-3x\leq 4(2-x)$

(3) $5(x+4)>2x-1$ (4) $2(x-3)\geq -3(x-2)$

3

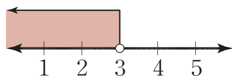
목표| 일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

풀이| (1) x를 포함한 항을 좌변으로 이항하면 $3x+x<12$

좌변을 간단히 하면 $4x<12$

양변을 4로 나누면 $\boldsymbol{x<3}$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

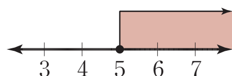


(2) x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $2x-4x\leq -3-7$

양변을 간단히 하면 $-2x\leq -10$

양변을 -2로 나누면 $\boldsymbol{x\geq 5}$

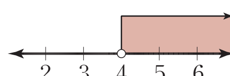
해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



(3) x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $2x-x>6-2$

양변을 간단히 하면 $\boldsymbol{x>4}$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.

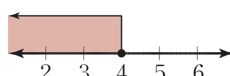


(4) x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $2x-5x\geq -15+3$

양변을 간단히 하면 $-3x\geq -12$

양변을 -3으로 나누면 $\boldsymbol{x\leq 4}$

해를 수직선 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



4

목표| 괄호가 있는 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 괄호를 풀면 $3x-12<4x+8$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $3x-4x<8+12$

양변을 간단히 하면 $-x<20$

양변을 -1로 나누면 $\boldsymbol{x>-20}$

(2) 괄호를 풀면 $7-3x\leq 8-4x$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $-3x+4x\leq 8-7$

양변을 간단히 하면 $\boldsymbol{x\leq 1}$

(3) 괄호를 풀면 $5x+20>2x-1$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $5x-2x>-1-20$

양변을 간단히 하면 $3x>-21$

양변을 3으로 나누면 $\boldsymbol{x>-7}$

교과서 159 쪽

❶ 부등식에서 계수가 소수일 때에는 부등식의 양변에 알맞은 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예제 04 일차부등식 $0.4x-1.6\geq 0.2x-0.4$를 풀어라.

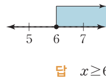
풀이 양변에 10을 곱하면 $4x-16\geq 2x-4$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면

$4x-2x\geq -4+16$

양변을 간단히 하면 $2x\geq 12$

양변을 2로 나누면 $x\geq 6$



답 $x\geq 6$

문제 5 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $0.5x-1.8<0.2x$ (2) $0.7x+0.5\leq 0.3x+1.3$

❷ 부등식에서 계수가 분수일 때에는 부등식의 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 풀면 편리하다.

예제 05 일차부등식 $\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}x<x-\frac{7}{6}$을 풀어라.

풀이 양변에 2, 3, 6의 최소공배수인 6을 곱하면

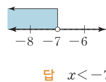
$3x+4x<6x-7$

$7x<6x-7$

x를 포함한 항을 좌변으로 이항하면

$7x-6x<-7$

좌변을 간단히 하면 $x<-7$



답 $x<-7$

5

목표| 계수가 소수인 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 양변에 10을 곱하면 $5x-18<2x$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $5x-2x<18$

양변을 간단히 하면 $3x<18$

양변을 3으로 나누면 $\boldsymbol{x<6}$

(2) 양변에 10을 곱하면 $7x+5\leq 3x+13$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $7x-3x\leq 13-5$

양변을 간단히 하면 $4x\leq 8$

양변을 4로 나누면 $\boldsymbol{x\leq 2}$

본문 해설

❷ 일차부등식의 계수가 분수일 때에는 부등식의 양변에 분모의 최소공배수를 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 푼다. 이때 부등호의 방향은 바뀌지 않음을 유의하도록 한다.

(4) 괄호를 풀면 $2x-6\geq -3x+6$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $2x+3x\geq 6+6$

양변을 간단히 하면 $5x\geq 12$

양변을 5로 나누면 $\boldsymbol{x\geq \frac{12}{5}}$

본문 해설

❶ 일차방정식의 계수가 소수일 때에는 계수를 정수로 고쳐서 풀었다. 이와 마찬가지로 일차부등식에서도 계수가 소수일 때에는 부등식의 양변에 10, 100, 1000과 같이 10의 거듭제곱을 곱하여 계수를 정수로 고쳐서 푼다. 이때 부등호의 방향은 바뀌지 않음을 유의하도록 한다.

지/도/자/료 일차부등식의 풀이에 대한 오개념 지도

1. 학생들이 일차부등식에서 음의 부호를 이항할 때 부등호의 방향을 바꾸는 오류를 범하기 쉽다.
예를 들어 $3x-2>9$에서 -2를 이항할 때 부등호의 방향도 함께 바꾸어 $3x<9+2$, 즉 $3x<11$로 답하는 경우가 있는데 이것은 음수를 곱하거나 나눌 때 부등호의 방향이 바뀐다는 사실과 혼동하여 부등호의 방향을 바꾼 것이므로 두 가지 사실을 혼동하지 않도록 지도한다.

2. 일차부등식의 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고칠 때 그 수를 양변의 모든 항에 곱하지 않는 경우가 있다. 그런 실수를 범하지 않게 하기 위해서 좌변과 우변을 각각 괄호로 묶은 다음 양변의 모든 항에 곱하도록 지도한다.

예 $\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}x<x-\frac{7}{6}$은 $6\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}x\right)<6\left(x-\frac{7}{6}\right)$과 같이 6을 양변의 모든 항에 곱하여 풀게 한다.

6

목표| 계수가 분수인 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 양변에 2와 3의 최소공배수인 6을 곱하면 $3x-2(x-1)\geq 12$

괄호를 풀면 $3x-2x+2\geq 12$

상수항을 우변으로 이항하면

$3x-2x\geq 12-2$

양변을 간단히 하면 $\boldsymbol{x\geq 10}$

(2) 양변에 3과 5의 최소공배수인 15를 곱하면

$10x+30>6(2x+1)$

괄호를 풀면 $10x+30>12x+6$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $10x-12x>6-30$

양변을 간단히 하면 $-2x>-24$

양변을 -2로 나누면 $\boldsymbol{x<12}$

교과서 160쪽

문제 6 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $\frac{x}{2}-\frac{x-1}{3}\geq 2$ (2) $\frac{2}{3}x+2>\frac{2}{5}(2x+1)$

이상에서 배운 일차부등식의 풀이 방법을 정리하면 다음과 같다.

일차부등식의 풀이 방법

❶ 계수에 소수나 분수가 있으면 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친다.

❷ 괄호가 있으면 괄호를 푼다.

❸ 미지수 x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항한다.

❹ 양변을 간단히 하여

$ax>b,\ ax<b,\ ax\geq b,\ ax\leq b\ (a\neq 0)$

의 꼴로 고친다.

❺ 양변을 x의 계수 a로 나눈다. 이때 a가 음수이면 부등호의 방향이 바뀐다.

$0.3(2x-3)\leq 3.5x+2$
↓ ❶
$3(2x-3)\leq 35x+20$
↓ ❷
$6x-9\leq 35x+20$
↓ ❸
$6x-35x\leq 20+9$
↓ ❹
$-29x\leq 29$
↓ ❺
$x\geq -1$

문제 7 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $3(x+5)>2x+20$ (2) $-6(x+5)\geq x+5$

(3) $0.5x-4\geq 4.5x-28$ (4) $\frac{1}{2}x+\frac{5-x}{3}<2$

발전

문제 8 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $0.25x\geq\frac{x}{2}-0.3\left(x-\frac{1}{2}\right)$ (2) $\frac{2x-1}{3}+0.4<0.2(3x-1)$

(3) $0.2x+1<\frac{1}{5}(2x-1)$ (4) $0.5(x-2)\leq 0.7x-1.2$

● 먼저 소수나 분수를 정수로 고친 후 분배법칙을 이용하여 괄호를 푼다.

7

목표| 여러 가지 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 괄호를 풀면 $3x+15>2x+20$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $3x-2x>20-15$

양변을 간단히 하면 $\boldsymbol{x>5}$

(2) 괄호를 풀면 $-6x-30\geq x+5$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $-6x-x\geq 5+30,\ -7x\geq 35$

양변을 -7로 나누면 $\boldsymbol{x\leq -5}$

(3) 양변에 10을 곱하면 $5x-40\geq 45x-280$

x를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하면 $5x-45x\geq -280+40,\ -40x\geq -240$

양변을 -40으로 나누면 $\boldsymbol{x\leq 6}$

(4) 양변에 2와 3의 최소공배수인 6을 곱하면

$3x+2(5-x)<12,\ 3x+10-2x<12$

상수항을 우변으로 이항하면 $3x-2x<12-10$

$\boldsymbol{x<2}$

8

목표| 여러 가지 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 양변에 100을 곱하면 $25x\geq 50x-30\left(x-\frac{1}{2}\right)$

괄호를 풀면 $25x\geq 50x-30x+15,\ 5x\geq 15$

양변을 5로 나누면 $\boldsymbol{x\geq 3}$

(2) 양변에 30을 곱하면 $10(2x-1)+12<6(3x-1)$

괄호를 풀면 $20x-10+12<18x-6,\ 2x<-8$

양변을 2로 나누면 $\boldsymbol{x<-4}$

(3) 양변에 10을 곱하면 $2x+10<2(2x-1)$

괄호를 풀면 $2x+10<4x-2,\ -2x<-12$

양변을 -2로 나누면 $\boldsymbol{x>6}$

(4) 양변에 10을 곱하면 $5(x-2)\leq 7x-12$

괄호를 풀면 $5x-10\leq 7x-12,\ -2x\leq -2$

양변을 -2로 나누면 $\boldsymbol{x\geq 1}$

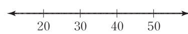
10 연립일차부등식

● 연립일차부등식을 풀 수 있다.

연립일차부등식은 어떻게 푸는가?

탐구 활동 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.

1. 120자루의 연필을 한 사람에게 3자루씩 나누어 줄 경우 연필이 남는다는 것을 부등식으로 나타내고, 그 해를 다음 수직선 위에 나타내어 보자.



2. 120자루의 연필을 한 사람에게 4자루씩 나누어 줄 경우 연필이 부족하다는 것을 부등식으로 나타내고, 그 해를 다음 수직선 위에 나타내어 보자.

3. 1과 2의 해를 다음 수직선 위에 함께 나타내어 보자.

두 개의 일차부등식

$$x+3\le 5 \quad \cdots\cdots ①$$
$$2x+3>1 \quad \cdots\cdots ②$$

을 동시에 만족시키는 x의 범위를 구하여 보자.

부등식 ①을 풀면 $x\le 2$이고, 부등식 ②를 풀면 $x>-1$이다.

10 연립일차부등식

소단원 지도 목표

① 연립일차부등식과 그 해의 의미를 이해하게 한다.
② 연립일차부등식의 해는 두 일차부등식의 해의 공통부분의 범위임을 알고 수직선 위에 일차부등식의 해를 나타내어 연립일차부등식의 해를 구할 수 있게 한다.
③ $A<B<C$ 꼴의 부등식을 풀 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 연립일차부등식의 해를 구할 때에는 각 일차부등식의 해를 수직선 위에 나타내어 공통부분을 찾게 하여 직관적으로 이해할 수 있게 한다.

2. 부등식에 등호가 있는 경우와 없는 경우를 확실히 구분할 수 있도록 지도한다.

3. 연립일차부등식에서는 해가 없는 경우도 발생함에 유의할 수 있도록 지도한다.

4. $A<B<C$ 꼴의 부등식은 연립일차부등식 $\begin{cases}A<C\\B<C\end{cases}$, $\begin{cases}A<B\\A<C\end{cases}$와 같지 않음을 주의하도록 한다.

새로 나온 용어와 기호

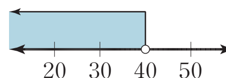
• 연립일차부등식(聯立一次不等式, simultaneous linear inequalities)

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 실생활 문제를 두 개의 일차부등식으로 만들고, 각각의 해를 수직선 위에 나타내어 봄으로써 연립일차부등식의 해의 의미를 알게 하려는 것이다.

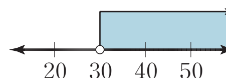
1. 학생 수를 x명이라고 하면 $\mathbf{3x<120}$

$x<40$

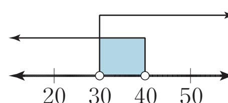


2. 학생 수를 x명이라고 하면 $\mathbf{4x>120}$

$x>30$



3.

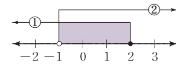


본문 해설

❶ 연립일차방정식의 해는 각 방정식의 공통인 해이다. 또 가감법, 대입법으로 두 방정식에서 직접 해를 구할 수 있다. 그러나 연립일차부등식에서는 각 부등식의 해를 따로 구한 후, 수직선으로 나타내어 공통부분을 구한다.

교과서 162 쪽

이때 부등식 ①, ②의 해를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.



❶ 따라서 부등식 ①, ②를 동시에 만족시키는 x의 범위는 $x\le 2$이고 $x>-1$이다. 이것을 간단히 $-1<x\le 2$로 나타낸다.

두 개의 일차부등식 $x+3\le 5$, $2x+3>1$을 동시에 만족시키는 미지수 x의 범위를 구하는 경우, 두 일차부등식을 한 쌍으로 묶어서

$$\begin{cases} x+3\le 5 \\ 2x+3>1 \end{cases}$$

과 같이 나타낸다.

이와 같이 두 개 이상의 일차부등식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것을 **연립일차부등식**이라고 한다.

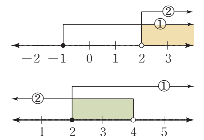
또 위에서 $-1<x\le 2$와 같이 연립일차부등식의 각 일차부등식을 동시에 만족시키는 미지수의 값을 그 연립일차부등식의 해라 하고, 연립일차부등식의 해를 모두 구하는 것을 연립일차부등식을 푼다고 한다.

예제 01 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} -2x\le x+3 & \cdots\cdots ① \\ 2x-1>-x+5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+1\ge -2x+7 & \cdots\cdots ① \\ 3x-2<x+6 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

부등식 ①, ②의 해를 각각 구하고, 두 부등식을 동시에 만족시키는 x의 범위를 구한다.

풀이 (1) 부등식 ①을 풀면 $x\ge -1$
부등식 ②를 풀면 $x>2$
따라서 구하는 해는 $x>2$이다.

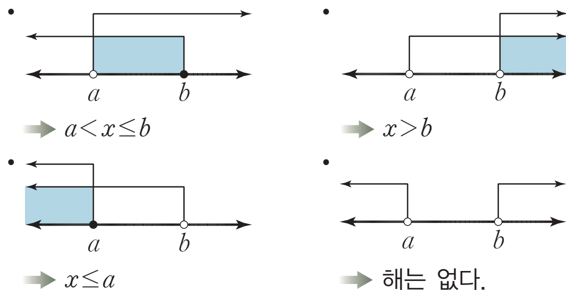


(2) 부등식 ①을 풀면 $x\ge 2$
부등식 ②를 풀면 $x<4$
따라서 구하는 해는 $2\le x<4$이다.

답 (1) $x>2$ (2) $2\le x<4$

지/도/자/료

연립일차부등식의 해는 각 부등식의 해를 따로 구한 후, 그 공통부분을 구해야 한다. 이때 두 부등식의 해를 수직선 위에 나타내어 겹쳐지는 부분을 찾는 것이 편리하다는 것을 지도한다. 한편 각 부등식의 해를 수직선 위에 나타낼 때에는 그 해의 부등호의 방향에 유의하도록 한다.



기/초/력 향상 문제

1 다음 연립일차부등식의 해를 구하여라.

(1) $\begin{cases} x>3 \\ x<5 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x\ge 1 \\ x\le 4 \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x>5 \\ x\ge 7 \end{cases}$

(4) $\begin{cases} x<4 \\ x\le 6 \end{cases}$

답 **1** (1) $3<x<5$ (2) $1\le x\le 4$ (3) $x\ge 7$ (4) $x<4$

교과서 163 쪽

문제 1 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 1-2x<5 \\ x+4\le 6 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} 4x\ge 2x+2 \\ 7-2x<1+x \end{cases}$

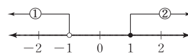
(3) $\begin{cases} x+3>1 \\ 3-x\le 6-4x \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 3x-4\le 8 \\ 2x+1>4x+7 \end{cases}$

예제 02 다음 연립일차부등식을 풀어라.

$\begin{cases} 2x+3<1 & \cdots\cdots ① \\ 1-3x\le -2 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

각 부등식의 해를 한 수직선 위에 나타내었을 때, 겹쳐지는 부분이 없으면 연립일차부등식의 해는 없다.

풀이 부등식 ①을 풀면 $x<-1$
부등식 ②를 풀면 $x\ge 1$
그런데 이 경우는 공통부분이 없으므로 구하는 해는 없다.



답 해는 없다.

문제 2 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 2x-3\ge 5 \\ 5x-7<3 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+4\ge 6 \\ 4(1-x)\ge 8 \end{cases}$

$A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식은 두 개의 부등식 $A<B$와 $B<C$를 하나의 식으로 나타낸 것이므로 연립일차부등식 $\begin{cases} A<B \\ B<C \end{cases}$와 같다.

예를 들어 연립일차부등식 $2<3x+4<5$는 두 개의 부등식 $2<3x+4$와 $3x+4<5$를 하나의 식으로 나타낸 것이므로 연립일차부등식 $\begin{cases} 2<3x+4 \\ 3x+4<5 \end{cases}$와 같다.

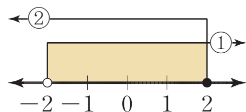
참고 $A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식은 다음과 같이 바꾸어서 풀면 안 된다.

$\begin{cases} A<B \\ A<C \end{cases}$, $\begin{cases} A<C \\ B<C \end{cases}$

1

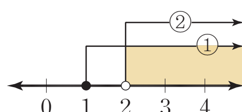
목표| 연립일차부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $1-2x<5$를 풀면 $x>-2$ ……①
$x+4\le 6$을 풀면 $x\le 2$ ……②
①, ②를 수직선 위에 함께 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



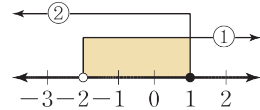
따라서 구하는 해는 $-2<x\le 2$이다.

(2) $4x\ge 2x+2$를 풀면 $x\ge 1$ ……①
$7-2x<1+x$를 풀면 $x>2$ ……②
①, ②를 수직선 위에 함께 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



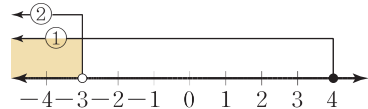
따라서 구하는 해는 $x>2$이다.

(3) $x+3>1$을 풀면 $x>-2$ ……①
$3-x\le 6-4x$를 풀면 $x\le 1$ ……②
①, ②를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 해는 $-2<x\le 1$이다.

(4) $3x-4\le 8$을 풀면 $x\le 4$ ……①
$2x+1>4x+7$을 풀면 $x<-3$ ……②
①, ②를 수직선 위에 함께 나타내면 다음 그림과 같다.

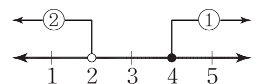


따라서 구하는 해는 $x<-3$이다.

2

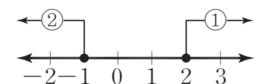
목표| 연립일차부등식의 해가 없는 경우를 이해하게 한다.

풀이| (1) $2x-3\ge 5$를 풀면 $x\ge 4$ ……①
$5x-7<3$을 풀면 $x<2$ ……②
①, ②를 수직선 위에 함께 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



그런데 이 경우는 공통부분이 없으므로 구하는 **해는 없다.**

(2) $x+4\ge 6$을 풀면 $x\ge 2$ ……①
$4(1-x)\ge 8$을 풀면 $x\le -1$ ……②
①, ②를 수직선 위에 함께 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



그런데 이 경우는 공통부분이 없으므로 구하는 **해는 없다.**

3

목표| $A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 연립일차부등식은

$$\begin{cases} -2<x+2 & \cdots\cdots ① \\ x+2<6 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

과 같다.

부등식 ①을 풀면 $x>-4$

부등식 ②를 풀면 $x<4$

따라서 구하는 해는 $\mathbf{-4<x<4}$이다.

(2) 연립일차부등식은

$$\begin{cases} -5<3x+1 & \cdots\cdots ① \\ 3x+1\le 10 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

과 같다.

부등식 ①을 풀면 $x>-2$

부등식 ②를 풀면 $x\le 3$

따라서 구하는 해는 $\mathbf{-2<x\le 3}$이다.

(3) 연립일차부등식은

$$\begin{cases} 2x-7\le x+1 & \cdots\cdots ① \\ x+1<3x+5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

와 같다.

부등식 ①을 풀면 $x\le 8$

부등식 ②를 풀면 $x>-2$

따라서 구하는 해는 $\mathbf{-2<x\le 8}$이다.

(4) 연립일차부등식은

$$\begin{cases} 3x<5x+6 & \cdots\cdots ① \\ 5x+6\le -2x+34 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

와 같다.

부등식 ①을 풀면 $x>-3$

부등식 ②를 풀면 $x\le 4$

따라서 구하는 해는 $\mathbf{-3<x\le 4}$이다.

교과서 164 쪽

예제 03 연립일차부등식 $-7<2x-1<3$을 풀어라.

풀이 연립일차부등식 $-7<2x-1<3$은 다음 연립일차부등식과 같다.

$$\begin{cases} 2x-1>-7 & \cdots\cdots ① \\ 2x-1<3 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

부등식 ①을 풀면 $x>-3$

부등식 ②를 풀면 $x<2$

따라서 구하는 해는 $-3<x<2$이다.

답 $-3<x<2$

문제 3 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $-2<x+2<6$　(2) $-5<3x+1\le 10$

(3) $2x-7\le x+1<3x+5$　(4) $3x<5x+6\le -2x+34$

발전 문제 4 다음 연립일차부등식을 풀어라.

(1) $\frac{x-1}{2}\le\frac{x}{3}\le\frac{3x+5}{4}$　(2) $3-0.6x\le 0.5x-0.3<0.2x-3$

사고력 기르기

추론
▶의사소통
문제 해결

연립일차부등식을 풀었더니 $x<a$이고 $x\ge a$이었다. 이것을 수직선 위에 나타내고, 이 연립일차부등식의 해에 대하여 토의하여 보자.

4

목표| 계수가 분수 또는 소수인 $A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식의 해를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 주어진 부등식의 각 항에 2, 3, 4의 최소공배수인 12를 곱하면 $6(x-1)\le 4x\le 3(3x+5)$

괄호를 풀면 $6x-6\le 4x\le 9x+15$

이 연립일차부등식은

$$\begin{cases} 6x-6\le 4x & \cdots\cdots ① \\ 4x\le 9x+15 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

와 같다.

부등식 ①을 풀면 $x\le 3$

부등식 ②를 풀면 $x\ge -3$

따라서 구하는 해는 $\mathbf{-3\le x\le 3}$이다.

(2) 주어진 부등식의 각 항에 10을 곱하면

$30-6x\le 5x-3<2x-30$

이 연립일차부등식은

$$\begin{cases} 30-6x\le 5x-3 & \cdots\cdots ① \\ 5x-3<2x-30 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

과 같다.

부등식 ①을 풀면 $x\ge 3$

부등식 ②를 풀면 $x<-9$

그런데 이 경우는 공통부분이 없으므로 구하는 해는 **없다.**

교과서 165 쪽

정리 확인 학습

1. 일차방정식과 일차함수

일차방정식

(1) 이항: 등식의 한 변에 있는 항을 부호를 바꾸어 다른 변으로 옮기는 것

(2) 일차방정식: 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

(일차식)$=0$

의 꼴로 나타내어지는 방정식

1 다음 일차방정식을 풀어라.

(1) $2x-9=3$　　(2) $x+6=-2x$

(3) $\frac{x}{4}=2$　　(4) $5x-4=x+2$

일차함수

함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 관한 일차식

$y=ax+b$ ($a\neq0$, a, b는 상수)

로 나타내어지는 함수를 일차함수라고 한다.

2 다음 중에서 일차함수를 모두 찾아라.

㉠ $y=2x-1$	㉡ $y=x^2+3$
㉢ $y=\frac{1}{x}$	㉣ $y=-\frac{1}{2}x$

연립일차방정식과 그 해

(1) 연립일차방정식: 두 일차방정식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것

(2) 연립일차방정식의 해: 연립일차방정식에서 두 개의 일차방정식을 동시에 만족시키는 x, y의 값 또는 순서쌍 (x, y)

3 다음 연립일차방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} 2x-y=3 \\ x+y=9 \end{cases}$　　(2) $\begin{cases} x+y=4 \\ 4x-5y=7 \end{cases}$

일차부등식과 연립일차부등식

(1) 일차부등식: 부등식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

(일차식)>0, (일차식)<0

(일차식)≥0, (일차식)≤0

중의 한 가지 꼴로 변형되는 부등식

(2) 연립일차부등식: 두 개 이상의 일차부등식을 한 쌍으로 묶어서 나타낸 것

4 다음 일차부등식을 풀어라.

(1) $x-4<-2$　　(2) $-\frac{x}{4}+1>5$

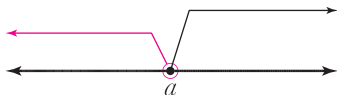
(3) $x-2\leq2x-6$　　(4) $5\geq1-4x$

용어와 기호 미지수, 해, 근, 항등식, 이항, 일차방정식, 일차함수, 좌표, 순서쌍, x축, y축, 좌표축, 원점, x좌표, y좌표, 좌표평면, 함수의 그래프, 평행이동, x절편, y절편, 기울기, 연립일차방정식, 부등식, 일차부등식, 연립일차부등식, $y=f(x)$, $f(x)$

사고력 기르기 의사소통

출제 의도| 연립일차부등식의 해의 의미를 정확히 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 주어진 연립일차부등식의 해 $x<a$이고 $x\geq a$를 수직선 위에 나타내면 다음과 같다.



연립일차부등식의 해는 각 부등식의 해의 공통부분이므로 a는 해가 될 수 없다. 또한 x는 a보다 크기도 하고 작기도 해야 하므로 연립일차부등식의 **해는 없다.**

정리 확인 학습

1

목표| 이항을 이용하여 일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $x=6$

(2) $x=-2$

(3) $x=8$

(4) $x=\frac{3}{2}$

2

목표| 일차함수의 의미를 이해하고, 일차함수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉡, ㉢은 x에 대한 일차식이 아니므로 일차함수가 아니다.
따라서 일차함수는 ㉠, ㉣이다.

3

목표| 연립일차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $\begin{cases} 2x-y=3 & \cdots\cdots ① \\ x+y=9 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

①+②에서　$3x=12$, $x=4$　$\cdots\cdots$ ③

③을 ②에 대입하면　$y=5$

따라서 구하는 해는 **(4, 5)**이다.

(2) $\begin{cases} x+y=4 & \cdots\cdots ① \\ 4x-5y=7 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

$4\times$①−②에서　$9y=9$, $y=1$　$\cdots\cdots$ ③

③을 ①에 대입하면　$x=3$

따라서 구하는 해는 **(3, 1)**이다.

4

목표| 일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $x<2$

(2) $x<16$

(3) $x\geq4$

(4) $x\geq-1$

2 이차방정식과 이차함수

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 이차방정식의 뜻을 알게 한다.
② 이차방정식의 근의 공식을 알게 한다.
③ 이차함수의 뜻을 알게 한다.
④ 이차함수의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해하게 한다.
⑤ 이차함수의 최댓값, 최솟값을 구할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
01 이차방정식과 그 해	이차방정식과 그해
02 이차방정식의 풀이	인수분해, 제곱근, 완전제곱식을 이용한 풀이
	근의 공식을 이용한 풀이
03 이차함수의 뜻	이차함수의 뜻
04 이차함수 $y=ax^2$의 그래프	이차함수 $y=ax^2$의 그래프
05 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프	이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프
	이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프
	이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프
06 이차함수의 그래프의 성질	이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프
	이차함수의 식 구하기
	이차함수의 최댓값과 최솟값
중단원 마무리	정리 확인 학습

들어가면서 황금비는 모나리자와 같은 명화, 고사리와 같은 생물 등에서 찾아 볼 수 있다. 황금비를 찾는 과정은 이차방정식이라는 수학적 문제를 내포하고 있다. 또한 자유 낙하를 하는 물체의 속도, 달리는 자동차의 운동에너지는 이차함수라는 수학적 언어로 해석하고, 예측할 수 있다.
이 단원에서는 수학적 언어로 나타내어진 이차방정식과 이차함수의 의미를 이해하고, 일상생활에서의 문제를 이와 같은 수학적 문제로 변역하여 해결할 수 있도록 지도한다.

교과서 166 쪽

2 이차방정식과 이차함수

황금비

유클리드(Euclid ; ?B.C. 325～?B.C. 265)의 저서 “원론” 제2권에 다음과 같은 문제와 그 풀이가 실려 있다.

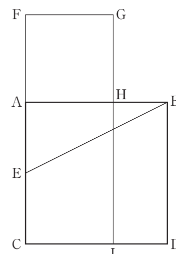
> 한 변의 길이가 a인 정사각형 ABCD에서 선분 AB 위의 점 H에 대하여 정사각형 AHGF의 넓이와 직사각형 HIDB의 넓이가 같도록 하는 점 H를 찾아라.

이 문제에서 선분 AC의 중점을 점 E라 하고, $\overline{BE}=\overline{EF}$가 되도록 하는 점 F를 찾아 선분 AF를 한 변으로 하는 정사각형 AHGF를 만들면 점 H를 찾을 수 있다.

이때 정사각형 AHGF의 한 변의 길이와 직사각형 HIDB의 긴 변의 길이의 비는 다음과 같다.

$$\overline{AH} : \overline{AB}=1 : 1.618\cdots$$

이 비를 현재 황금비(golden ratio)라는 이름으로 부르고 있는데, 황금비라는 말은 1898년에 처음 사용되었다고 한다.



〈출처: G. Markowsky(1992), Misconceptions about the golden ratio, College Math. J. 23, pp.1～19〉

단원 과제
이 단원을 배우면서 다음 과제를 해결하여 보자. 178쪽
황금비 직사각형에서 가로와 세로의 비는 얼마일까?

성취 기준과 성취 수준

성취 기준		성취 수준
1. 이차방정식의 뜻을 알고 이차방정식을 풀 수 있다.	상	이차방정식을 다양한 방법으로 풀 수 있다.
	중	계수가 자연수인 간단한 이차방정식을 풀 수 있다.
	하	주어진 수 중 이차방정식의 해를 찾을 수 있다.
2. 이차함수의 뜻을 안다.	상	이차함수의 뜻을 말하고, 그 예를 들 수 있다.
	중	이차함수의 예를 들 수 있다.
	하	주어진 함수가 이차함수인지 판단할 수 있다.
3. 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 그릴 수 있다.	상	이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 그리고, 그 성질을 설명할 수 있다.
	중	이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 그리고, 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 구할 수 있다.
	하	이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 그릴 수 있다.

교과서 167 쪽

01 이차방정식과 그 해

● 이차방정식의 뜻을 안다.

이차방정식이란 무엇인가?

탐구 활동

오른쪽 그림은 도심지 한가운데에 있는 직사각형 모양의 옥상 정원이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 옥상 정원의 넓이가 1800 m^2일 때, 이것을 등식으로 나타내어 보자.
2. 1의 등식을 (x에 관한 식)$=0$의 꼴로 나타내어 보자. 이때 좌변은 x에 관한 몇 차식인가?

$x^2+5x=x+7$에서 우변의 $x+7$을 좌변으로 이항하여 정리하면

$$x^2+4x-7=0$$

이다.

이와 같이 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

$$(x\text{에 관한 이차식})=0$$

의 꼴로 변형되는 방정식을 x에 관한 **이차방정식**이라고 한다.

$a\neq0$이고 a, b, c는 상수일 때
- ax^2+bx+c ⇨ 이차식
- $ax^2+bx+c=0$ ⇨ 이차방정식

일반적으로 x에 관한 이차방정식은

$$ax^2+bx+c=0\ (a\neq0,\ a,\ b,\ c\text{는 상수})$$

과 같이 나타낼 수 있다.

문제 1 다음 중에서 이차방정식을 모두 찾아라.

㉠ $x^2-x=0$　　㉡ $2x-6=3x$
㉢ $(x+3)^2=x^2+4x$　　㉣ $x(x-5)=2x^2-1$

성취 기준		성취 수준
4. 이차함수의 그래프의 성질을 이해한다.	상	이차함수의 그래프를 그리고, 그 성질을 설명할 수 있다.
	중	이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 보고 그 성질을 설명할 수 있다.
	하	이차함수 $y=a(x-p)^2+q$에서 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있다.
5. 이차함수의 최댓값, 최솟값을 구할 수 있다.	상	이차함수 $y=ax^2+bx+c$에서 최댓값 또는 최솟값을 구할 수 있다.
	중	이차함수 $y=a(x-p)^2+q$에서 최댓값 또는 최솟값을 구할 수 있다.
	하	주어진 이차함수의 그래프에서 그 함수가 최대 또는 최소가 되는 점을 찾을 수 있다.

01 이차방정식과 그 해

소단원 지도 목표

① 이차방정식의 뜻을 이해하게 한다.
② 이차방정식의 해의 의미를 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 이차방정식의 의미는 다양한 상황을 통해 도입한다.
2. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 $a\neq0$임을 유의하게 한다.
3. x에 대한 이차항이 있는 등식이 모두 이차방정식인 것은 아님에 유의하게 한다.
4. x에 대한 이차방정식에서 미지수 x에 대하여 특별한 조건이 주어지지 않으면 x는 실수 전체의 범위에서 생각하도록 지도한다.

새로 나온 용어와 기호

• 이차방정식(二次方程式, quadratic equation)

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 직사각형의 넓이를 이용하여 방정식으로 나타내어 봄으로써 이차방정식의 뜻을 알게 하려는 것이다.

1. $x(x+20)=1800$
2. $x(x+20)=1800$에서　$x^2+20x=1800$

우변의 1800을 좌변으로 이항하여 정리하면
$x^2+20x-1800=0$
이때 좌변은 x에 관한 **이차식**이다.

1

목표| 이차방정식의 뜻을 알고, 이차방정식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| ㉠ $x^2-x=0$ ➜ 이차방정식

㉡ $2x-6=3x$에서　$2x-6-3x=0$
　$-x-6=0$ ➜ 일차방정식

㉢ $(x+3)^2=x^2+4x$에서　$x^2+6x+9=x^2+4x$
　$x^2+6x+9-x^2-4x=0$, $2x+9=0$
　➜ 일차방정식

㉣ $x(x-5)=2x^2-1$에서　$x^2-5x=2x^2-1$
　$x^2-5x-2x^2+1=0$, $-x^2-5x+1=0$
　➜ 이차방정식

따라서 이차방정식인 것은 ㉠, ㉣이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • x에 주어진 수를 대입하여 식의 값을 알아보고 식의 값이 0이 되게 하는 x를 찾아봄으로써 이차방정식의 해의 의미를 이해하게 하려는 것이다.

1.

x	-2	-1	0	1	2
x^2+x-2	$\mathbf{0}$	$\mathbf{-2}$	$\mathbf{-2}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{4}$

2. $\mathbf{-2,\ 1}$

교과서 168 쪽

이차방정식의 해란 무엇인가?

탐구 활동

이차방정식 $x^2+x-2=0$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1. x의 값이 $-2, -1, 0, 1, 2$일 때, 다음 표를 완성하여 보자.

x	-2	-1	0	1	2
x^2+x-2					

2. 1에서 이차방정식 $x^2+x-2=0$을 참이 되게 하는 x의 값을 모두 말하여 보자.

x의 값이 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$일 때, 이차방정식

$$x^2+x-2=0$$

을 참이 되게 하는 x의 값을 찾아보자.

① 이차식 x^2+x-2에서 x 대신에 $-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2$를 대입하면 다음과 같은 표를 얻을 수 있다.

x의 값	x^2+x-2의 값	$x^2+x-2=0$
-2	$(-2)^2+(-2)-2=0$	참
-1	$(-1)^2+(-1)-2=-2$	거짓
0	$0^2+0-2=-2$	거짓
1	$1^2+1-2=0$	참
2	$2^2+2-2=4$	거짓

이 표에서 이차방정식 $x^2+x-2=0$은 $x=-2$ 또는 $x=1$일 때에만 참임을 알 수 있다.

이와 같이 미지수 x에 관한 이차방정식을 참이 되게 하는 x의 값을 이 이차방정식의 해 또는 근이라 하고, 해를 모두 구하는 것을 이차방정식을 푼다고 한다.

특별한 언급이 없을 경우 미지수 x값의 범위는 실수 전체로 생각한다.

문제 2 x의 값이 $-2, -1, 0, 1, 2$일 때, 다음 이차방정식의 해를 모두 구하여라.

(1) $x^2-2x=0$ (2) $x^2-x-2=0$

본문 해설

① 어떤 수를 방정식에 대입하면 그 수가 방정식의 해인지 아닌지를 확인할 수 있다.

2

목표 | 주어진 x의 값 중에서 이차방정식의 해를 찾을 수 있게 한다.

풀이

(1)

x의 값	x^2-2x의 값	$x^2-2x=0$
-2	$(-2)^2-2\times(-2)=8$	거짓
-1	$(-1)^2-2\times(-1)=3$	거짓
0	$0^2-2\times0=0$	참
1	$1^2-2\times1=-1$	거짓
2	$2^2-2\times2=0$	참

따라서 주어진 이차방정식의 해는

$\mathbf{x=0}$ **또는** $\mathbf{x=2}$

(2)

x의 값	x^2-x-2의 값	$x^2-x-2=0$
-2	$(-2)^2-(-2)-2=4$	거짓
-1	$(-1)^2-(-1)-2=0$	참
0	$0^2-0-2=-2$	거짓
1	$1^2-1-2=-2$	거짓
2	$2^2-2-2=0$	참

따라서 주어진 이차방정식의 해는

$\mathbf{x=-1}$ **또는** $\mathbf{x=2}$

읽/기/자/료 이차방정식을 다룬 수학 문헌

고대 동양 수학을 집대성한 "구장산술"은 실제 생활에서 발생하는 여러 문제 상황과 그에 대한 풀이를 제시하고 있는데 문제 상황에 따라 9개의 장으로 구성되어 있다. 제8장의 '방정(方程)'은 연립일차방정식의 계산 문제를 가감법으로 푸는 방법을 다루고 있으며, 제9장의 '구고(句股)'는 직각삼각형에 관한 문제로 이차방정식 문제도 다루고 있다.

한편 3세기 후반에 알렉산드리아에서 활약하였던 디오판토스(Diophantos ; ?200~?284)의 저서 "산수론"에서는 방정식 문제와 그 해법을 다루고 있다.

아라비아의 수학자 알콰리즈미(Al-Khwarizmi ; ?780~?850)는 이차방정식의 해법을 연구하였는데, 그의 대수학 저서인 "복원과 대비의 계산"에 일차방정식과 이차방정식의 해법이 실려 있다. 천문학자이면서 지리학자이기도 하였던 알콰리즈미는 중세 수학에 커다란 영향을 미쳤다고 한다.

교과서 169 쪽

02 이차방정식의 풀이

● 이차방정식의 근의 공식을 안다.

인수분해를 이용하여 이차방정식은 어떻게 푸는가?

탐구 활동 다음 그림을 보고 물음에 답하여 보자.

1. 두 수 a, b에 대하여 $ab=0$이 되는 경우를 모두 말하여 보자.
2. $(x+3)(x-2)=0$이 되는 경우를 모두 말하여 보자.

두 수 또는 두 식 A, B에 대하여

$$A=0 \text{ 또는 } B=0\text{이면 } \quad AB=0$$

이다. 또

$$AB=0\text{이면 } \quad A=0 \text{ 또는 } B=0$$

이다.

이 사실을 이용하여 이차방정식을 풀어 보자.

예를 들어 이차방정식 $(x-3)(x-5)=0$에서

$$x-3=0 \text{ 또는 } x-5=0$$

이므로 주어진 이차방정식의 해는

$$x=3 \text{ 또는 } x=5$$

이다.

일반적으로 이차방정식 $(x-a)(x-b)=0$의 해는 $x=a$ 또는 $x=b$이다.

02 이차방정식의 풀이

소단원 지도 목표

① 두 인수의 곱이 0이 되는 등식의 성질을 이해하게 한다.
② 인수분해를 이용하여 이차방정식을 풀 수 있게 한다.
③ 완전제곱식과 중근의 뜻을 알게 한다.
④ 제곱근을 이용하여 이차방정식을 풀 수 있게 한다.
⑤ 완전제곱식을 이용하여 이차방정식을 풀 수 있게 한다.
⑥ 근의 공식을 이해하고, 이를 이용하여 이차방정식을 풀 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 두 수 또는 두 식 a, b에 대하여 '$ab=0$이면 $a=0$ 또는 $b=0$'이고 '$a=0$ 또는 $b=0$이면 $ab=0$'임을 알게 하고, 이로부터 '$ab=0$'과 '$a=0$ 또는 $b=0$'은 같은 뜻임을 이해하게 한다.
2. 이차방정식이 중근을 가질 때, 그 해는 하나로 나타내지만 서로 같은 두 개의 근임을 이해하게 한다.
3. 완전제곱식을 이용하여 이차방정식을 푸는 방법은 근의 공식을 유도하는 데 기초가 되므로 그 풀이 과정을 이해하여 근의 공식에 적용하고 비교하도록 지도한다.
4. 이차방정식은 해가 실수인 경우만 다룬다.
5. 이차방정식에서 자신의 풀이 방법을 설명할 수 있게 한다.

새로 나온 용어와 기호

- 완전제곱식 (perfect square)
- 중근 (重根, multiple root)
- 근의 공식 (quadratic formula)

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 두 수의 곱이 0이면 두 수 중 적어도 하나는 0임을 이용하여 이차방정식을 풀 수 있음을 알게 하려는 것이다.

1. $ab=0$이 되는 경우는
   (1) $a=0$, $b=0$
   (2) $a=0$, $b\neq0$
   (3) $a\neq0$, $b=0$
   즉, a와 b 중에서 적어도 하나는 0이어야 한다.
   따라서 $ab=0$이면 $a=0$ 또는 $b=0$이다.
2. $ab=0$이면 $a=0$ 또는 $b=0$이므로
   $(x+3)(x-2)=0$이면 $x+3=0$ 또는 $x-2=0$이다.
   $x=-3$ 또는 $x=2$

기/초/력 향상 문제

다음 이차방정식을 풀어라.

1 $(x+3)(x+4)=0$

2 $(x-5)(x-6)=0$

3 $(x+1)(x-5)=0$

4 $(x+3)(x-4)=0$

답 **1** $x=-3$ 또는 $x=-4$ **2** $x=5$ 또는 $x=6$
3 $x=-1$ 또는 $x=5$ **4** $x=-3$ 또는 $x=4$

1

목표| $AB=0$이면 $A=0$ 또는 $B=0$임을 이용하여 이차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $(x+2)(x-3)=0$에서

$x+2=0$ 또는 $x-3=0$

$\boldsymbol{x=-2}$ **또는** $\boldsymbol{x=3}$

(2) $x(x+6)=0$에서

$x=0$ 또는 $x+6=0$

$\boldsymbol{x=0}$ **또는** $\boldsymbol{x=-6}$

(3) $(x-4)(5x+1)=0$에서

$x-4=0$ 또는 $5x+1=0$

$\boldsymbol{x=4}$ **또는** $\boldsymbol{x=-\frac{1}{5}}$

(4) $4(3x-2)(x-8)=0$에서

$3x-2=0$ 또는 $x-8=0$

$\boldsymbol{x=\frac{2}{3}}$ **또는** $\boldsymbol{x=8}$

교과서 170 쪽

예제 01 이차방정식 $(x+4)(2x-1)=0$을 풀어라.

풀이 $(x+4)(2x-1)=0$에서 $x+4=0$ 또는 $2x-1=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

답 $x=-4$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

문제 1 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $(x+2)(x-3)=0$ (2) $x(x+6)=0$

(3) $(x-4)(5x+1)=0$ (4) $4(3x-2)(x-8)=0$

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 좌변을 인수분해할 수 있는 경우에는 그 식을 인수분해하여 이차방정식을 풀 수 있다.

예제 02 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2+2x-35=0$ (2) $x^2-36=0$

풀이 (1) $x^2+2x-35=0$에서 좌변을 인수분해하면 $(x+7)(x-5)=0$

$x+7=0$ 또는 $x-5=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-7$ 또는 $x=5$

(2) $x^2-36=0$에서 좌변을 인수분해하면 $(x+6)(x-6)=0$

$x+6=0$ 또는 $x-6=0$

따라서 주어진 이차방정식의 해는 $x=-6$ 또는 $x=6$

답 (1) $x=-7$ 또는 $x=5$ (2) $x=-6$ 또는 $x=6$

문제 2 다음 이차방정식을 풀어라.

식을 정리하여 $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 만들어 인수분해한다.

(1) $x^2-5x-14=0$ (2) $x^2+4x=5$

(3) $x(x+3)=10$ (4) $x^2+7x=5(x+3)$

2

목표| 인수분해를 이용하여 이차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $x^2-5x-14=0$에서 $(x+2)(x-7)=0$

$\boldsymbol{x=-2}$ **또는** $\boldsymbol{x=7}$

(2) $x^2+4x=5$에서 $x^2+4x-5=0$

$(x+5)(x-1)=0$

$\boldsymbol{x=-5}$ **또는** $\boldsymbol{x=1}$

(3) $x(x+3)=10$에서 $x^2+3x=10$

$x^2+3x-10=0$

$(x+5)(x-2)=0$

$\boldsymbol{x=-5}$ **또는** $\boldsymbol{x=2}$

(4) $x^2+7x=5(x+3)$에서 $x^2+7x=5x+15$

$x^2+2x-15=0$

$(x+5)(x-3)=0$

$\boldsymbol{x=-5}$ **또는** $\boldsymbol{x=3}$

지/도/자/료

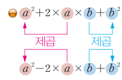
$a\neq0$, $b\neq0$일 때, 일반적으로 $(x-a)(x-b)=0$ 꼴의 이차방정식의 해는 $x=a$ 또는 $x=b$임을 쉽게 생각하지만 간혹 $x(x-a)=0$ 꼴의 이차방정식의 해를 $x=a$로만 구하는 경우가 있다.
이는 인수분해를 이용하여 이차방정식을 풀 때, $(x-a)(x-b)=0$ $(a\neq0,\ b\neq0)$의 꼴을 주로 접하고 또한 이 꼴에서 괄호 안의 일차식을 0이라고 하여 해를 구하는 것에 익숙하기 때문이다. 따라서 $x(x-a)$는 $x\times(x-a)$임을 강조하고 $x\times(x-a)=0$의 좌변은 x와 $x-a$의 두 식으로 인수분해한 것이므로 그 해를 $x=0$ 또는 $x=a$로 구할 수 있도록 지도한다.

중근이란 무엇인가?

$(a+b)^2$, $2(3x-1)^2$과 같이 다항식의 제곱으로 된 식이나 이 식에 상수를 곱한 식을 **완전제곱식**이라고 한다.

❶ 예제 03 다음 식이 완전제곱식이 되도록 □ 안에 알맞은 양수를 써넣어라.

(1) $a^2+12a+\square$ (2) $x^2-\square x+100$



풀이 (1) $a^2+12a+\square=a^2+2\times a\times 6+\square$이므로

$\square=6^2=36$

(2) $x^2-\square x+100=x^2-\square x+10^2$이므로

$\square=2\times 10=20$

답 (1) 36 (2) 20

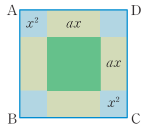
문제 3 다음 식이 완전제곱식이 되도록 □ 안에 알맞은 양수를 써넣어라.

(1) $a^2+6a+\square$ (2) $a^2+\square a+64$

(3) $x^2-10x+\square$ (4) $x^2-\square x+9$

창의 UP

오른쪽 그림과 같은 정사각형 ABCD의 넓이를 직사각형들의 넓이의 합으로 나타내어라. 또 그림을 이용하여 정사각형 ABCD의 넓이를 완전제곱식으로 나타내어라.



3

목표| 완전제곱식을 이해하고, 다항식이 완전제곱식이 되도록 □ 안에 알맞은 수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $a^2+6a+\square$

$=a^2+2\times a\times 3+\square$

이므로 $\square=3^2=\mathbf{9}$

(2) $a^2+\square a+64=a^2+\square a+8^2$

이므로 $\square=2\times 8=\mathbf{16}$

(3) $x^2-10x+\square=x^2-2\times x\times 5+\square$

이므로 $\square=5^2=\mathbf{25}$

(4) $x^2-\square x+9=x^2-\square x+3^2$

이므로 $\square=2\times 3=\mathbf{6}$

주의| (2) $\square=\pm(2\times 8)=\pm 16$이지만 문제의 조건에 의하여 답은 16이 된다.

(4) $\square=\pm(2\times 3)=\pm 6$이지만 문제의 조건에 의하여 답은 6이 된다.

본문 해설

❶ (1)

a의 계수의 $\frac{1}{2}$

$a^2+12a+36=(a+6)^2$

a^2 6^2

제곱 꼴

(2) $x^2-\square x+100$이 완전제곱식이 되도록 하는 □를 구할 때,

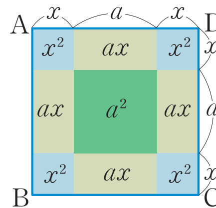
$x^2+20x+100$과 $x^2-20x+100$의 두 다항식을 모두 생각해야 한다.

여기서 답이 20인 이유는 □ 안의 수가 양수라고 주어졌기 때문이다.

창의 UP

출제 의도| 도형 9개의 넓이의 합과 큰 정사각형의 넓이가 같음을 이용하여 인수분해 공식을 이해하게 하기 위한 문제이다.

풀이|



정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 위의 그림과 같이 $2x+a$이므로 넓이는 $(2x+a)^2$이다. 이것은 □ABCD를 나눈 9개의 사각형의 넓이의 합

$4\times x^2+4\times ax+a^2=\mathbf{4x^2+4ax+a^2}$

과 같으므로

$4x^2+4ax+a^2=\mathbf{(2x+a)^2}$

4

목표| 중근의 뜻을 알고, 중근을 가지는 이차방정식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) $x^2-14x+49=0$에서 $(x-7)^2=0$

$x=7$(중근)

(2) $x^2-3x+9=5x-7$에서 $x^2-8x+16=0$

$(x-4)^2=0$

$x=4$(중근)

(3) $(x-2)^2=x$에서 $x^2-4x+4=x$

$x^2-5x+4=0$

$(x-1)(x-4)=0$

$x=1$ 또는 $x=4$

(4) $2(3-2x)=2-x^2$에서 $6-4x=2-x^2$

$x^2-4x+4=0$

$(x-2)^2=0$

$x=2$(중근)

교과서 172 쪽

이차방정식 $x^2-6x+9=0$의 좌변을 인수분해하면

$$(x-3)^2=0$$

이다. 즉,

$$(x-3)(x-3)=0$$

이므로 주어진 이차방정식의 근은

$$x=3 \text{ 또는 } x=3$$

이다. 여기서 두 근은 서로 같으므로 이차방정식 $x^2-6x+9=0$의 근은

$$x=3$$

이다.

이와 같이 이차방정식의 두 근이 중복되어 있을 때, 이 근을 주어진 이차방정식의 **중근**이라고 한다.

예제 04 이차방정식 $x^2+7x-1=3x-5$를 풀어라.

풀이 우변의 항을 모두 좌변으로 이항하면

$$x^2+7x-1-3x+5=0$$
$$x^2+4x+4=0$$
$$(x+2)^2=0$$

따라서 주어진 이차방정식의 해는

$$x=-2(\text{중근})$$

답 $x=-2$(중근)

문제 4 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2-14x+49=0$ (2) $x^2-3x+9=5x-7$

(3) $(x-2)^2=x$ (4) $2(3-2x)=2-x^2$

(완전제곱식)=0의 꼴로 나타내어지면 그 이차방정식은 중근을 가진다.

지/도/자/료

1. 주어진 이차방정식을 (이차식)=0의 꼴로 정리하여 좌변을 인수분해하였을 때 (완전제곱식)=0의 꼴이 되는 이차방정식은 중근을 갖는다. 즉, 이차방정식 $(ax+b)^2=0$은

$(ax+b)(ax+b)=0$과 같으므로

$ax+b=0$ 또는 $ax+b=0$

$x=-\frac{b}{a}$ 또는 $x=-\frac{b}{a}$

따라서 두 근이 서로 같으므로 이차방정식 $(ax+b)^2=0$의 근은

$x=-\frac{b}{a}$(중근)

2. 중근을 가지는 이차방정식의 근은 한 개라고 잘못 생각하는 경우가 있다. 즉, $(x-3)^2=0$의 해를 $x=3$의 한 개로 생각하는 경우이다.

그러나 일반적으로 이차방정식의 근은 두 개이고, 중근은 서로 같은 두 근임을 알 수 있도록 지도한다.

읽/기/자/료

아벨

노르웨이의 수학자 아벨(Abel, N. H. ; 1802~1829)은 1823년 크리스티아니아 대학을 졸업하고, 1825년 베를린으로 유학을 간 후 1827년 귀국하여 타원함수론, 적분방정식과 오차방정식의 대수적 불능 문제를 연구하고, 대수함수론의 기본 정리인 '아벨의 정리'를 발표하였다. 그러나 그의 연구는 살아서는 인정을 받지 못하다가 죽은 후에 그 가치가 인정되어, 대수학의 발전에 큰 영향을 주었다. 그의 이름은 '아벨 적분', '아벨의 정리', '아벨 방정식', '아벨 군' 등 오늘날 사용되고 있는 많은 수학 용어 속에 살아 있어, 수학계 불후의 인물로 기억되고 있다.

교과서 173 쪽

제곱근을 이용하여 이차방정식은 어떻게 푸는가?

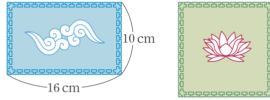
생각 열기

전통 문양

우리나라의 옛날 건축물이나 생활용품에서 용 문양이나 연꽃 문양, 도깨비 문양 등과 같이 다양하고 아름다운 전통 문양을 발견할 수 있는데, 이러한 문양은 오늘날에도 다양하게 활용되고 있다.

탐구 활동

다음 그림과 같이 문양을 그려 넣은 직사각형 모양과 정사각형 모양의 타일이 있다. 두 타일의 넓이가 같을 때, 물음에 답하여 보자.



1. 직사각형 모양의 타일의 넓이를 구하여 보자.
2. 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이를 x cm로 놓고, 넓이에 관한 방정식을 세운 후 x의 값을 구하여 보자.

제곱근을 이용하여 이차방정식 $x^2-5=0$을 풀어 보자.

이차방정식 $x^2-5=0$에서 -5를 우변으로 이항하면

$$x^2=5$$

이므로 이 식을 참이 되게 하는 x의 값은 5의 제곱근이다.

따라서 이차방정식 $x^2-5=0$의 근은

$$x=\sqrt{5} \text{ 또는 } x=-\sqrt{5}$$

이다.

$x=\sqrt{5}$ 또는 $x=-\sqrt{5}$를 간단히 $x=\pm\sqrt{5}$로 나타내기도 한다.

일반적으로 다음이 성립한다.

> $a>0$일 때, 이차방정식 $x^2=a$의 근은
> $x=\sqrt{a}$ 또는 $x=-\sqrt{a}$

탐구 활동의 이해

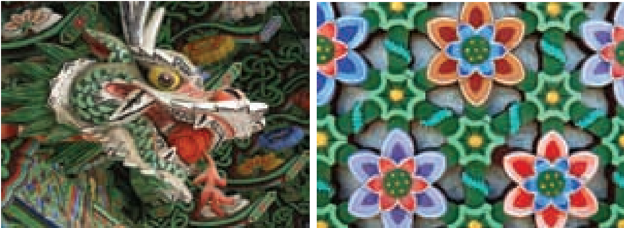
활동 목표 • 두 타일의 넓이가 같음을 이용하여 이차방정식을 세우고, x의 값을 구해 봄으로써 제곱근을 이용하여 이차방정식을 풀 수 있음을 알게 하려는 것이다.

1. $16\times10=\mathbf{160(cm^2)}$

2. 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이를 x cm로 놓으면 타일의 넓이는 x^2 cm^{2}이고, 두 타일의 넓이가 같으므로 $\boldsymbol{x^2=160}$
그런데 $x>0$이므로 $x=\sqrt{160}=\mathbf{4\sqrt{10}}$

생각 열기 참/고/자/료

전통 문양에는 상징이나 바람이 담겨 있는 경우가 많이 있다. 용은 왕의 권위를 상징하고, 연꽃은 속세를 떠난 깨끗함을 상징하며 도깨비는 악귀를 물리치는 의미로 그려졌다.



지/도/자/료

“기초 수학”에서 인수분해는 유리수의 범위에서 다루므로 이차방정식 $x^2=5$를

$x^2-5=0$

$x^2-(\sqrt{5})^2=0$

$(x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5})=0$

$x=-\sqrt{5}$ 또는 $x=\sqrt{5}$

와 같이 인수분해하여 푸는 것보다는 제곱근을 이용하여 풀도록 지도한다.

5

목표 | 제곱근을 이용하여 $ax^2=q$ ($a\neq0$, $aq>0$)의 꼴인 이차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이 | (1) $9x^2-2=0$에서 $9x^2=2$, $x^2=\frac{2}{9}$

$x=\pm\sqrt{\frac{2}{9}}=\pm\frac{\sqrt{2}}{3}$

(2) $2x^2-10=0$에서 $2x^2=10$, $x^2=5$

$x=\pm\sqrt{5}$

(3) $16x^2=4$에서 $x^2=\frac{1}{4}$

$x=\pm\sqrt{\frac{1}{4}}=\pm\frac{1}{2}$

(4) $27x^2=9$에서 $x^2=\frac{1}{3}$

$x=\pm\sqrt{\frac{1}{3}}=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$

교과서 174 쪽

예제 05 이차방정식 $4x^2-7=0$을 풀어라.

풀이 $4x^2-7=0$에서 -7을 우변으로 이항하면

$4x^2=7$

양변을 4로 나누면

$x^2=\frac{7}{4}$

$x=\pm\sqrt{\frac{7}{4}}=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

답 $x=\pm\frac{\sqrt{7}}{2}$

문제 5 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $9x^2-2=0$ (2) $2x^2-10=0$

(3) $16x^2=4$ (4) $27x^2=9$

예제 06 제곱근을 이용하여 이차방정식 $(x-1)^2=5$를 풀어라.

$x=1\pm\sqrt{5}$는 $x=1+\sqrt{5}$ 또는 $x=1-\sqrt{5}$를 나타낸다.

풀이 $(x-1)^2=5$에서 $x-1$은 5의 제곱근이므로

$x-1=\pm\sqrt{5}$

좌변의 -1을 우변으로 이항하면

$x=1\pm\sqrt{5}$

답 $x=1\pm\sqrt{5}$

문제 6 제곱근을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $(x-3)^2=25$ (2) $(x+1)^2=12$

(3) $4(x+5)^2-8=0$ (4) $9(x-2)^2=7$

6

목표 | 제곱근을 이용하여 $a(x+p)^2=q$ ($a\neq0$, $aq>0$)의 꼴인 이차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이 | (1) $(x-3)^2=25$에서 $x-3=\pm5$

$x=3\pm5$

$x=8$ 또는 $x=-2$

(2) $(x+1)^2=12$에서 $x+1=\pm2\sqrt{3}$

$x=-1\pm2\sqrt{3}$

(3) $4(x+5)^2-8=0$에서 $4(x+5)^2=8$

$(x+5)^2=2$, $x+5=\pm\sqrt{2}$

$x=-5\pm\sqrt{2}$

(4) $9(x-2)^2=7$에서 $(x-2)^2=\frac{7}{9}$

$x-2=\pm\frac{\sqrt{7}}{3}$

$x=2\pm\frac{\sqrt{7}}{3}$

지/도/자/료

제곱근을 이용하여 이차방정식을 푸는 방법을 다음과 같이 난이도를 단계적으로 구분하여 지도할 수 있다.

1단계 $q>0$일 때,

$x^2=q$

$x=\pm\sqrt{q}$

2단계 $a\neq0$, $aq>0$일 때,

$ax^2=q$, $x^2=\frac{q}{a}$

$x=\pm\sqrt{\frac{q}{a}}$

3단계 $q>0$일 때,

$(x+p)^2=q$, $x+p=\pm\sqrt{q}$

$x=-p\pm\sqrt{q}$

4단계 $a\neq0$, $aq>0$일 때,

$a(x+p)^2=q$, $(x+p)^2=\frac{q}{a}$, $x+p=\pm\sqrt{\frac{q}{a}}$

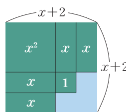
$x=-p\pm\sqrt{\frac{q}{a}}$

교과서 175 쪽

완전제곱식을 이용하여 이차방정식은 어떻게 푸는가?

탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 $x+2$인 정사각형 모양의 바닥을 넓이가 x^2, x, 1인 대수 타일로 덮으려고 한다. 물음에 답하여 보자.



1. 정사각형을 모두 덮으려면 대수 타일 1 은 몇 개가 더 필요한가?
2. 1의 결과를 다음과 같이 식으로 나타내었을 때, □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

$x^2+4x+1+\square=(x+2)^2$

● 다항식의 제곱으로 된 식이나 이 식에 상수를 곱한 식을 완전제곱식이라고 한다.

완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2+6x+1=0$을 풀어 보자.

이차방정식 $x^2+6x+1=0$에서 1을 우변으로 이항하면

$$x^2+6x=-1$$

이다.

이제 좌변을 완전제곱식으로 만들기 위하여 x의 계수 6의 $\frac{1}{2}$인 3을 제곱한 값 9를 양변에 더하면

$$x^2+6x+9=-1+9$$

이므로 좌변을 완전제곱식으로 나타내면

$$(x+3)^2=8$$

이다. 따라서 제곱근을 이용하면

$$x+3=\pm2\sqrt{2}$$

이므로 구하는 이차방정식의 근은

$$x=-3\pm2\sqrt{2}$$

이다.

x^2+6x+9 ($\times\frac{1}{2}$, 3, 3^2, 제곱)

문제 7 다음은 주어진 이차방정식을 $(x+p)^2=q$의 꼴로 만드는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $x^2+4x=2$
$x^2+4x+\square=2+\square$
$(x+\square)^2=\square$

(2) $x^2-x=1$
$x^2-x+\square=1+\square$
$(x-\square)^2=\square$

7

목표 | 이차방정식을 $(x+p)^2=q$의 꼴로 고칠 수 있게 한다.

풀이 | (1) $x^2+4x=2$의 양변에 $\left(\frac{4}{2}\right)^2=4$를 더하면

$x^2+4x+\boxed{4}=2+\boxed{4}$

$(x+\boxed{2})^2=\boxed{6}$

(2) $x^2-x=1$의 양변에 $\left(\frac{-1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$을 더하면

$x^2-x+\boxed{\frac{1}{4}}=1+\boxed{\frac{1}{4}}$

$\left(x-\boxed{\frac{1}{2}}\right)^2=\boxed{\frac{5}{4}}$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 세 종류의 대수 타일로 정사각형 모양의 바닥을 겹치지 않게 모두 덮는 과정을 통하여 완전제곱식을 만드는 과정을 이해하고 완전제곱식을 만들 수 있게 하려는 것이다.

1. (1, 1, 1 타일) → 3개

2. 1에서와 같이 대수 타일 1 을 3개 더 덮으면 타일이 덮인 부분은 한 변의 길이가 $x+2$인 정사각형이 되므로 정사각형의 넓이는

$x^2+4x+1+\boxed{3}=(x+2)^2$

기/초/력 향상 문제

다음 이차방정식을 $(x+p)^2=q$의 꼴로 나타내어라.

1 $x^2-4x-2=0$

2 $x^2+6x+8=0$

3 $2x^2-16x+29=0$

4 $3x^2+2x-2=0$

답 **1** $(x-2)^2=6$ **2** $(x+3)^2=1$ **3** $(x-4)^2=\frac{3}{2}$ **4** $\left(x+\frac{1}{3}\right)^2=\frac{7}{9}$

8

목표| 완전제곱식을 이용하여 이차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $x^2+4x-3=0$에서 $x^2+4x=3$

$\left(\frac{4}{2}\right)^2=4$를 양변에 더하면

$x^2+4x+4=3+4$

$(x+2)^2=7$, $x+2=\pm\sqrt{7}$

$\boldsymbol{x=-2\pm\sqrt{7}}$

(2) $x^2-6x+1=0$에서 $x^2-6x=-1$

$\left(\frac{-6}{2}\right)^2=9$를 양변에 더하면

$x^2-6x+9=-1+9$

$(x-3)^2=8$, $x-3=\pm2\sqrt{2}$

$\boldsymbol{x=3\pm2\sqrt{2}}$

(3) $x^2-10x+20=0$에서 $x^2-10x=-20$

$\left(\frac{-10}{2}\right)^2=25$를 양변에 더하면

$x^2-10x+25=-20+25$

$(x-5)^2=5$, $x-5=\pm\sqrt{5}$

$\boldsymbol{x=5\pm\sqrt{5}}$

(4) $x^2+x-3=0$에서 $x^2+x=3$

$\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$을 양변에 더하면

$x^2+x+\frac{1}{4}=3+\frac{1}{4}$

$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=\frac{13}{4}$, $x+\frac{1}{2}=\pm\frac{\sqrt{13}}{2}$

$\boldsymbol{x=\frac{-1\pm\sqrt{13}}{2}}$

교과서 176 쪽

예제 07 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2-8x+6=0$ (2) $x^2+3x+1=0$

● 좌변을 완전제곱식으로 만든다.

풀이 (1) $x^2-8x+6=0$

$x^2-8x=-6$ ← 상수항을 우변으로 이항한다.

$x^2-8x+16=-6+16$ ← $\left(-8\times\frac{1}{2}\right)^2=16$을 양변에 더한다.

$(x-4)^2=10$ ← 좌변을 완전제곱식으로 고친다.

$x-4=\pm\sqrt{10}$ ← 제곱근을 구한다.

$x=4\pm\sqrt{10}$ ← 이차방정식의 근을 구한다.

(2) $x^2+3x+1=0$

$x^2+3x=-1$ ← 상수항을 우변으로 이항한다.

$x^2+3x+\frac{9}{4}=-1+\frac{9}{4}$ ← $\left(3\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{9}{4}$를 양변에 더한다.

$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$ ← 좌변을 완전제곱식으로 고친다.

$x+\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$ ← 제곱근을 구한다.

$x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$ ← 이차방정식의 근을 구한다.

답 (1) $x=4\pm\sqrt{10}$ (2) $x=\frac{-3\pm\sqrt{5}}{2}$

문제 8 완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2+4x-3=0$ (2) $x^2-6x+1=0$

(3) $x^2-10x+20=0$ (4) $x^2+x-3=0$

이차방정식의 근의 공식이란 무엇인가?

탐구 활동 **이차방정식 $2x^2+5x+1=0$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.**

1. 방정식의 양변을 적당한 수로 나누어 x^2의 계수가 1이 되도록 고쳐 보자.
2. 1에서 고친 방정식을 $(x+\square)^2=$(수)의 꼴로 고치는 방법을 말하여 보자.

지/도/자/료

이차방정식을 풀 때에는 먼저 주어진 방정식을 유리수의 범위에서 인수분해하여 풀 수 있는지 확인하고, 인수분해를 이용할 것인지 완전제곱식을 이용할 것인지를 판단하도록 지도한다.

• 이차방정식 $x^2+2x-3=0$의 좌변은 인수분해가 되므로 다음과 같이 인수분해를 이용하여 푸는 것이 편리하다.

$x^2+2x-3=0$

$(x-1)(x+3)=0$

$x=1$ 또는 $x=-3$

• 이차방정식 $x^2-4x-2=0$의 좌변은 유리수의 범위에서 인수분해가 되지 않으므로 완전제곱식을 이용하여 다음과 같이 풀 수 있다.

$x^2-4x-2=0$

$x^2-4x=2$

$x^2-4x+4=2+4$

$(x-2)^2=6$

$x-2=\pm\sqrt{6}$

$x=2\pm\sqrt{6}$

기/초/력 향상 문제

완전제곱식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

1 $x^2-2x-5=0$ **2** $x^2+4x+1=0$

3 $2x^2-8x+5=0$ **4** $3x^2+4x-1=0$

답 **1** $x=1\pm\sqrt{6}$ **2** $x=-2\pm\sqrt{3}$ **3** $x=\frac{4\pm\sqrt{6}}{2}$ **4** $x=\frac{-2\pm\sqrt{7}}{3}$

❶ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$의 해는 완전제곱식을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$ax^2+bx+c=0$ → $(x+p)^2=q$ → $x+p=\pm\sqrt{q}$ → $x=-p\pm\sqrt{q}$

① 양변을 x^2의 계수 a로 나눈다.

$$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$

② 상수항을 우변으로 이항한다.

$$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$$

③ x의 계수 $\frac{b}{a}$의 $\frac{1}{2}$의 제곱인 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$을 양변에 더하여 좌변을 완전제곱식으로 고친다.

$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=-\frac{c}{a}+\left(\frac{b}{2a}\right)^2$$

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

④ 제곱근을 구한다. (단, $b^2-4ac\geq0$)

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

⑤ 이차방정식의 근을 구한다.

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

이상에서 다음과 같은 이차방정식의 **근의 공식**을 얻을 수 있다.

❷ **이차방정식의 근의 공식**

x에 관한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq0)$의 근은

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\quad(\text{단, } b^2-4ac\geq0)$$

근의 공식에서 $b^2-4ac<0$ 이면 제곱근을 구할 수 없으므로 근이 없게 된다.

예제 08 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $x^2+2x-5=0$을 풀어라.

풀이 근의 공식에 $a=1$, $b=2$, $c=-5$를 대입하면

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}=\frac{-2\pm\sqrt{24}}{2}=\frac{-2\pm2\sqrt{6}}{2}$$

$$=-1\pm\sqrt{6}$$

답 $x=-1\pm\sqrt{6}$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 주어진 이차방정식을 완전제곱식으로 변형하는 과정을 생각해 봄으로써 근의 공식을 유도하는 과정을 이해하게 하려는 것이다.

1. 이차방정식 $2x^2+5x+1=0$의 양변을 x^2의 계수 2로 나누면

$$\boldsymbol{x^2+\frac{5}{2}x+\frac{1}{2}=0}$$

2. $x^2+\frac{5}{2}x+\frac{1}{2}=0$에서 상수항을 우변으로 이항하면

$$x^2+\frac{5}{2}x=-\frac{1}{2}$$

양변에 $\left(\frac{5}{2}\times\frac{1}{2}\right)^2=\frac{25}{16}$를 더하면

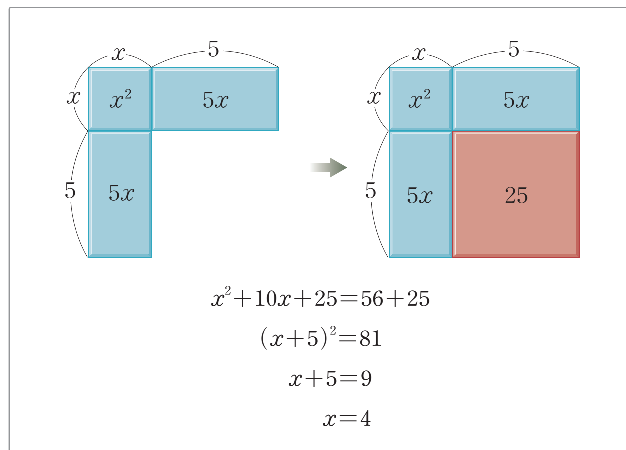
$$x^2+\frac{5}{2}x+\frac{25}{16}=-\frac{1}{2}+\frac{25}{16}$$

좌변을 완전제곱식으로 나타내고, 우변을 정리하면

$$\boldsymbol{\left(x+\frac{5}{4}\right)^2=\frac{17}{16}}$$

읽/기/자/료 알콰리즈미의 이차방정식 풀이

이차방정식에 대한 해법을 체계적으로 연구한 사람은 아라비아의 수학자 알콰리즈미(Al−Khwarizmi ; ?780~?850)이다. 그는 이차방정식 $x^2+10x=56$의 해를 다음과 같은 방법으로 구하였다.



한편 알콰리즈미는 음수의 존재를 부정하였기 때문에 음수의 근은 인정하지 않았다.

본문 해설

❶ 문자를 계수로 가지는 이차방정식에서 근의 공식을 유도하는 것은 복잡하고 어렵다. 따라서 계수가 정수인 이차방정식을 완전제곱식으로 고쳐서 푸는 방법과 서로 비교하면서 식을 변형하여 근의 공식을 유도해 보고 그 과정을 이해하는 것이 쉽다.

❷ 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\ (a\neq0)$에서 $b^2-4ac\geq0$인 경우에만 근의 공식을 이용할 수 있음에 유의한다.

• $b^2-4ac>0$이면

$$x=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \text{ 또는 } x=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

인 두 개의 근을 가진다.

• $b^2-4ac=0$이면

$$x=\frac{-b\pm0}{2a}=-\frac{b}{2a}$$

인 중근을 가진다.

9

목표| 근의 공식을 이용하여 이차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 근의 공식에 $a=1$, $b=3$, $c=-5$를 대입하면

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{9+20}}{2}=\mathbf{\frac{-3\pm\sqrt{29}}{2}}$$

(2) 근의 공식에 $a=5$, $b=-8$, $c=1$을 대입하면

$$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4\times5\times1}}{2\times5}$$

$$=\frac{8\pm\sqrt{64-20}}{10}=\frac{8\pm\sqrt{44}}{10}$$

$$=\frac{8\pm2\sqrt{11}}{10}=\mathbf{\frac{4\pm\sqrt{11}}{5}}$$

10

목표| 근의 공식을 이용하여 계수가 분수나 소수인 이차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) $x^2+\frac{1}{2}x=\frac{3}{4}$에서

$$x^2+\frac{1}{2}x-\frac{3}{4}=0$$

양변에 4를 곱하면 $4x^2+2x-3=0$

근의 공식에 $a=4$, $b=2$, $c=-3$을 대입하면

$$x=\frac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times4\times(-3)}}{2\times4}$$

$$=\frac{-2\pm\sqrt{4+48}}{8}=\frac{-2\pm\sqrt{52}}{8}$$

$$=\frac{-2\pm2\sqrt{13}}{8}=\mathbf{\frac{-1\pm\sqrt{13}}{4}}$$

(2) $0.3x^2-x=-0.6$에서 $0.3x^2-x+0.6=0$

양변에 10을 곱하면 $3x^2-10x+6=0$

근의 공식에 $a=3$, $b=-10$, $c=6$을 대입하면

$$x=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4\times3\times6}}{2\times3}$$

$$=\frac{10\pm\sqrt{100-72}}{6}=\frac{10\pm\sqrt{28}}{6}$$

$$=\frac{10\pm2\sqrt{7}}{6}=\mathbf{\frac{5\pm\sqrt{7}}{3}}$$

교과서 178 쪽

문제 9 근의 공식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2+3x-5=0$　　(2) $5x^2-8x+1=0$

예제 09 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{3}=0$을 풀어라.

계수가 분수나 소수인 이차방정식을 풀 때에는 양변에 적당한 수를 곱하여 계수를 정수로 고친 후 근의 공식을 이용하면 편리하다.

풀이 $\frac{1}{2}x^2+x-\frac{1}{3}=0$의 양변에 6을 곱하면 $3x^2+6x-2=0$

근의 공식에 $a=3$, $b=6$, $c=-2$를 대입하면

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times3\times(-2)}}{2\times3}=\frac{-6\pm\sqrt{60}}{6}=\frac{-6\pm2\sqrt{15}}{6}$$

$$=\frac{-3\pm\sqrt{15}}{3}$$

답 $x=\frac{-3\pm\sqrt{15}}{3}$

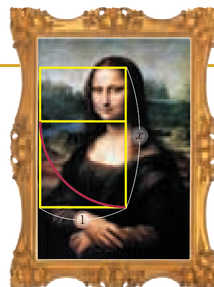
문제 10 근의 공식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $x^2+\frac{1}{2}x=\frac{3}{4}$　　(2) $0.3x^2-x=-0.6$

단원 과제

앞의 단원 과제에 대하여 다음을 해결하여 보자.

가장 안정적이고 이상적인 비로 알려진 황금비는 레오나르도 다빈치의 작품인 모나리자에서도 찾아볼 수 있다. 오른쪽 그림의 직사각형에서 가장 크게 정사각형을 도려내고 남은 부분이 처음 직사각형과 닮은꼴이 되어 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 비가 황금비가 된다. 이를 이용하여 x의 값을 구하는 방법을 설명하여 보자.

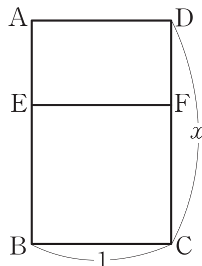


〈출처: http://www.louvre.fr〉

단원 과제

목표| 모나리자에서 찾을 수 있는 직사각형의 가로와 세로의 길이의 비가 황금비임를 이용하여 이차방정식을 만들고 풀어봄으로써 이차방정식의 유용함을 느낄 수 있게 한다.

풀이| 오른쪽 그림에서 직사각형 ABCD와 직사각형 DAEF는 닮은 도형이다.



$\overline{DC}=x$, $\overline{BC}=1$, $\overline{FE}=1$, $\overline{AE}=x-1$이므로 닮은 두 직사각형에서 가로의 길이와 세로의 길이를 이용하여 비례식으로 나타내면

$\overline{DC}:\overline{BC}=\overline{FE}:\overline{AE}$

$x:1=1:(x-1)$, $x(x-1)=1$, $x^2-x-1=0$

근의 공식에 의하여 $x=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$

$x>0$이므로 $x=\mathbf{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$

03 이차함수의 뜻

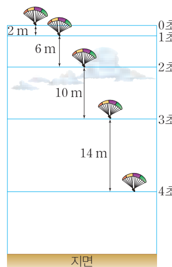
● 이차함수의 뜻을 안다.

이차함수란 무엇인가?

생각 열기 스카이다이빙(skydiving)

스카이다이빙은 고도 900～4000 m의 상공에서 뛰어내려 낙하산을 펴지 않고 여러 가지 기술을 보이거나 균형을 유지하며 낙하하다가 지상 가까이에서 낙하산을 펴서 착지하는 스포츠이다. 경기 종목으로는 공중에서 정해진 동작을 빠르고 정확하게 하는 선수가 우승하는 스타일 강하와 목표 지점에 가장 가까이 착지하는 선수가 우승하는 정밀 강하 등이 있다.

탐구 활동 오른쪽 그림은 지상 1500 m 높이에서 낙하한 스카이다이버가 지상 1000 m 높이에서 낙하산을 펴서 내려오는 모습을 1초 간격으로 촬영하여 그 내려간 거리를 나타낸 것이다. 스카이다이버가 낙하산을 편 지 x초 후의 높이를 y m라고 할 때, 다음 물음에 답하여 보자.



1. 다음 표를 완성하여 보자.

x(초)	0	1	2	3	4
y(m)	1000		992		

2. y가 x의 함수인지 말하여 보자.

탐구 활동에서 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 정해지면 y의 값이 단 하나로 정해지므로 y는 x의 함수이다.

❶ 이때 x와 y 사이의 관계식은

$$y=-2x^2+1000$$

으로 나타낼 수 있고, y는 x에 관한 이차식이 된다.

03 이차함수의 뜻

소단원 지도 목표

① 이차함수의 의미를 이해하게 한다.
② 이차함수의 함숫값을 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 다양한 상황을 이용하여 이차함수의 의미를 다룬다.

2. 이차함수를 도입할 때 제한된 x값의 범위로 설명하였더라도 이차함수의 의미를 다룰 때에는 실수 전체를 x값의 범위로 하여 지도한다.

새로 나온 용어와 기호

• 이차함수 (二次函數, quadratic function)

생각 열기 참/고/자/료

스카이다이빙에 대한 보다 자세한 자료는 한국스카이다이빙협회 홈페이지(http://www.kpa.or.kr)에서 찾아볼 수 있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 실생활에서 두 변수 사이의 관계를 표를 이용하여 알아봄으로써 이차함수의 의미를 이해하게 하려는 것이다.

1. 낙하산을 편 지 1초 후의 높이는
$1000-2=998$(m)
낙하산을 편 지 3초 후의 높이는
$1000-(2+6+10)=982$(m)
낙하산을 편 지 4초 후의 높이는
$1000-(2+6+10+14)=968$(m)

x(초)	0	1	2	3	4
y(m)	1000	**998**	992	**982**	**968**

2. 두 변수 x, y에 대하여 x의 값이 정해지면 y의 값도 단 하나로 정해지므로 **y는 x의 함수이다.**

본문 해설

❶ $x=1$일 때, $y=1000-2=1000-2\times1^2=998$
$x=2$일 때, $y=1000-8=1000-2\times2^2=992$
$x=3$일 때, $y=1000-18=1000-2\times3^2=982$
$x=4$일 때, $y=1000-32=1000-2\times4^2=968$
따라서 x와 y 사이의 관계식은 $y=-2x^2+1000$이다.

본문 해설

❶ 함수 $y=ax^2+bx+c$에서 $a\neq0$이면 이차함수이다. 즉, $y=-2x^2+3$과 같이 $b=0$ 또는 $c=0$일 때에도 $a\neq0$이면 y는 이차함수이다.
한편 $y=ax^2+bx+c$에서 $a=0$이고 $b\neq0$이면 y는 일차함수이다.

1

목표| 실생활에서 두 변수 사이의 관계를 식으로 나타내고, 이차함수를 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) 둘레의 길이가 12 cm이므로
(가로의 길이)+(세로의 길이)=6(cm)
가로의 길이가 x cm일 때, 세로의 길이는 $(6-x)$ cm이므로 $y=x(6-x)$
따라서 $\boldsymbol{y=-x^2+6x}$이다.

(2) (정육면체의 부피)=(한 모서리의 길이)^3
이므로 $\boldsymbol{y=x^3}$

(3) (거리)=(평균 속력)×(시간)이므로 $\boldsymbol{y=3x}$

(4) (구의 겉넓이)$=4\times\pi\times$(반지름의 길이)^2
이므로 $\boldsymbol{y=4\pi x^2}$

따라서 이차함수인 것은 **(1), (4)**이다.

지/도/자/료

1. y를 x에 관한 식으로 나타낼 때, 함수 $y=f(x)$의 우변을 정리하여 y가 x에 관한 이차식으로 나타나는 경우에만 이차함수임을 알게 한다.

2. a, b, c는 상수이고, $a\neq0$일 때
(1) ax^2+bx+c ➔ 이차식
(2) $ax^2+bx+c=0$ ➔ 이차방정식
(3) $y=ax^2+bx+c$ ➔ 이차함수

교과서 180 쪽

● y는 x에 관한 이차함수
⇨ $y=$(x에 관한 이차식)

일반적으로 함수 $y=f(x)$에서 y가 x에 관한 이차식

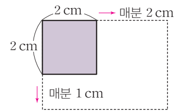
❶ $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq0$, a, b, c는 상수)

로 나타내어질 때, 이 함수 $y=f(x)$를 **이차함수**라고 한다.

보기 함수 $y=x^2+2x-4$, $y=-2x^2+3$, $y=\frac{1}{3}x^2$은 y가 x에 관한 이차식으로 나타내어지므로 모두 이차함수이다.

참고 이차함수의 x값과 y값의 범위가 주어지지 않았을 때에는 이를 실수 전체로 생각한다.

예제 01 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형에서 가로의 길이는 매분 2 cm씩, 세로의 길이는 매분 1 cm씩 동시에 늘어난다고 한다. x분 후 직사각형의 넓이를 y cm^{2}라고 할 때, 다음 물음에 답하여라.



(1) y를 x에 관한 식으로 나타내어라.
(2) y는 x에 관한 이차함수인가?

풀이 (1) x분 후 직사각형의 가로, 세로의 길이는 각각 $(2+2x)$ cm, $(2+x)$ cm이므로 직사각형의 넓이는 $y=(2+2x)(2+x)$이다.
따라서 $y=2x^2+6x+4$이다.
(2) y가 x에 관한 이차식으로 나타내어지므로 y는 x에 관한 이차함수이다.

답 (1) $y=2x^2+6x+4$ (2) 이차함수이다.

문제 1 다음에서 y를 x에 관한 식으로 나타내고, 이차함수인 것을 모두 찾아라.
(1) 둘레의 길이가 12 cm인 직사각형의 가로의 길이는 x cm이고, 넓이는 y cm^{2}이다.
(2) 한 모서리의 길이가 x cm인 정육면체의 부피는 y cm^{3}이다.
(3) 시속 3 km로 걸어서 x시간 동안 간 거리는 y km이다.
(4) 반지름의 길이가 x cm인 구의 겉넓이는 y cm^{2}이다.

기/초/력 향상 문제

다음 중에서 이차함수를 모두 찾아라.

㉠ $y=2x-3$	㉡ $y=2x(x-1)$
㉢ $y=(x+2)^2$	㉣ $y=x^3+2x-1$
㉤ $y=9-x^2$	㉥ $y=\dfrac{5}{x^2}$

답 ㉡, ㉢, ㉤

교과서 181 쪽

예제 02 이차함수 $y=f(x)$에서 $f(x)=x^2-x-2$라고 할 때, 다음을 구하여라.

(1) $f(-3)$ (2) $f\left(\frac{1}{2}\right)$

풀이 (1) $f(-3)=(-3)^2-(-3)-2$
$=9+3-2=10$

(2) $f\left(\frac{1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{2}-2$
$=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}-2=-\frac{9}{4}$

답 (1) 10 (2) $-\frac{9}{4}$

문제 2 이차함수 $y=-4x^2+2x+1$에서 x의 값이 0, 1, 2, 3일 때, 각 x의 값에 대한 함숫값을 구하여라.

문제 3 이차함수 $y=2x^2+bx+c$에 대하여 $x=1$일 때 $y=0$이고, $x=2$일 때 $y=9$라고 한다. $x=0$일 때 y의 값을 구하여라.

발전 문제 4 이차함수 $f(x)=3x^2+a$에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) $f(a)=10$을 만족시키는 a의 값을 모두 구하여라.

(2) x의 값이 -1, 0, 1일 때, 각 x의 값에 대한 함숫값의 총합을 9라고 하자. 이때 a의 값을 구하여라.

사고력 기르기

추론
▶의사소통
문제 해결

문제 1과 같이 y를 x에 관한 식으로 나타내면 이차함수가 되는 예를 찾아 말하여 보자.

2

목표| 이차함수의 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $x=0$일 때, $y=-4\times0^2+2\times0+1=\mathbf{1}$

$x=1$일 때, $y=-4\times1^2+2\times1+1=\mathbf{-1}$

$x=2$일 때, $y=-4\times2^2+2\times2+1=\mathbf{-11}$

$x=3$일 때, $y=-4\times3^2+2\times3+1=\mathbf{-29}$

3

목표| 이차함수의 식을 완성하고 함숫값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $x=1$일 때 $y=0$이므로 $0=2+b+c$ ……①

$x=2$일 때 $y=9$이므로 $9=8+2b+c$ ……②

①, ②를 연립하여 풀면 $b=3$, $c=-5$

따라서 이차함수 $y=2x^2+3x-5$이므로

$x=0$일 때 $y=2\times0^2+3\times0-5=\mathbf{-5}$

4

목표| 이차함수의 함숫값이 주어졌을 때 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $f(a)=3a^2+a=10$이므로

이차방정식 $3a^2+a-10=0$을 풀면

$(3a-5)(a+2)=0$

$\mathbf{a=\frac{5}{3}}$ **또는** $\mathbf{a=-2}$

(2) $f(-1)=3\times(-1)^2+a=3+a$

$f(0)=3\times0^2+a=a$

$f(1)=3\times1^2+a=3+a$

이때 각 x의 값에 대한 함숫값의 총합이 9이므로 $(3+a)+a+(3+a)=9$

$\mathbf{a=1}$

사고력 기르기 의사소통

출제 의도| 실생활에서 일어나는 이차함수로 나타낼 수 있는 예를 찾아봄으로써 이차함수의 의미를 확실히 이해하게 하기 위한 문제이다.

풀이| • 한 변의 길이가 x m인 정사각형 모양의 밭의 넓이를 y m^{2}라고 하면 $y=x^2$인 관계가 성립한다.

• 윗변의 길이가 x m, 아랫변의 길이가 $3x$ m, 높이가 x m인 사다리꼴의 넓이를 y m^{2}라고 하면 $y=\frac{1}{2}(x+3x)x=2x^2$인 관계가 성립한다.

• 중력 가속도를 g라고 할 때, 자유 낙하시킨 물체의 x초 후의 이동 거리를 y m라고 하면 $y=\frac{1}{2}gx^2$인 관계가 성립한다.

04 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

소단원 지도 목표

① 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해하게 한다.

② 포물선, 축, 꼭짓점의 의미를 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. $y=x^2$의 그래프를 그릴 때, x값의 간격을 점점 좁혀서 점의 개수를 늘려 x값의 범위가 수 전체가 되면 매끈한 곡선이 됨을 알게 한다.

2. $y=ax^2$에서 a의 부호에 따른 그래프의 특징과 a의 절댓값의 크기에 따른 그래프의 특징을 알게 한다.

3. 포물선의 엄밀한 뜻은 다루지 않는다.

교과서 182 쪽

04 이차함수 $y=ax^2$의 그래프

● 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해한다.

이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 어떻게 그리는가?

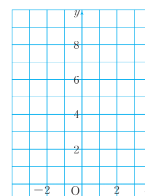
탐구 활동 이차함수 $y=x^2$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1. 다음 표를 완성하여 보자.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

2. **1**에서 구한 순서쌍 (x, y)를 오른쪽 좌표평면 위에 나타내어 보자.

3. x값의 범위가 실수 전체일 때, 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 어떤 모양이 될지 추측하여 보자.



탐구 활동에서 x의 값이 $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$일 때, 이차함수 $y=x^2$의 그래프에 대하여 알아보았다.

이제 x값의 범위가 실수 전체일 때, 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 그려 보자.

먼저 이차함수 $y=x^2$에서 x의 값이

$$-3, -2.5, -2, -1.5, -1, -0.5, 0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3$$

일 때, x의 값에 대한 y의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
y	9	6.25	4	2.25	1	0.25	0	0.25	1	2.25	4	6.25	9

새로 나온 용어와 기호

• 포물선 (抛物線, parabola)
• 축 (軸, axis)
• 꼭짓점 (vertex)

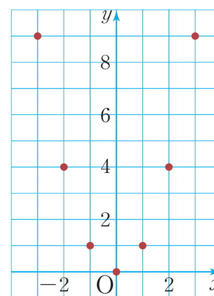
탐구 활동의 이해

활동 목표 • x와 y 사이의 관계를 나타내는 표를 완성하고 순서쌍 (x, y)를 좌표평면 위에 나타내어 봄으로써 이차함수 $y=x^2$의 그래프의 모양을 알게 하려는 것이다.

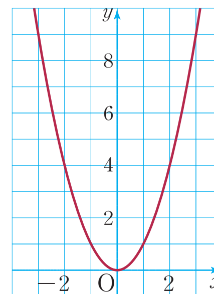
1.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	**9**	**4**	**1**	**0**	**1**	**4**	**9**

2. $(-3, 9)$, $(-2, 4)$, $(-1, 1)$, $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(2, 4)$, $(3, 9)$이므로 이 순서쌍을 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다.



3. 오른쪽 그림과 같이 **2**에서 나타낸 점들을 곡선으로 연결한 모양이 된다.

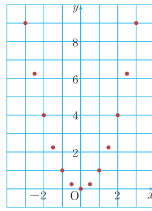


이 표에서 얻어지는 순서쌍 (x, y)를 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 1〉과 같다.

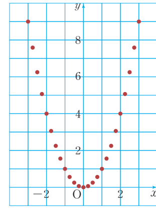
또 x의 값이 -3에서 3까지 0.25의 간격으로 변해 갈 때, 그 각각에 대응하는 y의 값을 구하여 순서쌍 (x, y)를 좌표평면 위에 나타내면 〈그림 2〉와 같다.

이와 같은 방법으로 x값의 간격을 좁혀서 더 많은 점을 표시해 나가면 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 〈그림 3〉과 같이 매끈한 곡선으로 나타난다.

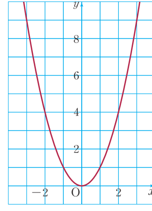
● 이차함수의 그래프는 두 점만으로는 그래프를 그리기 힘들다. 따라서 여러 개의 점을 찾아 이를 최대한 매끄러운 곡선으로 잇는다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉



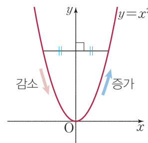
〈그림 3〉

위의 그림에서 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 원점을 지나고, 아래로 볼록하다.

또 x의 값이 -1과 1처럼 절댓값이 같고 부호가 반대일 때, 각각에 대응하는 y의 값은 같다. 즉, 이 그래프는 y축에 대칭임을 알 수 있다.

● y축에 대칭이라는 말은 y축을 중심으로 그래프를 접었을 때, 그래프가 완전히 포개어진다는 말이다.

한편 이차함수 $y=x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 x의 값이 음수이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하고, x의 값이 양수이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가함을 알 수 있다.



이상을 정리하면 다음과 같다.

이차함수 $y=x^2$의 그래프

(1) 원점을 지나고, 아래로 볼록하다.
(2) y축에 대칭이다.
(3) $x<0$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값은 감소하고, $x>0$이면 x의 값이 증가할 때 y의 값도 증가한다.

1 ● 이차함수 $y=x^2$의 그래프에서 원점 이외의 부분은 모두 x축보다 위쪽에 있다.

본문 해설

1 이차함수 $y=x^2$의 그래프에서 x값의 범위는 실수 전체이므로 $y=x^2\geq 0$이다. 따라서 모든 실수 x에 대하여 y의 값은 음수가 될 수 없으므로 $y=x^2$의 그래프는 x축보다 아래쪽에는 나타나지 않는다.
이처럼 이차함수는 일차함수의 그래프와는 다르게 y값의 범위가 실수 전체가 되지 않는다.

주의| 모든 이차함수의 y값의 범위가 실수 전체는 아니지만 모두 $y\geq 0$인 것은 아니다.

지/도/자/료

1. 이차함수에서 x의 값에 대한 함숫값의 증감을 일차함수와 동일하게 일정하다고 생각하는 학생들이 있다. $y=x^2$의 그래프를 그려 x값의 범위에 따라 증가하는 부분과 감소하는 부분이 있다는 것을 이해하도록 지도한다.

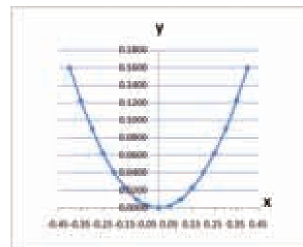
2. 함수를 나타낼 때,
$y=x^2$, $f(x)=x^2$
과 같이 두 가지의 표현을 사용함으로써 학생들에게 혼란을 가져다줄 수 있으므로 의미를 주의하여 지도한다.
$y=x^2$과 같이 표시하면 x의 값이 변할 때, y의 값이 변한다는 것이 쉽게 나타나지만 x의 값을 x^2의 값에 대응시키는 규칙을 명확하게 지시할 수 없다. 반면 $f(x)$는 x의 값에 대응하는 함숫값을 명확하게 지시하는 특성을 갖는다.

3. 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 그릴 때, x의 값을 세분화하여 함숫값을 구하는 것은 많은 시간이 필요할 뿐만 아니라 좌표평면 위에 점을 정확하게 나타내기가 어렵다. 이러한 이유로 컴퓨터 프로그램이나 그래픽 계산기가 많이 활용되고 있는데, 다음은 스프레드시트 프로그램을 이용하여 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 그리는 과정이다.

① 스프레드시트 프로그램을 실행한다.
② A1 셀에 'x', B1 셀에 'y', A2 셀에 '-0.4', A3 셀에 '-0.35'를 입력한다.
③ A2 셀과 A3 셀을 블록으로 잡고 채우기 핸들을 이용하여 A18 셀까지 드래그한다.
④ B2 셀에 '=A2^2'를 입력하고 B2 셀을 블록으로 잡고 채우기 핸들을 이용하여 B18 셀까지 드래그한다.

	A	B
1	x	y
2	-0.40	0.1600
3	-0.35	0.1225
4	-0.30	0.0900
5	-0.25	0.0625
6	-0.20	0.0400
7	-0.15	0.0225
8	-0.10	0.0100
9	-0.05	0.0025
10	0.00	0.0000
11	0.05	0.0025
12	0.10	0.0100
13	0.15	0.0225
14	0.20	0.0400
15	0.25	0.0625
16	0.30	0.0900
17	0.35	0.1225
18	0.40	0.1600

⑤ A1 셀부터 B18 셀까지 블록으로 잡고 [삽입] – [차트] – [분산형] – [곡선 및 표식이 있는 분산형]을 선택하면 이차함수 $y=x^2$의 그래프가 그려진다.



교과서 184 쪽

이차함수 $y=x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=ax^2\ (a>0)$의 그래프를 그릴 수 있다.

예제 01 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 그려라.

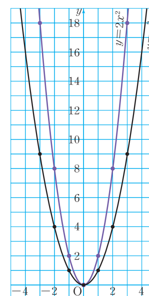
이차함수 $y=ax^2\ (a>0)$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프의 각 점에 대하여 y좌표를 a배로 하는 점을 잡아 그리면 된다.

풀이 x의 여러 가지 값에 대응하는 x^2, $2x^2$의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
x^2	$\cdots$	9	4	1	0	1	4	9	$\cdots$
$2x^2$	$\cdots$	18	8	2	0	2	8	18	$\cdots$

위의 표에서 x의 각 값에 대하여 $2x^2$의 값은 항상 x^2의 값의 2배임을 알 수 있다. 따라서 이차함수 $y=2x^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프의 각 점의 y좌표를 2배로 하는 점을 잡아서 그리면 된다.

이때 이차함수 $y=2x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 원점을 지나고 아래로 볼록하며, y축에 대칭인 매끈한 곡선이 된다.

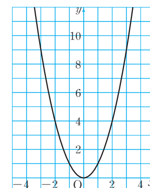


문제 1 오른쪽 그림은 이차함수 $y=x^2$의 그래프이다. 이것을 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=\frac{1}{2}x^2$

(2) $y=3x^2$

(3) $y=\frac{1}{4}x^2$



문제 2 문제 1에서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하여라.

1

목표| 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 이용하여 $y=ax^2\ (a>0)$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1)

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
x^2	$\cdots$	9	4	1	0	1	4	9	$\cdots$
$\frac{1}{2}x^2$	$\cdots$	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	$\cdots$

이차함수 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프의 각 점의 y좌표를 $\frac{1}{2}$배로 하는 점을 찍어 연결하여 그린다.

(2)

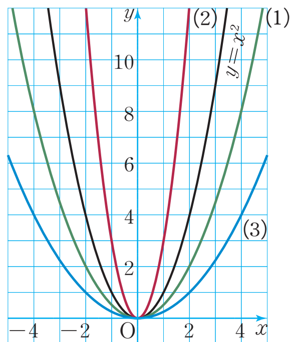
x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
x^2	$\cdots$	9	4	1	0	1	4	9	$\cdots$
$3x^2$	$\cdots$	27	12	3	0	3	12	27	$\cdots$

이차함수 $y=3x^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프의 각 점의 y좌표를 3배로 하는 점을 찍어 연결하여 그린다.

(3)

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
x^2	$\cdots$	9	4	1	0	1	4	9	$\cdots$
$\frac{1}{4}x^2$	$\cdots$	$\frac{9}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{9}{4}$	$\cdots$

이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프의 각 점의 y좌표를 $\frac{1}{4}$배로 하는 점을 찍어 연결하여 그린다.



2

목표| 이차함수의 그래프를 보고 그래프의 폭을 비교할 수 있게 한다.

풀이| 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하면 (2), (1), (3)이다.

참고| 이차함수 $y=ax^2\ (a>0)$의 그래프는 a의 값이 클수록 폭이 좁아진다.

교과서 185 쪽

이차함수 $y=ax^2$ $(a>0)$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-ax^2$ $(a>0)$의 그래프를 그릴 수 있다.

예제 02 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 그려라.

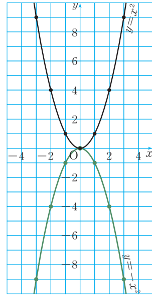
이차함수 $y=-ax^2$의 그래프는 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프를 그리면 된다.

풀이 x의 여러 가지 값에 대응하는 x^2, $-x^2$의 값을 구하여 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
x^2	$\cdots$	9	4	1	0	1	4	9	$\cdots$
$-x^2$	$\cdots$	-9	-4	-1	0	-1	-4	-9	$\cdots$

위의 표에서 x의 각 값에 대하여 $-x^2$의 값은 항상 x^2의 값과 절댓값이 같고 부호가 반대임을 알 수 있다. 따라서 이차함수 $y=-x^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프를 그리면 된다.

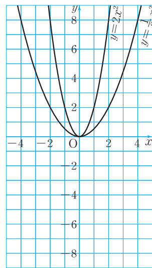
❶ 이때 이차함수 $y=-x^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 원점을 지나고 위로 볼록하며, y축에 대칭인 매끈한 곡선이 된다.



문제 3 오른쪽 그림은 이차함수 $y=2x^2$과 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프이다. 이것을 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=-2x^2$

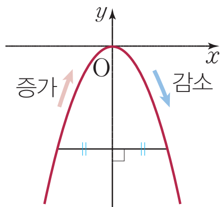
(2) $y=-\frac{1}{2}x^2$



본문 해설

❶ 이차함수 $y=-x^2$의 그래프는

- 위로 볼록하다.
- 원점을 지나며 그 점에서 가장 볼록하다.
- y축에 대칭이다. 즉, y축을 중심으로 접었을 때 완전히 포개어진다.
- $x<0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.
  $x>0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.



- 이차함수 $y=x^2$의 그래프와 x축에 대칭이다.

3

목표| 이차함수 $y=ax^2$ $(a>0)$의 그래프를 이용하여 $y=-ax^2$ $(a>0)$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1)

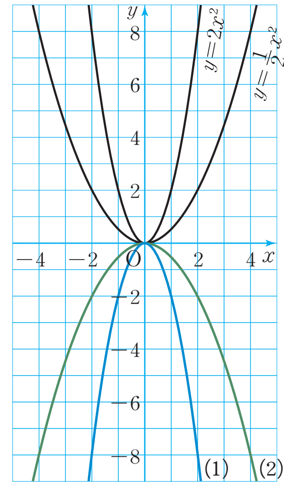
x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
$2x^2$	$\cdots$	18	8	2	0	2	8	18	$\cdots$
$-2x^2$	$\cdots$	-18	-8	-2	0	-2	-8	-18	$\cdots$

이차함수 $y=-2x^2$의 그래프는 $y=2x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프이다.

(2)

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
$\frac{1}{2}x^2$	$\cdots$	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	$\cdots$
$-\frac{1}{2}x^2$	$\cdots$	$-\frac{9}{2}$	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2	$-\frac{9}{2}$	$\cdots$

이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프는 $y=\frac{1}{2}x^2$의 그래프와 x축에 대칭인 그래프이다.



참고| 그래프의 폭이 좁은 것부터 나열하면 (1), (2)이다. 이때 이차함수 $y=-ax^2$의 그래프는 $y=ax^2$의 그래프와 x축에 대칭이므로 그래프의 폭이 같다.

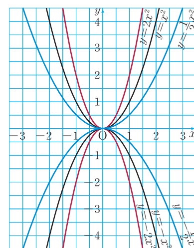
본문 해설

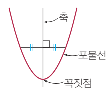
❶ 이차함수 $y=ax^2\ (a>0)$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프의 각 점에 대하여 y좌표를 a배로 하는 점을 잡아 그린 것이므로 a의 값이 커질수록 그래프의 폭이 좁아진다. 그리고 이차함수 $y=-ax^2\ (a>0)$의 그래프는 $y=ax^2\ (a>0)$의 그래프와 x축에 대칭이므로 a의 값이 커질수록 그래프의 폭이 좁아진다.
따라서 이차함수 $y=ax^2\ (a\neq 0)$의 그래프는 a의 절댓값이 커질수록 그래프의 폭이 좁아진다.

❷ 이차함수 $y=ax^2 (a\neq 0)$의 그래프는 절댓값이 같은 x의 값에 대하여 y의 값이 같으므로 y축에 대칭이 된다. 따라서 y축을 축으로 하는 포물선이고, y축과의 교점은 원점이므로 원점을 꼭짓점으로 한다.

교과서 186 쪽

오른쪽 그림에서 알 수 있듯이 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $a>0$일 때에는 아래로 볼록하고, $a<0$일 때에는 위로 볼록한 곡선이다.
❶ 또 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지고, 항상 y축에 대칭이다.
한편 이차함수 $y=ax^2$과 $y=-ax^2$의 그래프는 x축에 서로 대칭이다.

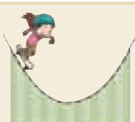




이차함수 $y=ax^2$의 그래프와 같은 모양의 곡선을 **포물선**이라고 한다. 포물선은 한 직선에 대칭인 도형으로 그 직선을 포물선의 **축**이라 하고, 포물선과 축의 교점을 포물선의 **꼭짓점**이라고 한다.
❷ 따라서 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 y축을 축으로 하고, 원점을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

일반적으로 이차함수 $y=ax^2$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

이차함수 $y=ax^2\ (a\neq 0)$의 그래프
(1) 원점을 꼭짓점으로 하고, y축을 축으로 하는 포물선이다.
(2) $a>0$이면 아래로 볼록하고, $a<0$이면 위로 볼록하다.
(3) a의 절댓값이 클수록 포물선의 폭이 좁아진다.
(4) $y=-ax^2$의 그래프와 x축에 대칭이다.



문제 4 다음 이차함수의 그래프 중에서 아래로 볼록한 것을 모두 찾아라.

㉠ $y=3x^2$	㉡ $y=-5x^2$
㉢ $y=-\frac{1}{2}x^2$	㉣ $y=\frac{1}{3}x^2$

문제 5 문제 4에서 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하여라.

4

목표| 이차함수 $y=ax^2$의 식을 보고 그래프의 모양을 판단할 수 있게 한다.

풀이| 이차함수 $y=ax^2$의 그래프는 $a>0$이면 아래로 볼록하고, $a<0$이면 위로 볼록하므로 아래로 볼록한 것은 ㉠, ㉣이다.

5

목표| 이차함수 $y=ax^2$의 식을 보고 그래프의 폭을 비교할 수 있게 한다.

풀이| 이차함수 $y=ax^2$의 그래프에서 a의 절댓값이 클수록 그래프의 폭이 좁아지므로 그래프의 폭이 좁은 것부터 차례로 나열하면 ㉡, ㉠, ㉢, ㉣이다.

읽/기/자/료 포물선

포물선(抛物線, parabola)이라는 용어는 갈릴레이(Galilei, Galileo ; 1564～1642)의 발견에 근거하여 지어진 이름으로 포(抛)는 '던지다'라는 뜻이다. 즉, 포물선은 물건을 위로 던졌을 때 물체가 그리는 곡선을 의미한다.
그런데 여기서 주의할 것은 물체 그 자체의 운동과 운동 현상 속에 있는 두 변량 사이의 관계를 나타내는 그래프의 모양이 다를 수 있다는 것이다. 예를 들어 물체가 수직 방향으로 자유 낙하를 하는 경우나 전동차가 점점 빠르게 움직이는 경우 등을 관찰할 때, 그 시간과 거리의 관계를 나타내는 그래프는 포물선이 되지만, 그 물체의 운동 자체는 직선 운동을 하고 있다.
parabola는 고대 그리스의 수학자 아폴로니오스(Apollonios ; ?B.C. 262～?B.C. 190)가 이름 붙인 것이다. 직원뿔을 모선에 평행한 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면을 '일치한다'라는 뜻의 parabola라고 하였다.

교과서 187 쪽

05 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

● 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해한다.

이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프는 어떻게 그리는가?

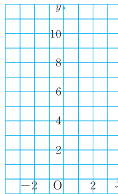
탐구 활동 두 이차함수 $y=x^2$과 $y=x^2+3$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1. 다음 표를 완성하여 보자.

x	⋯	-3	-2	-1	0	1	2	3	⋯
x^2	⋯								⋯
x^2+3	⋯								⋯

2. 두 이차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려 보자.

3. 투명 종이에 $y=x^2$의 그래프를 옮겨 그린 후 y축의 방향으로 얼마만큼 이동시키면 $y=x^2+3$의 그래프와 겹치게 할 수 있는지 알아보자.



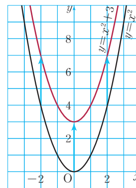
이차함수 $y=x^2+3$의 그래프를 그려 보자.

탐구 활동의 표에서 x의 각 값에 대하여 x^2+3의 값은 항상 x^2의 값보다 3만큼 크다는 것을 알 수 있다.

따라서 이차함수 $y=x^2+3$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

P.117 한 도형을 일정한 방향으로 일정한 거리만큼 옮기는 것을 평행이동이라고 한다.

❶ 그러므로 이차함수 $y=x^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 y축을 축으로 하고, 점 $(0, 3)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.



05 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프

소단원 지도 목표

① 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해하게 한다.

② 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해하게 한다.

③ 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 그릴 수 있고, 그 그래프의 성질을 이해하게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. $y=ax^2$의 그래프를 평행이동하여 $y=ax^2+q$의 그래프를 그릴 때, 포물선의 폭, 모양, 축은 변하지 않으나 꼭짓점의 좌표는 달라짐을 알도록 지도한다.

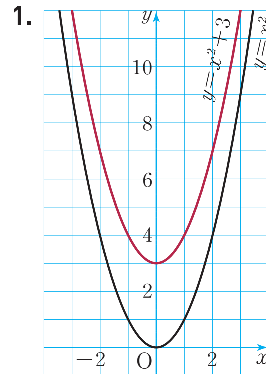
2. $y=ax^2$의 그래프를 평행이동하여 $y=a(x-p)^2$, $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 그릴 때, 포물선의 폭, 모양은 변하지 않으나 꼭짓점의 좌표, 축은 달라짐을 알도록 지도한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 같은 x의 값에 대하여 x^2의 값과 x^2+3의 값 사이의 관계를 나타내는 표를 완성하고, 두 그래프를 한 좌표평면 위에 그려 봄으로써 이차함수 $y=x^2$과 $y=x^2+3$의 그래프 사이의 관계를 알게 하려는 것이다.

x	⋯	-3	-2	-1	0	1	2	3	⋯
x^2	⋯	**9**	**4**	**1**	**0**	**1**	**4**	**9**	⋯
x^2+3	⋯	**12**	**7**	**4**	**3**	**4**	**7**	**12**	⋯

1.



2. 투명 종이에 $y=x^2$의 그래프를 옮겨 그린 후 y축의 방향으로 **3**만큼 평행이동하면 $y=x^2+3$의 그래프와 겹치게 할 수 있다.

본문 해설

❶ 이차함수 $y=x^2+3$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프의 각 점을 y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다. 이때 그래프의 폭, 모양, 축은 변하지 않고 꼭짓점만 y축의 방향으로 3만큼 이동하여 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$이 된다.

본문 해설

❶ 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프는
- $q>0$이면 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 양의 방향(위)으로 평행이동하여 그린다.
- $q<0$이면 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 음의 방향(아래)으로 평행이동하여 그린다.
- 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이므로 꼭짓점의 y좌표는 변하고, 꼭짓점의 x좌표와 축은 변하지 않는다. 즉, 꼭짓점의 좌표는 $(0,\ q)$이고, y축을 축으로 한다. 또한 이차함수의 그래프를 평행이동하여도 a의 값은 변하지 않으므로 그래프의 모양과 폭은 변하지 않는다.

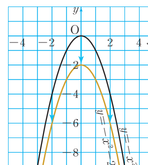
교과서 188 쪽

일반적으로 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

❶ **이차함수 $y=ax^2+q\ (a\neq0)$의 그래프**
(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.
(2) y축을 축으로 하고, 점 $(0,\ q)$를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

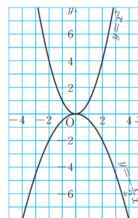
예제 01 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-x^2-2$의 그래프를 그려라.

풀이 이차함수 $y=-x^2-2$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.
따라서 이차함수 $y=-x^2-2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 y축을 축으로 하고, 점 $(0,\ -2)$를 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.



문제 1 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=4x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인가?
(1) $y=4x^2-5$ (2) $y=4x^2+1$

문제 2 오른쪽 그림은 두 이차함수 $y=x^2$과 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프이다.
이것을 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.
(1) $y=x^2-4$
(2) $y=-\frac{1}{2}x^2+2$



발전 **문제 3** 다음 이차함수의 그래프를 y축의 방향으로 [ ] 안의 값만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식을 구하고, 그 함수가 나타내는 포물선의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.
(1) $y=x^2$ [4] (2) $y=-\frac{1}{3}x^2$ [-2]

1

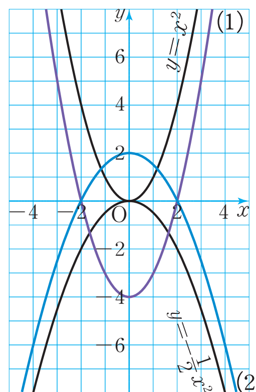
목표| 이차함수 $y=ax^2+q$의 그래프는 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인지 설명할 수 있게 한다.

풀이| (1) 이차함수 $y=4x^2-5$의 그래프는 $y=4x^2$의 그래프를 **y축의 방향으로 -5만큼 평행이동한 것이다.**
(2) 이차함수 $y=4x^2+1$의 그래프는 $y=4x^2$의 그래프를 **y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.**

2

목표| 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 이용하여 $y=ax^2+q$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1) 이차함수 $y=x^2-4$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -4만큼 평행이동한 것이므로 y축을 축으로 하고, 점 $(0,\ -4)$를 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.
(2) 이차함수 $y=-\frac{1}{2}x^2+2$의 그래프는 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 y축을 축으로 하고, 점 $(0,\ 2)$를 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.



이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프는 어떻게 그리는가?

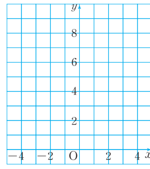
탐구 활동 두 이차함수 $y=x^2$과 $y=(x-2)^2$에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1. 다음 표를 완성하여 보자.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
x^2	$\cdots$								$\cdots$
$(x-2)^2$	$\cdots$								$\cdots$

2. 두 이차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려 보자.

3. 투명 종이에 $y=x^2$의 그래프를 옮겨 그린 후 x축의 방향으로 얼마만큼 이동시키면 $y=(x-2)^2$의 그래프와 겹치게 할 수 있는지 알아보자.

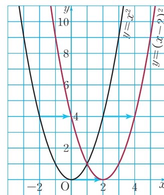


이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프를 그려 보자.

탐구 활동의 표에서 x의 값이 -3, -2, -1, 0, 1일 때의 x^2의 값과 x의 값이 -1, 0, 1, 2, 3일 때의 $(x-2)^2$의 값은 각각 서로 같음을 알 수 있다.

따라서 이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

그러므로 이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=2$를 축으로 하고, 점 $(2,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.



● 직선 $x=2$는 y축에 평행한 직선이다.

일반적으로 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

1 이차함수 $y=a(x-p)^2$ $(a\neq 0)$의 그래프

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 것이다.

(2) 직선 $x=p$를 축으로 하고, 점 $(p,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

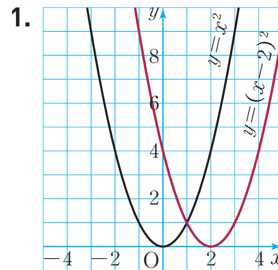
● $y=a(x-p)^2$의 그래프는 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 $-p$만큼이 아닌 p만큼 평행이동한 것이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 같은 x의 값에 대하여 x^2의 값과 $(x-2)^2$의 값 사이의 관계를 나타내는 표를 완성하고, 두 그래프를 한 좌표평면 위에 그려 봄으로써 이차함수 $y=x^2$과 $y=(x-2)^2$의 그래프 사이의 관계를 알게 하려는 것이다.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
x^2	$\cdots$	**9**	**4**	**1**	**0**	**1**	**4**	**9**	$\cdots$
$(x-2)^2$	$\cdots$	**25**	**16**	**9**	**4**	**1**	**0**	**1**	$\cdots$

1.



2. 투명 종이에 $y=x^2$의 그래프를 옮겨 그린 후 x축의 방향으로 **2만큼** 평행이동하면 $y=(x-2)^2$의 그래프와 겹치게 할 수 있다.

3

목표| 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식과 그 함수가 나타내는 포물선의 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 4만큼 평행이동한 이차함수의 식은 $\boldsymbol{y=x^2+4}$이고, 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\boldsymbol{(0,\ 4)}$이다.

(2) 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 이차함수의 식은 $\boldsymbol{y=-\frac{1}{3}x^2-2}$이고, 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\boldsymbol{(0,\ -2)}$이다.

본문 해설

1 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프는

- $p>0$이면 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 양의 방향(오른쪽)으로 평행이동하여 그린다.
- $p<0$이면 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 음의 방향(왼쪽)으로 평행이동하여 그린다.
- 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 것이므로 꼭짓점의 x좌표와 축의 방정식이 변한다. 즉, 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ 0)$이고, 직선 $x=p$를 축으로 한다.

  또한 이차함수의 그래프를 평행이동하여도 a의 값은 변하지 않으므로 그래프의 모양과 폭은 변하지 않는다.

4

목표 | 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프는 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인지 설명할 수 있게 한다.

풀이 | (1) 이차함수 $y=3(x+1)^2$의 그래프는 $y=3x^2$의 그래프를 **x축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 것이다.**

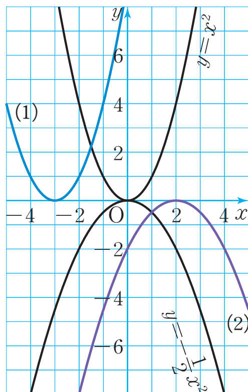
(2) 이차함수 $y=3(x-5)^2$의 그래프는 $y=3x^2$의 그래프를 **x축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이다.**

5

목표 | 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 이용하여 $y=a(x-p)^2$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이 | (1) 이차함수 $y=(x+3)^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이므로 직선 $x=-3$을 축으로 하고, 점 $(-3,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

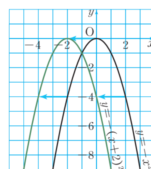
(2) 이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2$의 그래프는 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 직선 $x=2$를 축으로 하고, 점 $(2,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.



교과서 190 쪽

예제 02 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-(x+2)^2$의 그래프를 그려라.

풀이 이차함수 $y=-(x+2)^2$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이다.
따라서 이차함수 $y=-(x+2)^2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=-2$를 축으로 하고, 점 $(-2,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.



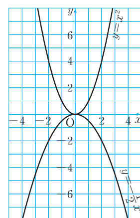
문제 4 다음 이차함수의 그래프는 이차함수 $y=3x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인가?

(1) $y=3(x+1)^2$ (2) $y=3(x-5)^2$

문제 5 오른쪽 그림은 이차함수 $y=x^2$과 $y=-\frac{1}{2}x^2$의 그래프이다.
이것을 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=(x+3)^2$

(2) $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2$



발전 **문제 6** 다음 이차함수의 그래프를 x축의 방향으로 [ ] 안의 값만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식을 구하고, 그 함수가 나타내는 포물선의 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

(1) $y=2x^2$ [1] (2) $y=-\frac{1}{4}x^2$ [−3]

6

목표 | 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식과 그 함수가 나타내는 포물선의 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있게 한다.

풀이 | (1) 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 이차함수의 식은 $\boldsymbol{y=2(x-1)^2}$이고, 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\boldsymbol{(1,\ 0)}$이다.

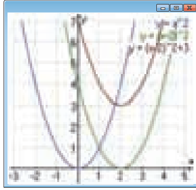
(2) 이차함수 $y=-\frac{1}{4}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 이차함수의 식은 $\boldsymbol{y=-\frac{1}{4}(x+3)^2}$이고, 이 그래프의 꼭짓점의 좌표는 $\boldsymbol{(-3,\ 0)}$이다.

교과서 191 쪽

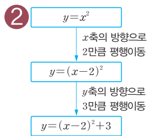
이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 어떻게 그리는가?

탐구 활동

오른쪽 그림은 컴퓨터 프로그램을 이용하여 이차함수 $y=x^2$, $y=(x-2)^2$, $y=(x-2)^2+3$의 그래프를 그린 것이다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. 이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인가?
2. 이차함수 $y=(x-2)^2+3$의 그래프는 $y=(x-2)^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인가?
3. 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동하면 $y=(x-2)^2+3$의 그래프와 겹치게 할 수 있는지 말하여 보자.

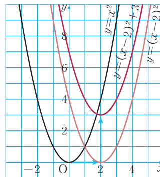
❷ 

❶ 이차함수 $y=(x-2)^2+3$의 그래프를 그려 보자.

이차함수 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후 이것을 다시 y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면 $y=(x-2)^2+3$의 그래프가 된다.

즉, 이차함수 $y=(x-2)^2+3$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 2만큼, y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.

따라서 이차함수 $y=(x-2)^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=2$를 축으로 하고, 점 (2, 3)을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.



일반적으로 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프에 대하여 다음을 알 수 있다.

❸ **이차함수 $y=a(x-p)^2+q$ $(a\neq0)$의 그래프**

(1) 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

(2) 직선 $x=p$를 축으로 하고, 점 (p, q)를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 평행이동하여 $y=(x-2)^2+3$의 그래프와 겹치게 하는 과정을 통해 이차함수 $y=x^2$과 $y=(x-2)^2+3$의 그래프 사이의 관계를 알게 하려는 것이다.

1. 이차함수 $y=(x-2)^2$의 그래프는 $y=x^2$의 그래프를 **x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.**

2. 이차함수 $y=(x-2)^2+3$의 그래프는 $y=(x-2)^2$의 그래프를 **y축의 방향으로 3만큼 평행이동한 것이다.**

3. 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 **x축의 방향으로 2만큼 평행이동한 후 이것을 다시 y축의 방향으로 3만큼 평행이동하면** $y=(x-2)^2+3$의 그래프와 겹치게 할 수 있다.

본문 해설

❶ 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 그릴 때, 대응표를 만들지 않아도 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프가 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이라는 성질을 이용하여 그릴 수 있다.

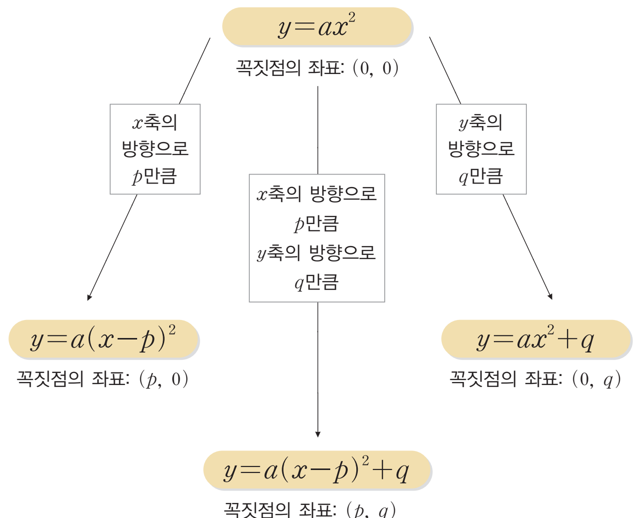
❷ 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프로 평행이동할 때, x축의 방향과 y축의 방향의 평행이동의 순서는 관계가 없다.

즉, x축의 방향으로 p만큼 이동한 후에 y축의 방향으로 q만큼 이동한 그래프와 y축의 방향으로 q만큼 이동한 후에 x축의 방향으로 p만큼 이동한 그래프는 서로 같은 그래프이다.

❸ 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프이므로 축은 y축$(x=0)$에서 직선 $x=p$로, 꼭짓점의 좌표는 (0, 0)에서 (p, q)로 옮겨진다.

이때 a의 값은 그대로이므로 그래프의 폭과 모양은 변하지 않는다.

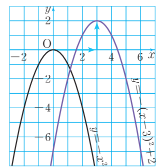
지/도/자/료 평행이동에 의한 꼭짓점의 좌표



교과서 192 쪽

예제 03 이차함수 $y=-x^2$의 그래프를 이용하여 이차함수 $y=-(x-3)^2+2$의 그래프를 그려라.

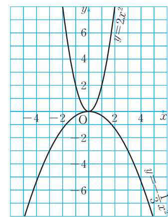
풀이 이차함수 $y=-(x-3)^2+2$의 그래프는 $y=-x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.
따라서 이차함수 $y=-(x-3)^2+2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=3$을 축으로 하고, 점 (3, 2)를 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.



문제 7 오른쪽 그림은 두 이차함수 $y=2x^2$과 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프이다. 이것을 이용하여 다음 이차함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=2(x-3)^2-4$

(2) $y=-\frac{1}{3}(x+2)^2+2$



발전

문제 8 다음 이차함수의 그래프를 x축, y축의 방향으로 각각 [ ] 안의 값만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식을 구하여라. 또 그 함수가 나타내는 포물선의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

포물선의 축을 직선의 방정식으로 나타낸 것을 축의 방정식이라고 한다.

(1) $y=x^2$ [−2, 1]　　(2) $y=3x^2$ [3, −2]

(3) $y=\frac{1}{2}x^2$ [−1, −2]　　(4) $y=-2x^2$ [1, 2]

사고력 기르기

추론
▶ 의사소통
문제 해결

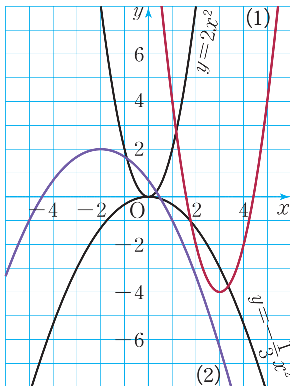
이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 좌표평면 위에 나타낼 때, a, p, q의 부호에 따라 그래프가 제 몇 사분면 위에 있는지 토의하여 보자. (단, $a\neq0$, $p\neq0$, $q\neq0$)

7

목표| 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 이용하여 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.

풀이| (1) 이차함수 $y=2(x-3)^2-4$의 그래프는 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 −4만큼 평행이동한 것이므로 직선 $x=3$을 축으로 하고, 점 (3, −4)를 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

(2) 이차함수 $y=-\frac{1}{3}(x+2)^2+2$의 그래프는 $y=-\frac{1}{3}x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 −2만큼, y축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이므로 직선 $x=-2$를 축으로 하고, 점 (−2, 2)를 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.



8

목표| 이차함수 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 그래프를 나타내는 이차함수의 식과 그 함수가 나타내는 포물선의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\boldsymbol{y=(x+2)^2+1}$, 축의 방정식은 $\boldsymbol{x=-2}$, 꼭짓점의 좌표는 **(−2, 1)**이다.

(2) $\boldsymbol{y=3(x-3)^2-2}$, 축의 방정식은 $\boldsymbol{x=3}$, 꼭짓점의 좌표는 **(3, −2)**이다.

(3) $\boldsymbol{y=\frac{1}{2}(x+1)^2-2}$, 축의 방정식은 $\boldsymbol{x=-1}$, 꼭짓점의 좌표는 **(−1, −2)**이다.

(4) $\boldsymbol{y=-2(x-1)^2+2}$, 축의 방정식은 $\boldsymbol{x=1}$, 꼭짓점의 좌표는 **(1, 2)**이다.

사고력 기르기 의사소통

출제 의도| 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$에서 a, p, q의 부호에 따라 그래프가 지나는 사분면을 생각해 봄으로써 이차함수의 그래프를 능숙하게 그리게 하기 위한 문제이다.

풀이| 이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 a, p, q의 부호에 따라 다음과 같은 사분면을 지난다.

		$q>0$	$q<0$
$a>0$	$p>0$	제1, 2사분면	제1, 2, 4사분면 또는 모든 사분면
	$p<0$	제1, 2사분면	제1, 2, 3사분면 또는 모든 사분면
$a<0$	$p>0$	제1, 3, 4사분면 또는 모든 사분면	제3, 4사분면
	$p<0$	제2, 3, 4사분면 또는 모든 사분면	제3, 4사분면

교과서 193 쪽

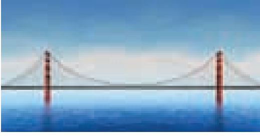
06 이차함수의 그래프의 성질

● 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 그리고, 그 성질을 이해한다.
● 이차함수의 최댓값, 최솟값을 구할 수 있다.

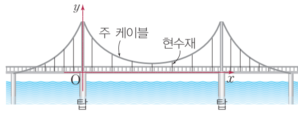
이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프에는 어떤 성질이 있는가?

생각 열기 현수교

현수교는 두 개의 탑에 주 케이블을 걸친 후, 그 케이블에 현수재로 상판을 매달아 만든 다리이다. 현수교의 기원은 산악 지대의 원시 민족들이 덩굴을 나무에 매달아 계곡을 건너가는 수단으로 사용한 것이라고 할 수 있다. 우리나라의 이순신 대교, 남해 대교, 영종 대교, 미국의 금문교 등이 바로 현수교이다.



탐구 활동 다음 그림과 같이 현수교의 주 케이블이 이차함수의 그래프인 포물선 모양이고, 왼쪽 탑으로부터의 수평 거리를 x m, 도로에서 주 케이블까지의 높이를 y m라고 할 때, x와 y 사이에는 $y=x^2-20x+105$인 관계가 있다고 하자. 이때 주 케이블의 모양이 어떤 포물선의 일부인지 알아보기 위하여 물음에 답하여 보자.



1. 다음은 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고치는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

$$\begin{aligned} y&=x^2-20x+105\\ &=(x^2-20x+\square-\square)+105\\ &=(x^2-20x+\square)-\square+105\\ &=(x-\square)^2+\square \end{aligned}$$

2. 1을 이용하여 이차함수 $y=x^2-20x+105$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 어떻게 평행이동한 것인지 말하여 보자.

새로 나온 용어와 기호

- 최댓값(absolute maximum)
- 최솟값(absolute minimum)

생각 열기 참/고/자/료

현수교의 주 케이블은 이차함수의 그래프인 포물선 모양이다. 현수교는 늘어뜨린 케이블을 통해 두 개의 탑에 하중이 전달되도록 하여 탑 사이에 긴 거리를 확보할 수 있다. 따라서 큰 배가 지나가야 하는 바다에는 두 개의 탑 사이로 배가 지나갈 수 있도록 현수교 형식으로 다리를 건설한다.
줄을 같은 높이의 양쪽에서 잡고 늘어뜨릴 때, 줄의 모양이 이루는 곡선을 현수선이라고 한다. 현수선 모양으로 처진 줄에 일정한 간격으로 하중을 주면 포물선의 모양으로 바뀌는데, 현수교도 마찬가지로 케이블에 일정한 간격으로 현수재를 이어 상판을 매달았으므로 케이블의 모양이 포물선이 된다.

06 이차함수의 그래프의 성질

소단원 지도 목표

① 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프를 그릴 수 있게 한다.
② 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 성질을 이해하게 한다.
③ 함수의 최댓값과 최솟값의 뜻을 알게 한다.
④ 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타낼 때, a의 부호에 유의하여 지도한다.
2. 이차함수의 최댓값과 최솟값은 x값의 범위가 실수 전체인 경우만 다룬다.
3. 이차함수의 x값의 범위가 실수 전체일 때, 항상 최댓값 또는 최솟값을 가진다는 것을 그래프를 통하여 이해하게 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고쳐서 이차함수 $y=ax^2$과 $y=ax^2+bx+c$의 그래프 사이의 관계를 알게 하려는 것이다.

1. $y=x^2-20x+105$
$=(x^2-20x)+105$
$=(x^2-20x+\boxed{100}-\boxed{100})+105$
$=(x^2-20x+\boxed{100})-\boxed{100}+105$
$=(x-\boxed{10})^2+\boxed{5}$

2. 1에서 $y=x^2-20x+105=(x-10)^2+5$이다.
따라서 이차함수 $y=x^2-20x+105$의 그래프는 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 **x축의 방향으로 10만큼, y축의 방향으로 5만큼 평행이동한 것이다.**

지/도/자/료

이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 나타내는 방법은 다음과 같다.

$$y=ax^2+bx+c$$

↓ 이차항의 계수 a로 묶는다.

$$y=a\left(x^2+\frac{b}{a}x\right)+c$$

↓ 일차항의 계수의 $\frac{1}{2}$의 제곱을 더하고 뺀다.

$$y=a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}-\frac{b^2}{4a^2}\right)+c$$

↓ 완전제곱식으로 고친다.

$$y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2}{4a}+c$$

↓ 상수항을 정리한다.

$$y=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$$

➜ 꼭짓점: $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{-b^2+4ac}{4a}\right)$

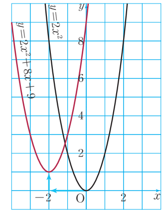
축: $x=-\frac{b}{2a}$

교과서 194 쪽

이차함수 $y=2x^2+8x+9$의 그래프를 그려 보자.

$y=2x^2+8x+9$의 우변을 (완전제곱식)+(상수항)의 꼴로 바꾸면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y&=2x^2+8x+9 \\ &=2(x^2+4x)+9 \\ &=2(x^2+4x+4)-8+9 \\ &=2(x+2)^2+1 \end{aligned}$$



따라서 이차함수 $y=2x^2+8x+9$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 $y=2x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

그러므로 이차함수 $y=2x^2+8x+9$의 그래프는 직선 $x=-2$를 축으로 하고, 점 $(-2, 1)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

또 $x=0$일 때, $y=9$이므로 y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, 9)$이다.

이차함수 $y=a(x-p)^2+q$의 그래프는 $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

일반적으로 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프는 다음과 같은 성질이 있다.

이차함수 $y=ax^2+bx+c$ $(a\neq0)$의 그래프

(1) $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어서 그린 그래프와 같다.

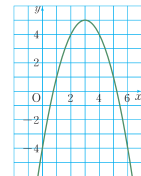
(2) y축과 만나는 점의 좌표는 $(0, c)$이다.

예제 01 이차함수 $y=-x^2+6x-4$의 그래프를 그려라.

$y=-x^2+6x-4$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어야 한다.

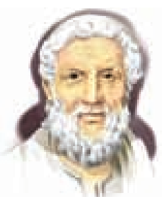
풀이

$$\begin{aligned} y&=-x^2+6x-4 \\ &=-(x^2-6x)-4 \\ &=-(x^2-6x+9)+9-4 \\ &=-(x-3)^2+5 \end{aligned}$$



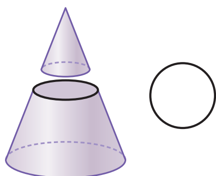
따라서 이차함수 $y=-x^2+6x-4$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 직선 $x=3$을 축으로 하고, 점 $(3, 5)$를 꼭짓점으로 하며 점 $(0, -4)$를 지나는 위로 볼록한 포물선이다.

읽/기/자/료 원뿔곡선과 아폴로니오스

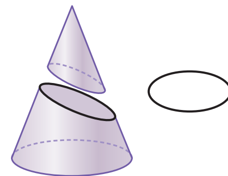

아폴로니오스

기원전 262년경에 남부 소아시아 지방에 있는 페르가에서 태어난 아폴로니오스(Apollonios ; ?B.C. 262～?B.C. 190)는 젊었을 때 알렉산드리아에서 유클리드의 후계자로부터 배웠고 결국 그곳에서 교수가 되었다. 그는 뛰어난 천문학자였으며 또 다양한 수학적 주제에 관한 저술을 남겼다. 그 시대 사람들이 그를 위대한 기하학자라고 칭한 이유는 그의 저서 "원뿔곡선론" 때문인데, 그는 이 책에서 하나의 원뿔을 기울기가 다른 평면으로 잘라 원, 타원, 포물선, 쌍곡선을 얻는 방법을 소개하였다.

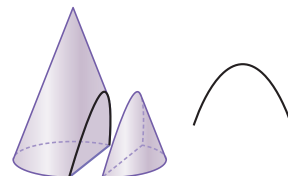
(1) 밑면에 평행한 평면으로 자르면 원을 얻을 수 있다.



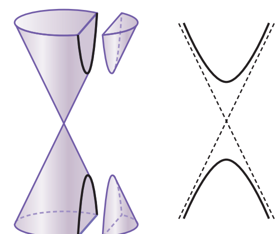
(2) 밑면에 비스듬한 평면으로 자르면 타원을 얻을 수 있다.



(3) 모선에 평행한 평면으로 자르면 포물선을 얻을 수 있다.



(4) 꼭지를 맞댄 두 개의 원뿔을 밑면에 수직인 평면으로 자르면 쌍곡선을 얻을 수 있다.

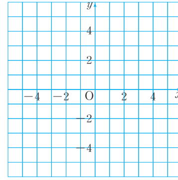


교과서 195 쪽

문제 1 다음 이차함수의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려라. 또 이 그래프의 꼭짓점의 좌표와 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표를 구하여라.

(1) $y=2x^2-4x+4$

(2) $y=-3x^2-6x-2$



예제 02 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(4,\ -1)$을 지나고 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$일 때, 이 이차함수의 식을 구하여라.

다음은 컴퓨터를 이용하여 주어진 이차함수의 그래프를 그린 것이다.

풀이 주어진 이차함수의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(2,\ 3)$이므로 구하는 이차함수의 식은

$$y=a(x-2)^2+3 \qquad \cdots\cdots ①$$

의 꼴로 나타낼 수 있다.

또 이 그래프가 점 $(4,\ -1)$을 지나므로 ①에 $x=4$, $y=-1$을 대입하면

$$-1=a(4-2)^2+3$$

$$4a=-4,\ a=-1$$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-(x-2)^2+3$이므로

$$y=-x^2+4x-1$$

답 $y=-x^2+4x-1$

문제 2 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프가 점 $(-1,\ 5)$를 지나고 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 3)$일 때, 이 이차함수의 식을 구하여라.

창의 UP 이차함수 $y=-x^2-8x-10$의 그래프의 꼭짓점이 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2-k$의 그래프 위에 있을 때, k의 값을 구하는 방법을 설명하여라.

1

목표 이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 고쳐서 그래프를 그리고, 꼭짓점의 좌표와 그래프가 y축과 만나는 점의 좌표를 구할 수 있게 한다.

풀이 (1) $y=2x^2-4x+4$

$=2(x^2-2x)+4$

$=2(x^2-2x+1)-2+4$

$=2(x-1)^2+2$

따라서 이차함수 $y=2x^2-4x+4$의 그래프는 점 $\mathbf{(1,\ 2)}$를 꼭짓점으로 하고, 점 $\mathbf{(0,\ 4)}$에서 y축과 만난다.

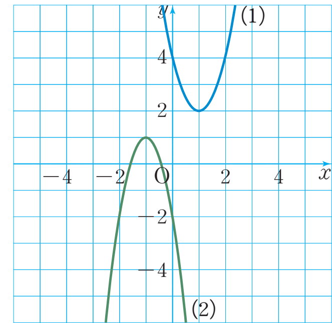
(2) $y=-3x^2-6x-2$

$=-3(x^2+2x)-2$

$=-3(x^2+2x+1)+3-2$

$=-3(x+1)^2+1$

따라서 이차함수 $y=-3x^2-6x-2$의 그래프는 점 $\mathbf{(-1,\ 1)}$을 꼭짓점으로 하고, 점 $\mathbf{(0,\ -2)}$에서 y축과 만난다.



2

목표 꼭짓점의 좌표와 다른 한 점을 알 때, 이차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이 꼭짓점의 좌표가 $(-2,\ 3)$이므로 구하는 이차함수의 식을

$y=a(x+2)^2+3 \qquad \cdots\cdots ①$

의 꼴로 나타낼 수 있다. 또 이 그래프가 점 $(-1,\ 5)$를 지나므로 ①에 $x=-1$, $y=5$를 대입하면

$5=a(-1+2)^2+3$

$a+3=5,\ a=2$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=2(x+2)^2+3$이므로

$\mathbf{y=2x^2+8x+11}$

창의 UP

출제 의도 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 꼭짓점을 이용하여 미지수를 구할 수 있게 하기 위한 문제이다.

풀이 $y=-x^2-8x-10=-(x+4)^2+6$

따라서 이차함수 $y=-x^2-8x-10$의 그래프는 점 $(-4,\ 6)$을 꼭짓점으로 한다.

이 꼭짓점이 이차함수 $y=\frac{1}{4}x^2-k$의 그래프 위에 있으므로

$y=\frac{1}{4}x^2-k$에 $x=-4$, $y=6$을 대입하면

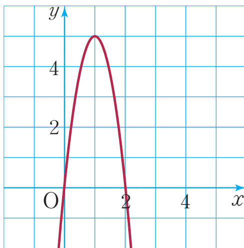
$6=\frac{1}{4}\times(-4)^2-k$이므로 $\quad k=\mathbf{-2}$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 이차함수의 그래프를 그려 보고, 물줄기가 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 알아봄으로써 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 방법을 이해하게 하려는 것이다.

1. $y=-5x^2+10x=-5(x-1)^2+5$

따라서 이 함수의 그래프는 다음 그림과 같이 직선 $x=1$을 축으로 하고, 점 $(1,\ 5)$를 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.



2. 물줄기가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 **5 m**이다.

교과서 196 쪽

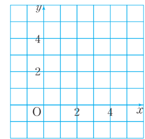
이차함수의 최댓값과 최솟값은 어떻게 구하는가?

탐구 활동

포물선을 그리면서 떨어지는 어떤 분수의 물줄기에 대하여 분출구에서부터의 수평 거리를 x m, 물줄기의 높이를 y m라고 할 때, x와 y 사이에는 $y=-5x^2+10x$인 관계가 성립한다고 하자. 다음 물음에 답하여 보자.

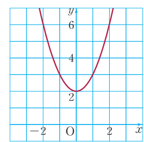
1. 이차함수 $y=-5x^2+10x$의 그래프를 오른쪽 좌표평면 위에 그려 보자.

2. 물줄기가 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 말하여 보자.



이차함수 $y=x^2+2$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 2)$이고, 아래로 볼록한 포물선이다.

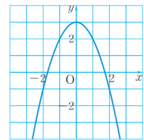
따라서 이차함수 $y=x^2+2$의 함숫값 중에서 가장 작은 값은 $x=0$일 때, $y=2$이다.



$y=x^2+2$에서 x의 값이 한없이 커지거나 작아질 때, y의 값은 한없이 커지므로 가장 큰 함숫값은 없다.

이차함수 $y=-x^2+3$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 3)$이고, 위로 볼록한 포물선이다.

따라서 이차함수 $y=-x^2+3$의 함숫값 중에서 가장 큰 값은 $x=0$일 때, $y=3$이다.



$y=-x^2+3$에서 x의 값이 한없이 커지거나 작아질 때, y의 값은 한없이 작아지므로 가장 작은 함숫값은 없다.

❶ 이와 같이 어떤 함수에서 x값의 범위에 대한 함숫값 중에서 가장 큰 값을 그 함수의 **최댓값**이라 하고, 가장 작은 값을 그 함수의 **최솟값**이라고 한다.

이를테면 이차함수 $y=x^2+2$의 최솟값은 $x=0$일 때 2이고, 최댓값은 없다. 또 이차함수 $y=-x^2+3$의 최댓값은 $x=0$일 때 3이고, 최솟값은 없다.

본문 해설

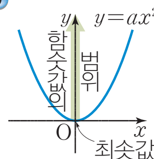
❶ 최댓값은 그래프의 최고 높이를 의미하고, 최솟값은 그래프의 최저 높이를 의미하므로 이차함수는 꼭짓점에서 최댓값 또는 최솟값을 갖는다.
이때 이차함수의 최댓값 또는 최솟값은 꼭짓점의 y좌표이다.

지/도/자/료

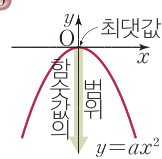
이차함수 $y=ax^2$의 최댓값과 최솟값은 다음과 같다.

- $a>0$일 때, $y=ax^2$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 0)$이고 아래로 볼록한 포물선이므로 함숫값은 항상 0 이상이다. 따라서 이차함수 $y=ax^2(a>0)$은 $x=0$에서 최솟값 0을 가지고 최댓값은 없다.
- $a<0$일 때, $y=ax^2$의 그래프는 꼭짓점의 좌표가 $(0,\ 0)$이고 위로 볼록한 포물선이므로 함숫값은 항상 0 이하이다. 따라서 이차함수 $y=ax^2(a<0)$은 $x=0$에서 최댓값 0을 가지고 최솟값은 없다.

$a>0$



$a<0$



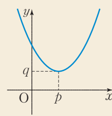
교과서 197 쪽

일반적으로 이차함수의 최댓값과 최솟값은 다음과 같이 구한다.

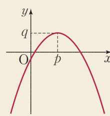
이차함수 $y=ax^2+bx+c\ (a\neq0)$의 최댓값과 최솟값

이차함수 $y=ax^2+bx+c$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸었을 때

(1) $a>0$인 경우
최솟값은 $x=p$일 때 q이고,
최댓값은 없다.



(2) $a<0$인 경우
최댓값은 $x=p$일 때 q이고,
최솟값은 없다.



● 이차함수의 그래프가 아래로 볼록한 경우에는 최솟값만 있고, 위로 볼록한 경우에는 최댓값만 있다.

예제 03 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=(x-2)^2-3$　　(2) $y=-2(x-1)^2+3$

풀이 (1) 이 함수의 그래프는 점 $(2,\ -3)$을 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다. 따라서 주어진 이차함수의 최솟값은 $x=2$일 때 -3이고, 최댓값은 없다.
(2) 이 함수의 그래프는 점 $(1,\ 3)$을 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다. 따라서 주어진 이차함수의 최댓값은 $x=1$일 때 3이고, 최솟값은 없다.

답 (1) 최솟값은 $x=2$일 때 -3이고, 최댓값은 없다.
(2) 최댓값은 $x=1$일 때 3이고, 최솟값은 없다.

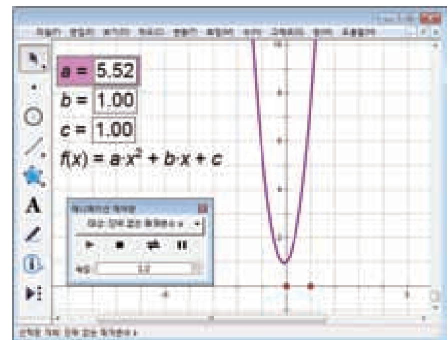
● 다음은 컴퓨터를 이용하여 주어진 이차함수의 그래프를 그린 것이다.

문제 3 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=\frac{1}{2}(x-3)^2-4$　　(4) $y=-(x-2)^2+2$

지/도/자/료

컴퓨터 프로그램은 학생들이 직접 도형을 그리고 탐구할 수 있게 해 줌으로써 내용을 쉽게 이해할 수 있도록 도와준다.
이차함수 $y=ax^2+bx+c$에서 a, b, c의 값이 다른 이차함수의 그래프를 여러 개 그리지 않고도 '매개변수에 애니메이션 주기'를 선택하면 자동으로 a, b, c의 값이 달라짐에 따른 그래프가 그려진다. 즉, a, b, c의 부호와 값의 크기에 따른 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프의 변화를 쉽게 관찰할 수 있다.



3

목표| 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 이차함수 $y=\frac{1}{2}(x-3)^2-4$의 그래프는 점 $(3,\ -4)$를 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다. 따라서 주어진 이차함수의 **최솟값은 $x=3$일 때 -4이고, 최댓값은 없다.**

(2) 이차함수 $y=-(x-2)^2+2$의 그래프는 점 $(2,\ 2)$를 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다. 따라서 주어진 이차함수의 **최댓값은 $x=2$일 때 2이고, 최솟값은 없다.**

읽/기/자/료 꼭짓점

꼭짓점은 한자로 정점(頂點)을 번역한 것으로 평면도형에서는 변과 변의 교점이 꼭짓점이고, 입체도형에서는 모서리와 모서리의 교점이 꼭짓점이다. 또한 포물선에서는 축과 포물선의 교점이 꼭짓점이다.
정(頂)은 꼭대기, 맨 위를 의미하므로 정점은 꼭대기에 있는 점이라는 뜻이다. 그런데 꼭대기 대신 꼭짓점이라고 할 때 그것은 꼭대기에 있는 점이라는 의미뿐 아니라 맨 끝 부분에 있는 점이라는 의미로도 사용된 것으로 볼 수 있다.

4

목표| 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $y=2x^2+8x+4$

$=2(x+2)^2-4$

이므로 이 함수의 그래프는 점 $(-2,\ -4)$를 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다. 따라서 주어진 이차함수의 **최솟값은 $x=-2$일 때 -4이고, 최댓값은 없다.**

(2) $y=-3x^2+6x-5$

$=-3(x-1)^2-2$

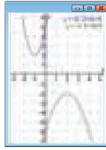
이므로 이 함수의 그래프는 점 $(1,\ -2)$를 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다. 따라서 주어진 이차함수의 **최댓값은 $x=1$일 때 -2이고, 최솟값은 없다.**

교과서 198 쪽

예제 04 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=3x^2+6x+5$ (2) $y=-x^2+4x-6$

다음은 컴퓨터를 이용하여 주어진 이차함수의 그래프를 그린 것이다.



풀이 (1) $y=3x^2+6x+5=3(x+1)^2+2$

이므로 이 함수의 그래프는 점 $(-1,\ 2)$를 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

따라서 주어진 이차함수의 최솟값은 $x=-1$일 때 2이고, 최댓값은 없다.

(2) $y=-x^2+4x-6=-(x-2)^2-2$

이므로 이 함수의 그래프는 점 $(2,\ -2)$를 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다.

따라서 주어진 이차함수의 최댓값은 $x=2$일 때 -2이고, 최솟값은 없다.

답 (1) 최솟값은 $x=-1$일 때 2이고, 최댓값은 없다.
(2) 최댓값은 $x=2$일 때 -2이고, 최솟값은 없다.

문제 4 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=2x^2+8x+4$ (2) $y=-3x^2+6x-5$

발전 **문제 5** 최댓값은 $x=-2$일 때 1이고, 그래프가 점 $(-1,\ -3)$을 지나는 이차함수의 식을 $y=ax^2+bx+c$의 꼴로 나타내어라.

5

목표| 이차함수의 최댓값과 다른 한 점을 알 때, 그 이차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 이차함수의 최댓값이 $x=-2$일 때 1이므로 구하는 이차함수의 식은

$y=a(x+2)^2+1$ ……①

로 나타낼 수 있다.

또 이 그래프가 점 $(-1,\ -3)$을 지나므로 ①에 $x=-1$, $y=-3$을 대입하면

$-3=a(-1+2)^2+1$, $a=-4$

따라서 구하는 이차함수의 식은 $y=-4(x+2)^2+1$이므로 $\boldsymbol{y=-4x^2-16x-15}$

참고| $x=p$일 때, 최댓값 또는 최솟값이 q인 이차함수의 식은 다음과 같이 구한다.

❶ 구하는 식을 $y=a(x-p)^2+q$로 놓는다.

❷ 주어진 다른 조건을 이용하여 a의 값을 구한다.

정리 확인 학습

1

목표| 특정한 해를 가지는 이차방정식을 찾을 수 있게 한다.

풀이| (1) $x=4$일 때 x^2-2x-8의 값은 $4^2-2\times4-8=16-8-8=0$이므로 $x^2-2x-8=0$은 참이다. 따라서 $x=4$는 이차방정식 $x^2-2x-8=0$의 해이다.

(2) $x=4$일 때 $(x+4)(4x-1)$의 값은 $(4+4)(4\times4-1)=8\times15=120$이므로 $(x+4)(4x-1)=0$은 거짓이다. 따라서 $x=4$는 이차방정식 $(x+4)(4x-1)=0$의 해가 아니다.

(3) $x=4$일 때 $3x^2$의 값은 $3\times4^2=48$이고, x^2+3의 값은 $4^2+3=19$이므로 $3x^2=x^2+3$은 거짓이다. 따라서 $x=4$는 이차방정식 $3x^2=x^2+3$의 해가 아니다.

(4) $x=4$일 때 $x(x-1)$의 값은 $4\times(4-1)=12$이고, $2(x+2)$의 값은 $2\times(4+2)=12$이므로

정리 확인 학습

2. 이차방정식과 이차함수

이차방정식과 그 해

(1) 이차방정식: 방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이

(x에 관한 이차식)$=0$

의 꼴로 변형되는 방정식

(2) 이차방정식의 해: 미지수 x에 관한 이차방정식을 참이 되게 하는 x의 값

1 다음 중에서 $x=4$를 해로 가지는 이차방정식을 모두 찾아라.

(1) $x^2-2x-8=0$　　(2) $(x+4)(4x-1)=0$

(3) $3x^2=x^2+3$　　(4) $x(x-1)=2(x+2)$

이차방정식의 근의 공식

x에 관한 이차방정식 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$의 근은

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\ (\text{단, } b^2-4ac\geq0)$$

2 근의 공식을 이용하여 다음 이차방정식을 풀어라.

(1) $3x^2+5x-1=0$　　(2) $\frac{x^2}{2}-x-2=0$

이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 그래프

이차함수 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$의 그래프는

(1) $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어서 그린 그래프와 같다.

➔ $y=ax^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼, y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것이다.

➔ 꼭짓점의 좌표: $(p,\ q)$

➔ 축의 방정식: $x=p$

(2) y축과 만나는 점의 좌표는 $(0,\ c)$이다.

3 이차함수 $y=x^2-2x-3$의 그래프에 대하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 주어진 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸어라.

(2) 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 구하여라.

이차함수의 최댓값과 최솟값

이차함수 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$를 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸었을 때,

(1) $a>0$인 경우

최솟값은 $x=p$일 때 q이고, 최댓값은 없다.

(2) $a<0$인 경우

최댓값은 $x=p$일 때 q이고, 최솟값은 없다.

4 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하고, 그때의 x의 값을 구하여라.

(1) $y=2(x-3)^2-5$

(2) $y=-3(x+1)^2+4$

(3) $y=2x^2-4x$

(4) $y=-\frac{1}{3}x^2+2x+1$

용어와 기호 이차방정식, 완전제곱식, 중근, 근의 공식, 이차함수, 포물선, (포물선의) 축, (포물선의) 꼭짓점, 최댓값, 최솟값

$x(x-1)=2(x+2)$는 참이다. 따라서 $x=4$는 이차방정식 $x(x-1)=2(x+2)$의 해이다.

따라서 $x=4$를 해로 가지는 이차방정식은 **(1), (4)**이다.

2

목표| 근의 공식을 이용하여 이차방정식을 풀 수 있게 한다.

풀이| (1) 근의 공식에 $a=3$, $b=5$, $c=-1$을 대입하면

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times3\times(-1)}}{2\times3}$$
$$=\frac{-5\pm\sqrt{25+12}}{6}$$
$$=\mathbf{\frac{-5\pm\sqrt{37}}{6}}$$

(2) 방정식의 양변에 2를 곱하면

$x^2-2x-4=0$

근의 공식에 $a=1$, $b=-2$, $c=-4$를 대입하면

$$x=\frac{-(-2)\pm\sqrt{(-2)^2-4\times1\times(-4)}}{2\times1}$$
$$=\frac{2\pm\sqrt{4+16}}{2}=\frac{2\pm\sqrt{20}}{2}$$
$$=\frac{2\pm2\sqrt{5}}{2}=\mathbf{1\pm\sqrt{5}}$$

3

목표| 이차함수의 식을 $y=a(x-p)^2+q$의 꼴로 바꾸고 이를 이용하여 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $y=x^2-2x-3=\mathbf{(x-1)^2-4}$

(2) 축의 방정식: $\mathbf{x=1}$

꼭짓점의 좌표: $\mathbf{(1,\ -4)}$

4

목표| 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 이차함수 $y=2(x-3)^2-5$는 점 $(3,\ -5)$를 꼭짓점으로 하고, 아래로 볼록한 포물선이므로 **최솟값은 $x=3$일 때, -5이고, 최댓값은 없다.**

(2) 이차함수 $y=-3(x+1)^2+4$는 점 $(-1,\ 4)$를 꼭짓점으로 하고, 위로 볼록한 포물선이므로 **최솟값은 없고, 최댓값은 $x=-1$일 때, 4이다.**

(3) $y=2x^2-4x=2(x-1)^2-2$이므로 이 함수의 그래프는 점 $(1,\ -2)$를 꼭짓점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다. 따라서 주어진 이차함수의 **최솟값은 $x=1$일 때 -2이고, 최댓값은 없다.**

(4) $y=-\frac{1}{3}x^2+2x+1=-\frac{1}{3}(x-3)^2+4$이므로 이 함수의 그래프는 점 $(3,\ 4)$를 꼭짓점으로 하는 위로 볼록한 포물선이다. 따라서 주어진 이차함수의 **최솟값은 없고, 최댓값은 $x=3$일 때 4이다.**

대/단/원 평가 문제

1

목표| 두 방정식의 해가 서로 같을 때, a의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $5x-3=3x+1$에서 $x=2$

$x=2$를 $a(2x-1)=8$에 대입하면 성립하므로

$a(2\times2-1)=8,\ a=\dfrac{8}{3}$ 답 ①

2

목표| 일차함수의 그래프의 성질을 알게 한다.

풀이| ⑤ 기울기가 같고, y절편이 다르므로 평행하다. 답 ⑤

3

목표| 일차함수의 그래프의 성질을 알게 한다.

풀이| $-\dfrac{1}{b}>0$에서 $b<0$

$\dfrac{c}{b}>0$에서 $c<0$ 답 ③

교과서 200 쪽

대/단/원 평가 문제

선택형

1 x에 대한 두 방정식 $5x-3=3x+1$과 $a(2x-1)=8$의 해가 서로 같을 때, 상수 a의 값은?

① $\frac{8}{3}$ ② 3 ③ $\frac{10}{3}$ ④ $\frac{11}{3}$ ⑤ 4

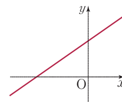
2 다음 중에서 일차함수 $y=-2x+5$의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 기울기는 $\frac{1}{2}$이다.
② y절편은 -2이다.
③ x절편은 5이다.
④ 제2사분면을 지나지 않는다.
⑤ 일차함수 $y=-2x-3$의 그래프와 평행하다.

3 일차함수

$y=-\frac{1}{b}x+\frac{c}{b}$

의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, 다음 중에서 옳은 것은?



① $b>0,\ c>0$ ② $b>0,\ c<0$
③ $b<0,\ c<0$ ④ $b<0,\ c>0$
⑤ $b>0,\ c=0$

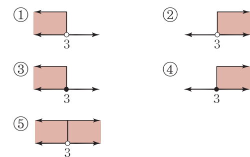
4 연립일차방정식 $\begin{cases}4x-3y=1 & \cdots\cdots㉠\\ 3x-2y=4 & \cdots\cdots㉡\end{cases}$ 에서 y를 소거하려고 한다. 다음 중 필요한 식은?

① ㉠×2−㉡×3 ② ㉠×3−㉡×2
③ ㉠×3−㉡×4 ④ ㉠×2+㉡×3
⑤ ㉠×3+㉡×4

5 다음 중에서 연립일차방정식의 두 그래프와 해에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 수직으로 만나면 해는 무수히 많다.
② 한 점에서 만나면 해는 하나이다.
③ 평행하면 해는 없다.
④ 일치하면 해는 무수히 많다.
⑤ 기울기가 같고, y절편이 다르면 해는 없다.

6 부등식 $-3x+1>-8$의 해를 수직선 위에 나타내면?



7 부등식 $2x-4<x+1\le3(x-1)$을 만족시키는 모든 정수의 합은?

① 7 ② 8 ③ 9
④ 10 ⑤ 11

4

목표| 가감법을 이용할 수 있게 한다.

풀이| y의 계수의 최소공배수 6이 되도록 ㉠에 2를 곱하고, ㉡에 3을 곱하여 뺀다. 즉, 필요한 식은 ㉠×2−㉡×3이다. 답 ①

5

목표| 일차함수의 그래프와 연립일차방정식의 관계를 알게 한다.

풀이| ① 수직으로 만나면 해는 하나이다. 답 ①

6

목표| 부등식의 해를 수직선 위에 나타낼 수 있게 한다.

풀이| $-3x+1>-8$에서 $-3x>-9,\ x<3$ 답 ①

7

목표| $A<B<C$ 꼴의 연립일차부등식을 만족시키는 정수의 합을 구할 수 있게 한다.

풀이| 주어진 부등식은 $\begin{cases}2x-4<x+1\\ x+1\le3(x-1)\end{cases}$ 과 같다.

이 연립일차부등식을 풀면 $2\le x<5$

따라서 구하는 정수의 합은 $2+3+4=9$ 답 ③

8

목표| 이차방정식이 중근을 가질 때, 미지수의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $x^2-6x+2a-3$이 완전제곱식이 되어야 하므로

$2a-3=\left(\dfrac{-6}{2}\right)^2,\ a=6$ 답 ⑤

9

목표| 그래프를 보고 이차함수 $y=a(x-p)^2$에서 a, p의 부호를 구할 수 있게 한다.

풀이| 그래프가 위로 볼록하므로 $a<0$

꼭짓점이 y축보다 오른쪽에 있으므로 $p>0$ 답 ②

10

목표| 이차함수의 그래프에서 x의 값이 증가할 때, y의 값이 감소하는 x값의 범위를 구할 수 있게 한다.

풀이| $y=-x^2+6x+3=-(x-3)^2+12$의 그래프는 꼭짓점이 $(3,\ 12)$이고 위로 볼록한 포물선이다.

따라서 구하는 범위는 $x>3$ 답 ③

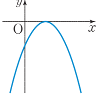
교과서 201 쪽

[해답 p.254]

8 이차방정식 $x^2-6x+2a-3=0$이 중근을 가질 때, 상수 a의 값은?

① 2　② 3　③ 4
④ 5　⑤ 6

9 오른쪽 그림은 이차함수 $y=a(x-p)^2$의 그래프이다. a, p의 부호는?



① $a<0$, $p<0$
② $a<0$, $p>0$
③ $a>0$, $p<0$
④ $a>0$, $p>0$
⑤ $a<0$, $p=0$

10 이차함수 $y=-x^2+6x+3$에서 x의 값이 증가할 때, y의 값이 감소하는 x값의 범위는?

① $x>0$　② $x<3$
③ $x>3$　④ $x<6$
⑤ $0<x<6$

서답형

11 점 $(2,\ -1)$을 지나는 직선 $y=3x+a$에 대하여 점 $(3,\ b)$가 이 직선 위에 있을 때, 상수 b의 값을 구하여라.

12 연립일차방정식 $\begin{cases} 6x+2y=1 \\ y=ax-2 \end{cases}$의 해가 없을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

13 다음 연립일차부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내어라.

(1) $5x+2<3x-2<x$

(2) $\begin{cases} 4x+5\le 2x+9 \\ 3x+1>2x+3 \end{cases}$

14 이차방정식 $(x-3)(x+5)=48$의 두 근의 차를 구하여라.

|서|술|형|

15 다음 두 연립일차방정식의 해가 같을 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

$$\begin{cases} x+y=-5 \\ x+by=7 \end{cases},\quad \begin{cases} 2x-7y=-1 \\ -3x+y=a \end{cases}$$

|서|술|형|

16 최솟값은 $x=-1$일 때 -3이고, 그래프가 점 $(1,\ 5)$를 지나는 이차함수 $y=ax^2+bx+c$에 대하여 세 상수 a, b, c의 합 $a+b+c$의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.

11

목표 | 일차함수의 식을 이용하여 미지수를 구할 수 있게 한다.

풀이 | 직선 $y=3x+a$가 점 $(2,\ -1)$을 지나므로 $a=-7$
점 $(3,\ b)$가 직선 $y=3x-7$ 위에 있으므로 $b=2$　답 2

12

목표 | 해가 없는 연립일차방정식의 계수를 구할 수 있게 한다.

풀이 | $y=ax-2$에서　$-2ax+2y=-4$
해를 갖지 않아야하므로 $-2a=6$, $a=-3$　답 $a=-3$

13

목표 | 여러 가지 연립일차부등식을 풀 수 있게 한다.

풀이 | (1) $5x+2<3x-2$에서　$x<-2$
$3x-2<x$에서　$x<1$
따라서 구하는 해는　$x<-2$

(2) $4x+5\le 2x+9$에서　$x\le 2$
$3x+1>2x+3$에서　$x>2$
따라서 구하는 해는 없다.

답 (1) $x<-2$　(2) 해는 없다.

14

목표 | 이차방정식을 풀고 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | $(x-3)(x+5)=48$의 두근은
$x=-9$ 또는 $x=7$
따라서 두 근의 차는　$7-(-9)=16$　답 16

15

목표 | 해가 같은 두 연립일차방정식의 계수를 구할 수 있게 한다.

풀이 | 두 연립일차방정식의 해는
$\begin{cases} x+y=-5 \\ 2x-7y=-1 \end{cases}$의 해와 같으므로
$x=-4$, $y=-1$
$x=-4$, $y=-1$을 $x+by=7$과 $-3x+y=a$에 각각 대입하면　$b=-11$, $a=11$
$a+b=0$　답 0

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소	배점
해결 과정	두 연립방정식의 해 구하기	40%
	a, b의 값 구하기	40%
답 구하기	$a+b$의 값 구하기	20%

16

목표 | 이차함수의 식을 구할 수 있게 한다.

풀이 | $y=ax^2+bx+c$는 $x=-1$일 때 최솟값 -3을 가지므로　$y=a(x+1)^2-3$
그래프가 점 $(1,\ 5)$를 지나므로　$5=a(1+1)^2-3$, $a=2$
따라서 $y=2(x+1)^2-3=2x^2+4x-1$에서
$a=2$, $b=4$, $c=-1$이므로　$a+b+c=5$　답 5

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소	배점
해결 과정	$y=a(x+1)^2-3$으로 나타내기	30%
	a의 값 구하기	30%
	$y=2x^2+4x-1$로 나타내기	20%
답 구하기	$a+b+c$의 값 구하기	20%

컴퓨터의 활용

컴퓨터로 이차함수의 그래프를 그려 보자.

컴퓨터를 활용하여 이차함수의 그래프에 대한 다양한 학습 활동과 흥미 있는 경험을 할 수 있다. 적절한 소프트웨어를 이용하여 이차함수의 그래프에 대하여 알아보자.

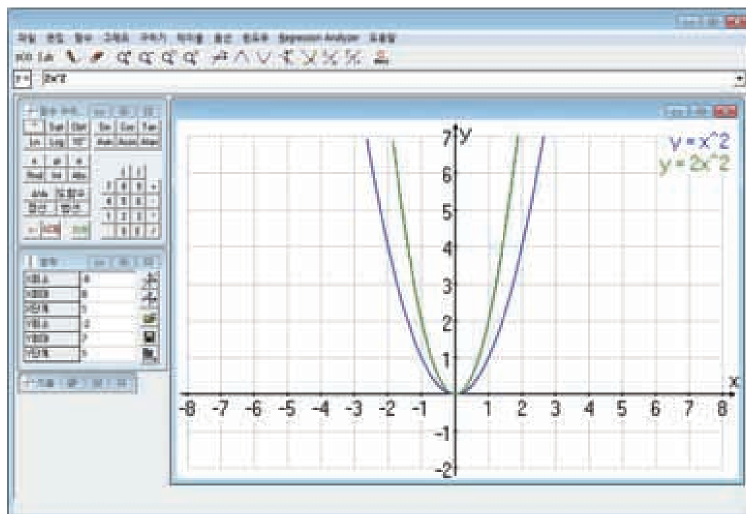
1 \ 이차함수 $y=x^2$, $y=2x^2$의 그래프를 하나의 좌표평면 위에 그려 보자.

(1) 이차함수 $y=x^2$의 그래프를 그려 보자.

이차함수 $y=x^2$의 그래프를 그리기 위하여 초기 화면의 수식 입력란에 'x^2'를 입력하고, 아이콘 을 누르거나 Enter 를 누르면 그래프 창에 그래프가 그려진다.

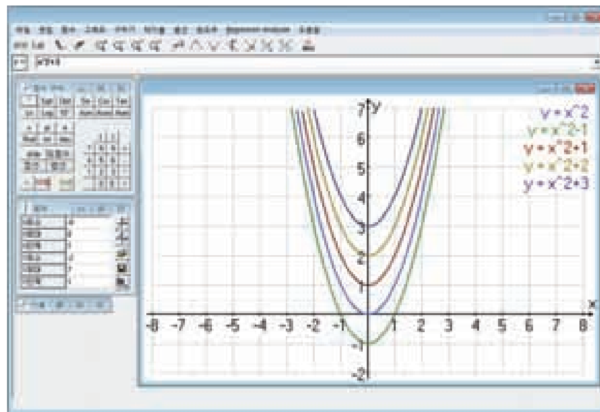
(2) 이차함수 $y=2x^2$의 그래프를 그려 보자.

이차함수 $y=x^2$의 그래프가 그려진 상태에서 수식 입력란에 '2x^2'를 입력하고, 아이콘 을 누르거나 Enter 를 누르면 그래프 창에 이차함수 $y=2x^2$의 그래프가 함께 그려진다.

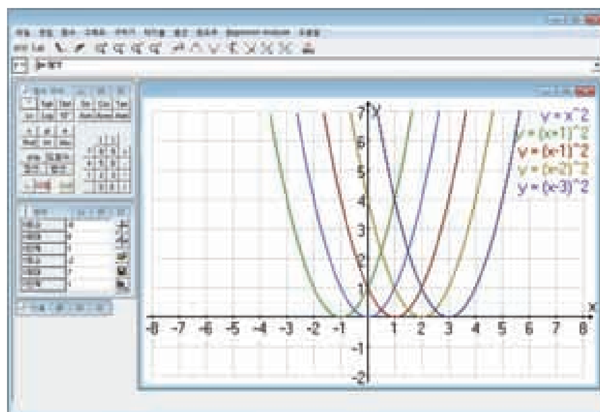


2 \ 이차함수의 그래프에 대하여 알아보자.

(1) 이차함수 $y=x^2$, $y=x^2-1$, $y=x^2+1$, $y=x^2+2$, $y=x^2+3$의 그래프를 하나의 좌표평면 위에 그려 보면, $y=x^2+q$의 그래프는 모두 $y=x^2$의 그래프를 y축의 방향으로 q만큼 평행이동한 것임을 알 수 있다.



(2) 이차함수 $y=x^2$, $y=(x+1)^2$, $y=(x-1)^2$, $y=(x-2)^2$, $y=(x-3)^2$의 그래프를 하나의 좌표평면 위에 그려 보면, $y=(x-p)^2$의 그래프는 모두 $y=x^2$의 그래프를 x축의 방향으로 p만큼 평행이동한 것임을 알 수 있다.



프랑스 파리에 있는 루브르 박물관 앞의 유리 피라미드 조형물은
루브르 박물관을 대표하는 조형물이다.

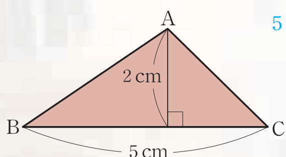
피타고라스 정리와 삼각비

준비학습

초등 삼각형의 넓이

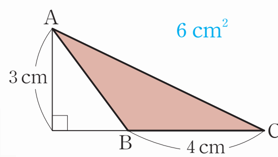
1 다음 그림과 같은 삼각형 ABC의 넓이를 구하여라.

(1)



5 cm²

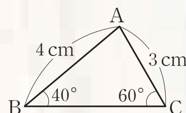
(2)

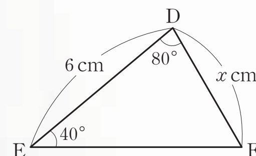


6 cm²

중② 닮은 도형의 성질

2 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$일 때, x의 값을 구하여라. $\frac{9}{2}$





단원의 지도 목표

1. 피타고라스 정리

① 피타고라스 정리를 이해하게 한다.
② 평면에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있게 한다.
③ 피타고라스 정리를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있게 한다.

2. 삼각비

① 삼각비의 뜻을 알고 간단한 삼각비의 값을 구할 수 있게 한다.
② 삼각비를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

① 삼각비 사이의 관계는 다루지 않는다.
② 삼각비의 값은 0°에서 90°까지의 각도에 대한 것을 다룬다.

교수 · 학습의 계열

본 단원	후속 학습
1. 피타고라스 정리 피타고라스 정리 평면도형에의 활용 입체도형에의 활용 **2. 삼각비** 삼각비의 뜻 삼각비의 값 거리 구하기 넓이 구하기	**[수학 Ⅰ]** 두 점 사이의 거리 **[미적분 Ⅱ]** 삼각함수

단원의 차시별 지도 계획

중단원	소단원	차시	교과서(쪽)	지도 내용	용어와 기호
단원의 개관		1~3	204~205	• 단원의 개관 • 준비 학습	
1. 피타고라스 정리	중단원 도입		206	• 피타고라스 정리의 발견	
	01 피타고라스 정리		207~212	• 피타고라스 정리	피타고라스 정리
	02 평면도형에의 활용	4~5	213~217	• 평면도형에의 활용	두 점 사이의 거리, 중점
	03 입체도형에의 활용	6	218~220	• 입체도형에의 활용	
	중단원 마무리	7	221	• 정리 확인 학습	
2. 삼각비	중단원 도입	8	222	• 굴절	
	01 삼각비의 뜻		223~226	• 삼각비의 뜻	
	02 삼각비의 값	9~10	227~232	• $30°$, $45°$, $60°$의 삼각비의 값 • 임의의 예각에 대한 삼각비의 값	사인, 코사인, 탄젠트, 삼각비, $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$
	03 거리 구하기	11	233~235	• 거리 구하기	
	04 넓이 구하기	12	236~238	• 도형의 넓이 구하기	
	중단원 마무리	13	239	• 정리 확인 학습	
단원 마무리		14	240~241	• 대단원 평가 문제	

단원의 이론적 배경

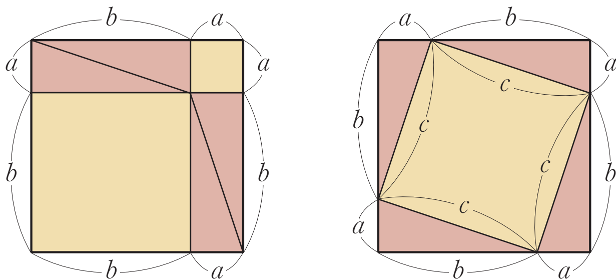
1. 피타고라스 정리

전통적으로 오늘날 피타고라스 이름을 따서 붙인 직각삼각형에 대한 정리는 피타고라스가 독립적으로 발견하였다는 데에 대부분 동의하고 있다. 이 정리는 1000년 이상 이전에 이미 함무라비 시대의 바빌로니아 인들에게 알려져 있었으나 최초의 일반적인 증명은 피타고라스에 의해 주어졌다고 해도 무방할 것이다.

피타고라스가 만든 것으로 추측되는 많은 증명들이 있긴 하지만 일반적으로 다음에서 예증하고 있듯이 분할법에 의한 증명이었을 것이다.

a, b, c(c가 빗변의 길이)가 주어진 직각삼각형의 세 변의 길이일 때, 한 변의 길이가 $a+b$인 두 정사각형을 살펴보자.

다음의 왼쪽 정사각형은 여섯 부분으로 나누어져 있고, 오른쪽 정사각형은 다섯 부분으로 나누어져 있다. 따라서 직각삼각형의 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 나머지 두 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형의 넓이의 합과 같다.



오른쪽 분할의 가운데 부분이 한 변의 길이가 c인 정사각형임을 증명하기 위해서는 직각삼각형의 내각의 합이 직각의 2배와 같다는 사실을 이용해야 한다.

피타고라스 시대 이래로 피타고라스 정리에 대한 수많은 증명이 나왔으며 루미스(Loomis, E. S.)는 그의 책 "피타고라스 정리"의 제2판에서 이 정리에 대한 370여 개의 증명을 모아서 분류한 바 있다.

피타고라스 정리와 밀접하게 결부된 문제가 하나 있는데 그것은 직각삼각형의 세 변이 될 수 있는 정수 a, b, c의 쌍을 발견하는 것이다. 이를 피타고라스의 수(Pythagorean number)라고 부르는데 고대 바빌로니아 인들이 이미 이를 계산하는 방법을 알고 있었을 것이라는 상당히 설득력 있는 증거가 있다.

한편 피타고라스학파가 만든 것으로 여겨지는 공식

$$m^2+\left(\frac{m^2-1}{2}\right)^2=\left(\frac{m^2+1}{2}\right)^2$$

에서도 임의의 홀수 m에 대하여 이 항들이 피타고라스의 수를 만들어 낸다.

피타고라스의 수 a, b, c가 1 이외의 공약수를 가지지 않으면 원시 피타고라스의 수라고 하는데, 원시 피타고라스의 수는 다음과 같은 매개변수방정식으로 찾을 수 있다.

$$a=2uv,\ b=u^2-v^2,\ c=u^2+v^2$$

(u, v는 서로소, u, v 동시에 홀수는 아님, $u>v$)

2. 인도와 아라비아의 삼각법

인도의 수학이 이룬 가장 큰 업적은 정수에 대한 현대적인 기수법을 발전시켰다는 것과 그리스의 현표를 대신하는 삼각법의 사인함수에 해당하는 것을 도입하였다는 것이다.

그중에서 현재 사인함수의 표는 "싯단타"와 "아리아바티야"에 남아 있는 것이 가장 오래되었다. 굽타 왕조 체제 하의 산스크리스트 문화의 산물이라고 할 수 있는 '싯단타스(천문학)'는 "파울리사 싯단타", "수리아 싯단타", "파이타마하 싯단타", "로만카 싯단타", "바시시스

타 싯단타"의 서로 다른 다섯 개의 저서로 되어 있는데, 그중에서 400년경에 쓰여진 "수리아 싯단타(태양계)" 만이 온전하게 남아 있다. 특히 "파울리사 싯단타"는 다른 싯단타보다 먼저 작성된 것으로 여겨지고 있으며, "싯단타"의 일부와 프톨레마이오스(Ptolemaeos ; ?85~?165)의 삼각법과 천문학 사이에서 발견되는 유사점을 쉽게 설명하고 있다. 이런 점에서 고대 인도인들은 이미 사인이라는 현대 삼각법의 기초를 사용한 것으로 추정된다.

프톨레마이오스

$\left(3\frac{3}{4}\right)^\circ$의 사인값에 대하여 "싯단타"와 "아리아바티야"는 호의 단위수, 즉 $60\times3\frac{3}{4}=225$를 사용하고 있는데, 이것은 현대 기하학의 의미에서 보면 아주 작은 각의 사인값은 그 각을 호도법으로 측정한 값과 거의 같음을 의미한다.

그리고 인도인들은 사인표를 완성하기 위해서 각각의 사인값을 항으로 하는 수열 s_n의 합 S_n에 대하여 다음과 같은 점화식을 사용하였다.

$$s_{n+1}=s_n+s_1-\frac{S_n}{s_1}$$

이 점화식을 사용하면 여러 가지 크기의 각에 대한 사인값을 구할 수 있으며 $\sin 90^\circ=3438$까지 유도된다. 그리고 이렇게 구한 수표의 각 항을 3438로 나누어 보면 그 결과가 오늘날의 삼각함수의 표의 값과 거의 일치함을 알 수 있다.

천문학의 계산을 위해 아라비아에서는 두 종류의 삼각법을 적용하였다. 그것은 "알마게스트(Almagest)"에 보이는 그리스의 현의 기하학과 "신드힌드(Sindhind)"에서 유래하는 인도의 사인표인데, 이 두 종류의 삼각법은 오랜 시간의 논쟁을 거친 끝에 인도의 삼각법 쪽이 채택되었다. 그리고 대부분의 아라비아의 삼각법은 사인함수를 바탕으로 확립되었으며 이후 서양 세계로 전파되었다.

사인은 알바타니(Al-Battani ; ?858~929)의 천문학에서 전파되기 시작하였는데, "천체의 운행"이라는 그의 저서에는 다음과 같은 공식이 제시되어 있다.

$$b=\frac{a\sin(90^\circ-A)}{\sin A}$$

이런 공식들은 고대 측량술과 측정 기술에 머물던 삼각법이 현대의 수학적 삼각법에 가까워지는 통로가 된다고 할 수 있다.

아라비아의 삼각법은 사인함수에서 탄젠트를 이끌어 냈고, 인도의 사인함수와는 달리 일반적으로 단위원을 사용함으로써 좀 더 체계적인 형식을 갖춘 것이었으며 배각이나 반각의 공식 등과 같은 정리를 증명해 놓았다.

차시별 교수 · 학습 과정안 (예시)

대단원		III. 피타고라스 정리와 삼각비	쪽수	교과서 204~209쪽
소단원		1. 피타고라스 정리 01 피타고라스 정리	차시	1/14
학습 목표		피타고라스 정리를 이해한다.		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동		교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	◯ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ◯ 중단원 도입 글을 읽고 단원 과제를 발문하여 이번 중단원을 학습하면서 이 과제를 해결할 수 있음을 암시한다. ◯ 피타고라스학파에 대하여 소개한다. ◯ 이번 차시의 학습 목표를 제시한다. • 피타고라스 정리를 이해한다.		모둠 학습을 위한 소집단을 사전에 편성한다.
전개	탐구 활동 개념 학습 문제 해결	◯ 생각 열기를 읽고, 탐구 활동을 모둠별로 해결하도록 한다. ◯ 탐구 활동 결과를 발표하게 하고, 보충 설명을 한다. ◯ 학습 내용 설명 • **피타고라스 정리** $\angle C=90^{\circ}$인 직각삼각형 ABC에서 빗변의 길이를 c, 나머지 두 변의 길이를 각각 a, b라고 하면 $a^2+b^2=c^2$ ◯ 문제 1번과 사고력 기르기를 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		
정리	학습 내용 정리 차시 예고	◯ 본시의 학습 내용을 정리한다. ◯ 다음 차시를 예고한다. • 피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 변의 길이를 구할 수 있다.		

차시별 교수 · 학습 과정안 (예시)

대단원		III. 피타고라스 정리와 삼각비	쪽수	교과서 210쪽
소단원		1. 피타고라스 정리　01 피타고라스 정리	차시	2/14
학습 목표		피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 변의 길이를 구할 수 있다.		
단계	학습 과정	교수 · 학습 활동		교수 · 학습상의 유의점
도입	선수 학습 확인 동기 유발 학습 목표 제시	➲ 이전에 학습한 내용을 간단히 확인, 점검한다. ➲ 피타고라스 정리에 대하여 발문한다. ➲ 이번 차시의 학습 목표를 제시한다. • 피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 변의 길이를 구할 수 있다.		
전개	개념 학습 문제 해결	➲ 학습 내용 설명 • **피타고라스 정리를 이용하여 삼각형의 변의 길이를 구하기** 직각삼각형에서 세 변 사이에 $a^2+b^2=c^2$인 관계가 있으면 $c=\sqrt{a^2+b^2}$ $b=\sqrt{c^2-a^2}$ $a=\sqrt{c^2-b^2}$ ➲ 예제 01을 설명한다. ➲ 문제 2번을 풀게 한다. 정답을 확인하고, 보충 설명을 한다.		
정리	학습 내용 정리 차시 예고	➲ 본시의 학습 내용을 정리한다. ➲ 다음 차시를 예고한다. • 삼각형의 변의 길이를 이용하여 직각삼각형을 판별할 수 있다.		

1 피타고라스 정리

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 피타고라스 정리를 이해하게 한다.

② 평면에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있게 한다.

③ 피타고라스 정리를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
01 피타고라스 정리	피타고라스 정리
02 평면도형에의 활용	평면도형에의 활용
03 입체도형에의 활용	입체도형에의 활용
중단원 마무리	정리 확인 학습

들어가면서 고대 이집트에서는 나일 강이 자주 범람하여 어느 곳이 누구의 땅인지 구별하기 어려울 때가 많았다. 이집트에서는 이와 같은 문제를 해결하기 위하여 똑같은 간격으로 매듭을 지은 밧줄로 세 변의 길이의 비가 3 : 4 : 5인 직각삼각형을 만들어 활용하였다. 이 단원에서는 직각삼각형의 세 변의 길이에 관한 피타고라스 정리와 이를 활용하는 방법에 대하여 지도한다.

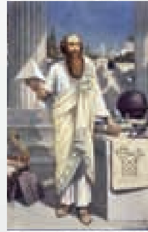
성취 기준과 성취 수준

성취 기준		성취 수준
1. 피타고라스 정리를 이해한다.	상	피타고라스 정리를 이해하고, 피타고라스 정리가 성립하는 이유를 설명할 수 있다.
	중	피타고라스 정리를 이해하고, 직각삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계식을 구할 수 있다.
	하	직각삼각형의 세 변의 길이의 관계를 말할 수 있다.
2. 평면에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.	상	평면(좌표평면, 평면도형, 입체도형의 전개도, 지도 등)에서 두 점 사이의 거리를 구하고, 그 원리를 설명할 수 있다.
	중	평면에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.
	하	좌표평면에서 원점과 다른 한 점 사이의 거리를 구할 수 있다.
3. 피타고라스 정리를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.	상	피타고라스 정리를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.
	중	문제 안에서 직각삼각형이 분명히 드러나고, 식을 세우기 위한 특별한 배경 지식이 필요하지 않으며, 풀이가 간단한 문제를 피타고라스 정리를 활용하여 해결할 수 있다.
	하	문제 안에서 직각삼각형이 분명히 드러나고, 식을 세우기 위한 특별한 배경 지식이 필요하지 않으며, 풀이가 간단한 평면도형에 관한 문제를 피타고라스 정리를 활용하여 해결할 수 있다.

교과서 206 쪽

1 피타고라스 정리

피타고라스 정리의 발견



기원전 500년, 피타고라스는 모든 직각삼각형은 밑변의 길이를 제곱한 것과 높이의 길이를 제곱한 것을 더하면 빗변의 길이의 제곱이 된다는 사실을 발견하였고, 이 정리는 '피타고라스 정리'라고 이름 붙여졌다.

그런데 피타고라스 정리는 동양에서 더 일찍 발견되었다. 이 정리의 동양판 이름은 '구고현의 정리'이다. 중국의 진자가 '구고현의 정리'를 발견한 것이 약 3000년 전, 그리스에서 피타고라스가 그의 정리를 발견하고 증명해낸 것이 약 2500년 전이므로 동양 쪽이 약 500년 앞선 것이다. 또 피타고라스 정리는 인류 문명의 곳곳에서 각각 독자적으로 발견되었다. 메소포타미아에서 약 3500년 전에 쐐기 문자로 만든 수학책에도 이 정리에 대한 내용이 나와 있으며, 인도 문명과 이집트 문명에서도 나타난다.

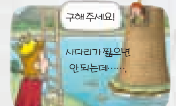
인류의 4대 문명들이 모두 피타고라스 정리를 독자적으로 발견했다는 사실에서 피타고라스 정리가 꼭 필요한 지식이었다는 것을 짐작할 수 있다. 고대 메소포타미아와 이집트에서는 직각을 만들기 위해 3, 4, 5의 길이로 나누어 표시를 한 밧줄을 이용했다고 한다.

단원 과제

이 단원을 배우면서 다음 과제를 해결하여 보자.

212 쪽

공주가 무사히 빠져 나오기 위해 필요한 사다리의 길이를 어떻게 구할까?



교과서 207 쪽

01 피타고라스 정리

● 피타고라스 정리를 이해한다.

피타고라스 정리란 무엇인가?

생각 열기

피타고라스

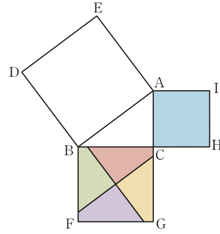
고대 그리스의 수학자 피타고라스(Pythagoras; ?B.C. 569~?B.C. 475)는 이오니아의 사모스 섬에서 태어났으며 이탈리아 남부의 한 도시 크로톤에 '피타고라스 학교'를 세우고 피타고라스학파를 이루었다. 그는 음악과 수학으로 우주의 질서를 설명할 수 있다고 믿었으며, 특히 직각삼각형에 대한 많은 연구를 하였다.

탐구 활동

● 페리갈(Perigal, H. Jr. : 1801~1898)이 1837년에 피타고라스 정리가 성립함을 설명한 방법이다.

오른쪽 그림은 직각삼각형 ABC의 빗변이 아닌 두 변 AC와 BC를 한 변으로 하는 두 정사각형을 총 다섯 조각으로 나눈 것이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 이 조각들로 빗변 AB를 한 변으로 하는 정사각형을 채워 보자.
2. 세 정사각형의 넓이 사이에는 어떤 관계가 있는지 말하여 보자.



탐구 활동에서 직각삼각형 ABC의 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 빗변이 아닌 두 변을 각각 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이의 합과 같다는 것을 알아보았다. 즉,

$$\square ABDE = \square BFGC + \square ACHI$$

이다.

그런데 정사각형의 넓이는 한 변의 길이의 제곱과 같으므로 직각삼각형 ABC의 세 변의 길이 사이에는

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$$

이 성립함을 알 수 있다.

3. 삼각형의 세 변의 길이가 각각 a, b, c일 때, $a^2+b^2=c^2$인 관계가 성립하면 주어진 삼각형이 직각삼각형인 것뿐만 아니라 빗변의 길이가 c인 직각삼각형임을 알게 한다.

새로 나온 용어와 기호

• 피타고라스 정리(Pythagorean theorem)

생각 열기 참/고/자/료

피타고라스는 크로톤에 피타고라스 학교를 세우고 철학, 수학, 자연 과학 등을 연구하였는데 이 단체를 '피타고라스학파'라고 한다. 이곳의 규율은 매우 엄격하였는데, 그들이 발견한 수학적 비밀을 회원이 아닌 사람에게는 절대로 알리지 않도록 하였으며 어떠한 기록도 남기는 것을 허용하지 않았다. 피타고라스학파는 만물의 근원을 수로 보았으며 수학, 음악, 천문학 분야에 많은 업적을 남겼다.

01 피타고라스 정리

소단원 지도 목표

① 피타고라스 정리를 이해하고 설명할 수 있게 한다.
② 직각삼각형의 변의 길이를 구할 수 있게 한다.
③ 삼각형의 세 변의 길이를 이용하여 직각삼각형임을 판별할 수 있게 한다.

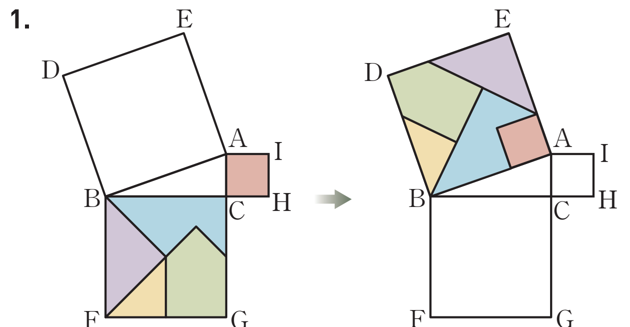
교수 · 학습상의 유의점

1. 구체적인 도형을 통하여 피타고라스 정리를 직관적으로 이해시킨 후 논리적으로 성립함을 보일 수 있게 한다.
2. 삼각형의 세 변의 길이를 이용하여 직각삼각형임을 판별하는 것은 피타고라스 정리의 역을 이용하는 것이지만 '역'이라는 용어는 "기초 수학"에서는 다루지 않음을 유의한다. 대신 이를 직관적으로 이해하게 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 직각삼각형 ABC의 빗변이 아닌 두 변을 한 변으로 하는 두 정사각형의 퍼즐 조각을 빗변을 한 변으로 하는 정사각형에 채워 봄으로써 피타고라스 정리를 이해하게 하려는 것이다.

1.

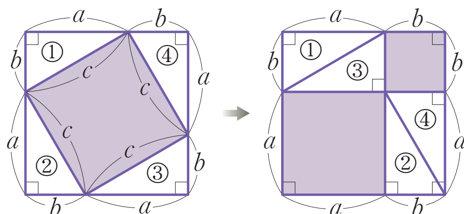


2. 직각삼각형의 빗변이 아닌 두 변을 한 변으로 하는 두 정사각형의 넓이의 합이 빗변을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이와 같다.

본문 해설

❶ □AGHB는 네 변의 길이가 같고, 한 내각의 크기가 90°이므로 정사각형이다.

❷ $a^2+b^2=c^2$이 성립하는 것을 다른 방법으로 보일 수 있다.
다음의 왼쪽 그림에서 네 개의 직각삼각형을 ①, ②, ③, ④라 하고, 직각삼각형 ②, ③, ④를 다음의 오른쪽 그림과 같이 이동한다. 이때 다음 두 그림에서 색칠한 부분의 넓이는 같으므로 $a^2+b^2=c^2$이다.



교과서 208 쪽

이제 오른쪽 그림과 같이 ∠C=90°인 직각삼각형 ABC에서 빗변의 길이를 c, 나머지 두 변의 길이를 각각 a, b라고 할 때,

$$a^2+b^2=c^2$$

이 성립함을 알아보자.

직각삼각형 ABC의 두 변 AC, BC를 각각 연장하여 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 $a+b$인 정사각형 CDEF를 만들고

$$\overline{DG}=\overline{EH}=b$$

인 점 G, H를 잡으면 네 개의 직각삼각형 ABC, GAD, HGE, BHF는 대응하는 두 변의 길이가 각각 같고, 그 끼인각의 크기가 같으므로 서로 합동이다. 즉,

$$\triangle ABC \equiv \triangle GAD \equiv \triangle HGE \equiv \triangle BHF$$

이므로

$$\overline{BA}=\overline{AG}=\overline{GH}=\overline{HB}=c \quad \cdots\cdots ①$$

$$\angle ABC=\angle GAD \quad \cdots\cdots ②$$

이다. 그런데

$$\angle CAB+\angle ABC=90°$$

이므로 ②에 의하여

$$\angle CAB+\angle GAD=90°$$

$$\angle BAG=90° \quad \cdots\cdots ③$$

이다.

❶ 따라서 ①, ③에 의하여 □AGHB는 한 변의 길이가 c인 정사각형이므로 □CDEF는 서로 합동인 네 개의 직각삼각형과 한 개의 정사각형으로 나눌 수 있다. 즉,

$$□CDEF=4\times\triangle ABC+□AGHB$$

이므로

$$(a+b)^2=4\times\frac{1}{2}ab+c^2$$

이고, 이 식을 정리하면

$$a^2+2ab+b^2=2ab+c^2$$

❷ $$a^2+b^2=c^2$$

이다.

읽/기/자/료 제곱근 기호

직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 있는 세 개의 자연수 a, b, c를 피타고라스의 수(Pythagorean number)라고 한다.
일반적으로 세 자연수 a, b, c가
$a=m^2-n^2$, $b=2mn$, $c=m^2+n^2$ $(m>n>0)$
이면 a, b, c는 피타고라스의 수이다.
이것이 성립함을 설명하면 다음과 같다.
$m^2-n^2<m^2+n^2$이므로 $a<c$
$(m-n)^2=m^2-2mn+n^2>0$에서
$m^2+n^2>2mn$이므로 $c>b$
따라서 c가 가장 긴 변의 길이이고, 다음을 알 수 있다.

$$a^2=(m^2-n^2)^2=m^4-2m^2n^2+n^4$$
$$b^2=(2mn)^2=4m^2n^2$$
$$c^2=(m^2+n^2)^2=m^4+2m^2n^2+n^4$$
$$a^2+b^2=m^4-2m^2n^2+n^4+4m^2n^2$$
$$=m^4+2m^2n^2+n^4$$
$$=(m^2+n^2)^2$$
$$=c^2$$

이로써 다음과 같이 피타고라스의 수를 찾을 수 있다.

m	n	a	b	c
		m^2-n^2	$2mn$	m^2+n^2
2	1	3	4	5
3	1	8	6	10
3	2	5	12	13
4	1	15	8	17
4	2	12	16	20
4	3	7	24	25
5	1	24	10	26
5	2	21	20	29
5	3	16	30	34
5	4	9	40	41

교과서 209 쪽

이상에서 직각삼각형의 직각을 낀 두 변의 길이의 제곱의 합은 빗변의 길이의 제곱과 같음을 알 수 있다.

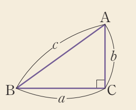
이와 같은 직각삼각형의 성질을 **피타고라스 정리**라고 한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

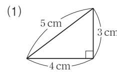
피타고라스 정리

직각삼각형 ABC에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 하면

$$a^2+b^2=c^2$$

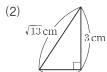


보기 (1)



$4^2+3^2=5^2$

(2)



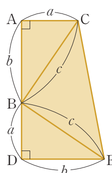
$2^2+3^2=(\sqrt{13})^2$

문제 1 오른쪽 그림에서 사다리꼴 ADEC는 합동인 두 직각삼각형 ABC와 DEB를 붙여서 만든 것이다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 사다리꼴의 넓이를 구하여라.

(2) 세 개의 삼각형 ABC, DEB, CBE의 넓이를 각각 구하여라.

(3) (1)과 (2)를 이용하여 피타고라스 정리가 성립함을 설명하여라.



미국의 20대 대통령인 가필드(Garfield, J. A. : 1831~1881)가 1876년에 피타고라스 정리가 성립함을 설명한 방법이다.

사고력 기르기

▸추론
의사소통
문제 해결

다음은 삼각형의 닮음을 이용하여 피타고라스 정리가 성립함을 설명한 것이다. □ 안에 알맞은 것을 써넣어 보자.

△ABC∽△ACD이므로

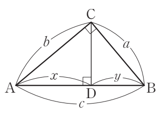
$c : b=b : x$, $b^2=$□

△ABC∽△CBD이므로

$c : a=a : y$, $a^2=$□

$a^2+b^2=c($□$)=c^2$

따라서 $a^2+b^2=c^2$이다.



사다리꼴 ADEC의 넓이는 세 개의 삼각형 ABC, DEB, CBE의 넓이의 합과 같으므로

$$ab+\frac{a^2+b^2}{2}=ab+\frac{c^2}{2}$$

따라서 $a^2+b^2=c^2$이다.

1

목표| 사다리꼴의 넓이를 이용하여 피타고라스 정리가 성립함을 설명할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\frac{1}{2}\times(a+b)\times(a+b)=\boldsymbol{\frac{a^2+2ab+b^2}{2}}$

(2) $\triangle ABC=\boldsymbol{\frac{1}{2}ab}$, $\triangle DEB=\boldsymbol{\frac{1}{2}ab}$

$\triangle ABC\equiv\triangle DEB$이므로 $\angle ACB=\angle DBE$

$\angle ABC+\angle ACB=90^\circ$, $\angle ABC+\angle DBE=90^\circ$

따라서 $\triangle CBE$는 $\angle CBE=90^\circ$인 직각이등변삼각형이므로 $\triangle CBE=\boldsymbol{\frac{1}{2}c^2}$

(3) (1)에서 사다리꼴 ADEC의 넓이는

$$\frac{a^2+2ab+b^2}{2}=ab+\frac{a^2+b^2}{2}$$

(2)에서 세 개의 삼각형의 넓이는

$\triangle ABC+\triangle DEB+\triangle CBE$

$$=\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}c^2=ab+\frac{c^2}{2}$$

사고력 기르기 추론

출제 의도| 닮은 삼각형을 이용하여 피타고라스 정리가 성립함을 설명하여 봄으로써 다양한 각도에서 피타고라스 정리를 생각해 보게 하기 위한 문제이다.

풀이| $\angle BCA=\angle CDA=90^\circ$이고

$\angle CAB=\angle DAC$이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle ACD$

$\angle BCA=\angle BDC=90^\circ$이고

$\angle CBA=\angle DBC$이므로

$\triangle ABC\backsim\triangle CBD$

$\triangle ABC\backsim\triangle ACD$이므로

$\overline{AB} : \overline{AC}=\overline{AC} : \overline{AD}$

$c : b=b : x$에서 $b^2=$ $\boxed{\boldsymbol{cx}}$ ……①

$\triangle ABC\backsim\triangle CBD$이므로

$\overline{AB} : \overline{BC}=\overline{CB} : \overline{BD}$

$c : a=a : y$에서 $a^2=$ $\boxed{\boldsymbol{cy}}$ ……②

①, ②에서 $a^2+b^2=c(\boxed{\boldsymbol{x+y}})=c^2$

따라서 $a^2+b^2=c^2$이다.

지/도/자/료

피타고라스 정리가 성립함을 보이는 방법은 수백 가지가 넘는다고 알려져 있다. 루미스(Loomis, E. S.)는 "피타고라스 정리"라는 책의 제2판에서 이 정리가 성립함을 보이는 370여 개의 방법을 모아 분류하였다. 현재에도 새로운 방법이 계속 발견되고 있다.

본문 해설

❶ 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 하면 피타고라스 정리에 의하여

$$a^2+b^2=c^2$$

이다.

이를 이용하면 a, b의 값을 알 때 c의 값을 구하는 식은

$$c=\sqrt{a^2+b^2}$$

임을 알 수 있다. 또 b, c의 값을 알 때 a의 값을 구하는 식은

$$a=\sqrt{c^2-b^2}$$

이고, a, c의 값을 알 때 b의 값을 구하는 식은

$$b=\sqrt{c^2-a^2}$$

임도 알 수 있다.

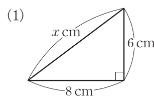
❷ 직각삼각형의 변의 길이가 자연수나 유리수가 아닌 무리수가 되는 경우도 있다.

교과서 210 쪽

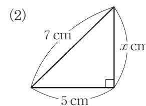
❶ 피타고라스 정리를 이용하면 직각삼각형에서 두 변의 길이를 알 때 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있다.

예제 01 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



풀이 (1) 피타고라스 정리에 의하여

$8^2+6^2=x^2$, $x^2=100$

$x=\pm10$

그런데 $x>0$이므로

$x=10$

(2) 피타고라스 정리에 의하여

$5^2+x^2=7^2$, $x^2=24$

$x=\pm2\sqrt{6}$

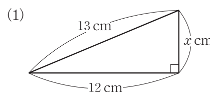
그런데 $x>0$이므로

❷ $x=2\sqrt{6}$

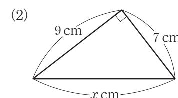
답 (1) 10 (2) $2\sqrt{6}$

문제 2 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



2

목표| 직각삼각형에서 두 변의 길이를 알 때 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 피타고라스 정리에 의하여

$12^2+x^2=13^2$, $x^2=13^2-12^2=25$

$x=\pm5$

그런데 $x>0$이므로 $\quad$ $\boldsymbol{x=5}$

(2) 피타고라스 정리에 의하여

$9^2+7^2=x^2$, $x^2=130$

$x=\pm\sqrt{130}$

그런데 $x>0$이므로 $\quad$ $\boldsymbol{x=\sqrt{130}}$

본문 해설

❸ 세 변의 길이가 각각 a, b, c인 삼각형에서 반드시 길이가 가장 긴 변의 길이의 제곱(c^2)과 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합(a^2+b^2)을 비교해야 한다. 그렇지 않으면 직각삼각형일지라도 피타고라스 정리의 등식($a^2+b^2=c^2$)이 성립하지 않을 수 있기 때문이다.

3

목표| 삼각형의 세 변의 길이를 이용하여 직각삼각형임을 판별할 수 있게 한다.

풀이| ㉠ $9^2+12^2=81+144=225=15^2$

㉡ $7^2+24^2=49+576=625=25^2$

㉢ $4^2+6^2=16+36=52\neq9^2$

㉣ $1^2+(\sqrt{3})^2=1+3=4=2^2$

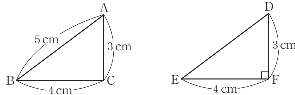
따라서 직각삼각형인 것은 ㉠, ㉡, ㉣이다.

교과서 211 쪽

지금까지 직각삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이의 제곱의 합은 빗변의 길이의 제곱과 같음을 살펴보았다.

이제 한 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합과 같은 삼각형은 직각삼각형인지 알아보자.

다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 3 cm, 4 cm, 5 cm인 삼각형 ABC와 빗변이 아닌 나머지 두 변의 길이가 각각 3 cm, 4 cm인 직각삼각형 DEF가 주어져 있다.



이때 삼각형 DEF는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

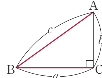
$$\overline{DE}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{cm})$$

이며 두 삼각형 ABC와 DEF는 대응하는 세 변의 길이가 각각 같으므로 서로 합동이다. 따라서 $\angle C=\angle F=90^\circ$이므로 삼각형 ABC도 직각삼각형이다.

❸ 이와 같이 세 변의 길이가 각각 a, b, c인 $\triangle ABC$에서

$$a^2+b^2=c^2$$

이 성립하면 $\triangle ABC$는 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형이다.



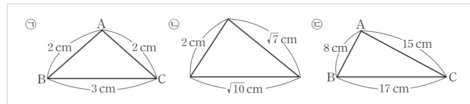
보기 세 변의 길이가 각각 6 cm, 8 cm, 10 cm인 삼각형은 $6^2+8^2=10^2$이므로 직각삼각형이다.

문제 3 세 변의 길이가 각각 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형인 것을 모두 찾아라.

● 가장 긴 변의 길이의 제곱과 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합을 비교한다.

㉠ 9 cm, 12 cm, 15 cm	㉡ 7 cm, 24 cm, 25 cm
㉢ 4 cm, 6 cm, 9 cm	㉣ 1 cm, $\sqrt{3}$ cm, 2 cm

문제 4 다음 그림과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형을 찾아라.



교과서 212 쪽

단원 과제

앞의 단원 과제에 대하여 다음을 해결하여 보자.

다음 만화를 보고 공주가 필요한 사다리의 길이를 어떻게 구하였는지 설명하여라.

4

목표| 삼각형의 세 변의 길이를 이용하여 직각삼각형임을 판별할 수 있게 한다.

풀이| ㉠ $2^2+2^2=4+4=8\neq3^2$

㉡ $2^2+(\sqrt{7})^2=4+7\neq(\sqrt{10})^2$

㉢ $8^2+15^2=64+225=289=17^2$

따라서 직각삼각형인 것은 ㉢이다.

지/도/자/료

1. 삼각형의 각의 크기에 대한 변의 길이

$\triangle ABC$에서 세 꼭짓점 A, B, C의 대변의 길이를 각각 a, b, c라고 할 때 (단, c는 가장 긴 변의 길이)

(1) $\angle C<90^\circ$(예각)이면 $c^2<a^2+b^2$

(2) $\angle C=90^\circ$(직각)이면 $c^2=a^2+b^2$

(3) $\angle C>90^\circ$(둔각)이면 $c^2>a^2+b^2$

2. 삼각형의 변의 길이에 대한 각의 크기

$\triangle ABC$에서 세 꼭짓점 A, B, C의 대변의 길이를 각각 a, b, c라고 할 때 (단, c는 가장 긴 변의 길이)

(1) $c^2<a^2+b^2$이면 $\angle C<90^\circ$(예각삼각형)

(2) $c^2=a^2+b^2$이면 $\angle C=90^\circ$(직각삼각형)

(3) $c^2>a^2+b^2$이면 $\angle C>90^\circ$(둔각삼각형)

단원 과제

목표| 만화의 상황 속에서 피타고라스 정리를 이용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이| 사다리의 길이를 직각삼각형의 빗변의 길이, 강의 폭과 탑의 높이를 직각을 낀 두 변의 길이라고 하면 피타고라스 정리를 이용하여 사다리의 길이를 구할 수 있다.

$$(\text{사다리의 길이})^2=(\text{강의 폭})^2+(\text{탑의 높이})^2=5^2+12^2=169=13^2$$

따라서 필요한 사다리의 최소 길이는 13 m이다.

02 평면도형에의 활용

소단원 지도 목표

① 피타고라스 정리를 활용하여 직사각형의 대각선의 길이를 구할 수 있게 한다.
② 피타고라스 정리를 활용하여 이등변삼각형과 등변사다리꼴의 높이를 구할 수 있게 한다.
③ 피타고라스 정리를 활용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.
④ 피타고라스 정리를 활용하여 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리를 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 직사각형의 대각선의 길이를 구할 때 공식에 의존하지 않고 직각삼각형을 생각하여 구할 수 있도록 지도한다.

2. 정사각형도 직사각형에 포함되므로 정사각형의 대각선의 길이도 직사각형의 대각선의 길이의 한 형태로 생각하여 구할 수 있도록 지도한다.

교과서 213 쪽

02 평면도형에의 활용

● 평면에서 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.
● 피타고라스 정리를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

피타고라스 정리를 평면도형에서 어떻게 활용할 수 있는가?

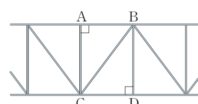
생각 열기

트러스(truss)

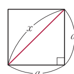
대부분의 철교는 트러스(truss)로 되어 있다. 트러스란 직선으로 된 여러 개의 뼈대 재료를 삼각형이나 오각형 모양으로 이은 구조를 말하는데, 이는 모양에 따라 아치 형식, 현수 형식, 보 형식으로 나뉜다. 특히 영종 대교는 주로 직각삼각형 모양의 트러스로 이루어져 있다.

탐구 활동

다음 그림과 같은 트러스를 만들려고 한다. 물음에 답하여 보자.



1. $\overline{AB}=3$ m, $\overline{AC}=4$ m가 되도록 하려면 $\overline{BC}$의 길이는 몇 m여야 하는가?
2. $\overline{BC}=2\sqrt{2}$ m, $\overline{BD}=2$ m가 되도록 하려면 $\overline{CD}$의 길이는 몇 m여야 하는가?



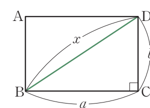
한 변의 길이가 a인 정사각형의 대각선의 길이 x는
$x=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2a^2}=\sqrt{2}a$
이다.

피타고라스 정리를 이용하여 직사각형의 대각선의 길이를 구하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형 ABCD에서 대각선 BD의 길이를 x라고 하면 피타고라스 정리에 의하여 $x^2=a^2+b^2$이다. 그런데 $x>0$이므로

$$x=\sqrt{a^2+b^2}$$

이다.



새로 나온 용어와 기호

• 두 점 사이의 거리(distance between two points)
• 중점(中點, midpoint)

생각 열기 참/고/자/료

트러스는 기원전 2500년경 청동기 시대 초기의 가옥에 처음으로 사용되었던 것으로 보이며 초기의 트러스는 나무로 만들어졌다. 그리스 인은 지붕을 만들 때 트러스를 널리 사용하였고, 중세에 와서 그 사용 범위가 넓어졌다. 트러스는 19세기 초 미국에서 지붕이 있는 다리를 개발하면서 크게 발전하였으며 재료도 주철과 연철 대신 강철이 사용되었다. 트러스는 지붕이나 다리뿐만 아니라 기중기, 승강기 등의 여러 기계와 비행기의 날개, 동체 등에 사용된다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 트러스에서 삼각형의 변의 길이를 구하도록 함으로써 피타고라스 정리를 활용하게 하려는 것이다.

1. △ABC는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여
$3^2+4^2=\overline{BC}^2$
$\overline{BC}^2=25$
그런데 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=5$**(m)**

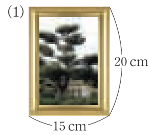
2. △BCD는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여
$2^2+\overline{CD}^2=(2\sqrt{2})^2$
$\overline{CD}^2=4$
그런데 $\overline{CD}>0$이므로 $\overline{CD}=2$**(m)**

교과서 214 쪽

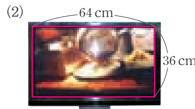
실생활

문제 1 가로, 세로의 길이가 각각 다음과 같은 직사각형의 대각선의 길이를 구하여라.

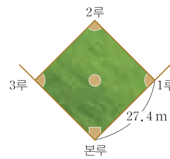
(1)



(2)



문제 2 오른쪽 그림과 같은 야구장에서 내야는 한 변의 길이가 27.4 m인 정사각형 모양이라고 할 때, 본루에서 2루까지의 거리를 구하여라. (단, 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구한다.)

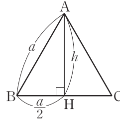


예제 01 한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이를 구하여라.

정삼각형의 한 꼭짓점에서 대변에 그은 수선은 그 대변을 이등분한다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{a}{2}$$



삼각형 ABH에서 $\overline{AH}=h$라고 하면 피타고라스 정리에 의하여

$$h^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2=a^2,\ h^2=a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{3}{4}a^2$$

$h>0$이므로 $h=\sqrt{\frac{3}{4}a^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

답 $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

1

목표| 피타고라스 정리를 활용하여 직사각형의 대각선의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 액자의 대각선의 길이를 x cm라고 하면 피타고라스 정리에 의하여

$20^2+15^2=x^2,\ x^2=625$

그런데 $x>0$이므로 $x=\sqrt{625}=25$

따라서 구하는 대각선의 길이는 **25 cm**이다.

(2) 모니터 화면의 대각선의 길이를 x cm라고 하면 피타고라스 정리에 의하여

$64^2+36^2=x^2,\ x^2=5392$

그런데 $x>0$이므로 $x=\sqrt{5392}=4\sqrt{337}$

따라서 구하는 대각선의 길이는 **$4\sqrt{337}$ cm**이다.

2

목표| 피타고라스 정리를 활용하여 정사각형의 대각선의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 본루에서 2루까지의 거리를 x m라고 하면 피타고라스 정리에 의하여

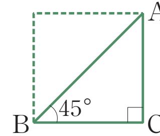
$x=\sqrt{27.4^2+27.4^2}=\sqrt{1501.52}=38.749\cdots$

따라서 구하는 거리는 **38.75 m**이다.

지/도/자/료

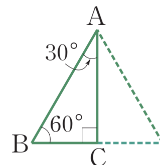
한 각의 크기가 45°이거나 60°인 직각삼각형의 세 변의 길이의 비는 다음과 같음을 알 수 있다.

(1)



$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}$
$=\sqrt{2}:1:1$

(2)



$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}$
$=2:1:\sqrt{3}$

읽/기/자/료 유팔리노스 터널과 피타고라스 정리

그리스 에게 해(Aegean Sea)의 사모스 섬에는 2500년 전 인류가 최초로 양방향에서 뚫었다는 직선 터널인 유팔리노스 터널이 있다. 이 터널의 흥미로운 점은 산의 남쪽과 북쪽을 동시에 뚫어 중간 지점에서 만나도록 하였다는 것이다. 후대 사람들은 여기에 피타고라스 정리가 이용되었을 것이라 추정하고 있는데, 만약 아주 작은 오차라도 있었다면 양쪽에서 산을 파고 들어갔던 사람들은 중간 지점에서 만나지 못하고 엉뚱한 곳에 구멍을 뚫었을지도 모른다.

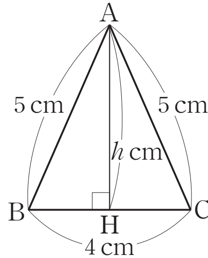
하지만 이 터널이 어떤 설계에 의해 완성되었는지 정확하게 아는 사람은 아무도 없다. 터널이 완성된 지 500년이 지난 후 그리스의 헤론(Heron ; ?10~?75)은 자신이 고안한 측량기로 이와 같은 터널을 만들 수 있다고 기록하였으나, 터널이 만들어졌던 당시에는 나침반, 지도, 측량 장비도 없었다. 또한 유클리드의 "원론"이 나오기 200년 전, 헤론의 측량 기구가 발명되기 500년 전의 일이었다.

3

목표| 피타고라스 정리를 활용하여 삼각형의 높이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 정삼각형의 한 변의 길이가 8 cm이므로 구하는 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=\mathbf{4\sqrt{3}(cm)}$

(2) 주어진 이등변삼각형을 오른쪽 그림과 같이 △ABC로 놓고, 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라고 하면



$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=2(cm)$

△ABH에서 $\overline{AH}=h$ cm라고 하면

$2^2+h^2=5^2$, $h^2=21$

$h>0$이므로 $h=\sqrt{21}$

따라서 구하는 높이는 $\mathbf{\sqrt{21}}$ **cm**이다.

교과서 215 쪽

문제 3 다음을 구하여라.

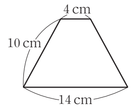
(1) 한 변의 길이가 8 cm인 정삼각형의 높이

(2) 밑변의 길이가 4 cm이고, 나머지 두 변의 길이가 모두 5 cm인 이등변삼각형의 높이

발전

문제 4 오른쪽 그림과 같은 등변사다리꼴의 높이를 구하여라.

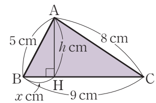
● 아랫변의 양 끝 각의 크기가 같은 사다리꼴을 등변사다리꼴이라고 한다.



예제 02 세 변의 길이가 각각 5 cm, 8 cm, 9 cm인 삼각형의 넓이를 구하여라.

● 삼각형에서 세 변의 길이만 알면 피타고라스 정리를 이용하여 넓이를 구할 수 있다.

풀이 주어진 삼각형을 오른쪽 그림과 같이 삼각형 ABC로 놓고, 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라고 하자.



$\overline{AH}=h$ cm, $\overline{BH}=x$ cm라고 하면 두 직각삼각형 ABH, ACH에서 피타고라스 정리에 의하여

$h^2=5^2-x^2$ ……①

$h^2=8^2-(9-x)^2$ ……②

①, ②로부터 $5^2-x^2=8^2-(9-x)^2$, $18x=42$이므로 $x=\frac{7}{3}$

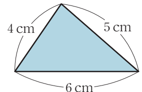
$x=\frac{7}{3}$을 ①에 대입하면 $h^2=5^2-\left(\frac{7}{3}\right)^2=25-\frac{49}{9}=\frac{176}{9}$

$h>0$이므로 $h=\sqrt{\frac{176}{9}}=\frac{4\sqrt{11}}{3}$

따라서 구하는 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 9\times\frac{4\sqrt{11}}{3}=6\sqrt{11}(cm^2)$

답 $6\sqrt{11}$ cm²

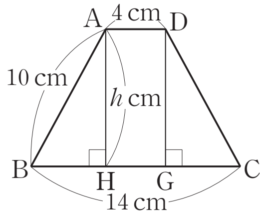
문제 5 오른쪽 그림과 같은 삼각형의 넓이를 구하여라.



4

목표| 피타고라스 정리를 활용하여 등변사다리꼴의 높이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 오른쪽 그림과 같이 등변사다리꼴 ABCD의 꼭짓점 A, D에서 변 BC에 내린 수선의 발을 각각 H, G라고 하면



$\overline{BH}=\overline{CG}$

$=\frac{1}{2}(14-4)=5(cm)$

△ABH에서 $\overline{AH}=h$ cm라고 하면

$5^2+h^2=10^2$, $h^2=75$

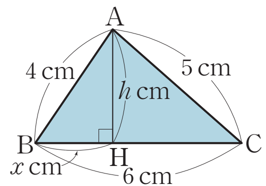
$h>0$이므로 $h=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$

따라서 구하는 높이는 $\mathbf{5\sqrt{3}}$ **cm**이다.

5

목표| 피타고라스 정리를 활용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 오른쪽 그림과 같이 △ABC의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 H라 고 하자.



$\overline{AH}=h$ cm, $\overline{BH}=x$ cm라고 하면 직각삼각형 ABH에서 $h^2=4^2-x^2$ …… ①

직각삼각형 AHC에서

$h^2=5^2-(6-x)^2$ …… ②

①, ②에서 $4^2-x^2=5^2-(6-x)^2$

이 식을 정리하면 $12x=27$, $x=\frac{9}{4}$

$x=\frac{9}{4}$를 ①에 대입하면

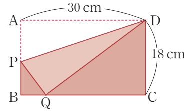
$h^2=4^2-\left(\frac{9}{4}\right)^2=\frac{175}{16}$

$h>0$이므로 $h=\sqrt{\frac{175}{16}}=\frac{5\sqrt{7}}{4}$

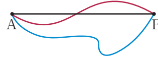
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times\frac{5\sqrt{7}}{4}=\mathbf{\frac{15\sqrt{7}}{4}(cm^2)}$

창의 UP

직사각형 모양의 색종이 ABCD를 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A가 변 BC 위의 한 점 Q에 오도록 접었을 때, 접힌 선 DP를 한 변으로 하는 △PQD의 넓이를 구하는 방법을 설명하여라.



두 점 A와 B를 양 끝 점으로 하는 여러 개의 선 가운데 길이가 가장 짧은 것은 선분 AB이고, 이것의 길이를 **두 점 A, B 사이의 거리**라고 한다.



1 ● $\overline{AB}$는 도형으로서 선분 AB를 나타내기도 하고, 선분 AB의 길이를 나타내기도 한다.

한편 선분 AB의 길이가 3 cm일 때

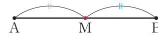
$\overline{AB}=3\text{ cm}$

로 나타내고, 선분 AB와 선분 CD의 길이가 같을 때

$\overline{AB}=\overline{CD}$

로 나타낸다.

오른쪽 그림과 같이 점 M이 선분 AB를 이등분할 때, 즉 $\overline{AM}=\overline{MB}$일 때 점 M을 선분 AB의 **중점**이라고 한다.



● $\overline{AB}$의 중점을 M이라고 하면 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\overline{MB}$이다.

이때 점 M은 선분 AB를 이등분하므로

$$\overline{AM}=\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$$

이다.

문제 6 오른쪽 그림에서 점 M은 선분 AB의 중점이고, 점 N은 선분 MB의 중점이다. 다음 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $\overline{AB}=\square\,\overline{AM}$
(2) $\overline{AB}=\square\,\overline{NB}$
(3) $\overline{AB}=12\text{ cm}$일 때, $\overline{MN}=\square\text{ cm}$이다.

본문 해설

1 $\overline{AB}$의 의미

- $\overline{AB}$: 직선 AB 위의 점 A에서 점 B까지의 부분
- $\overline{AB}=5\text{ cm}$: 선분 AB의 길이가 5 cm이다.

주의| $\overline{AB}=\overline{CD}$는 선분 AB와 선분 CD의 길이가 서로 같다는 뜻이다.

6

목표| 주어진 선분을 이등분하였을 때 생기는 선분과 중점을 이해하고, 이를 활용할 수 있게 한다.

풀이| 점 M은 선분 AB의 중점이므로
$\overline{AM}=\overline{MB}$
점 N은 선분 MB의 중점이므로 $\overline{MN}=\overline{NB}$

(1) $\overline{AB}=\overline{AM}+\overline{MB}=\overline{AM}+\overline{AM}=\boxed{2}\,\overline{AM}$

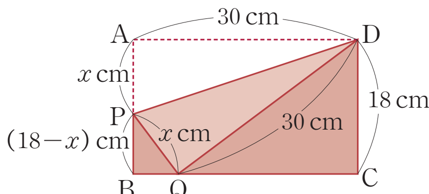
(2) $\overline{AB}=2\overline{MB}=2(\overline{MN}+\overline{NB})$
$=2\times2\overline{NB}=\boxed{4}\,\overline{NB}$

(3) $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{MB}=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\overline{AB}$
$=\frac{1}{4}\overline{AB}=\frac{1}{4}\times12=\boxed{3}\,(\text{cm})$

창의 UP

출제 의도| 피타고라스 정리를 활용하여 주어진 도형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

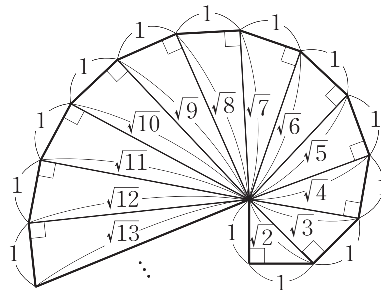
풀이|



$\overline{AP}=x\text{ cm}$로 놓으면 $\overline{BP}=(18-x)\text{ cm}$, $\overline{PQ}=x\text{ cm}$
△DQC는 직각삼각형이고
$\overline{DQ}=\overline{AD}=30(\text{cm})$, $\overline{DC}=18(\text{cm})$이므로
$\overline{QC}=\sqrt{30^2-18^2}=24(\text{cm})$, $\overline{BQ}=30-24=6(\text{cm})$
△PBQ는 직각삼각형이므로
$x^2=(18-x)^2+6^2$, $x=10$
△PQD는 직각삼각형이므로 넓이는
$\frac{1}{2}\times10\times30=\mathbf{150(cm^2)}$

지/도/자/료 길이가 무리수인 선분의 작도

피타고라스 정리를 이용하여 다음 그림과 같이 길이가 무리수 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, …인 선분을 작도할 수 있다.



❶ 세 변의 길이가 1, 1, $\sqrt{2}$인 직각삼각형을 작도한다.
❷ 위의 그림과 같이 ❶에서 그린 직각삼각형의 빗변과 수직으로 만나는 길이가 1인 선분을 그어 직각삼각형을 작도한다. 이 직각삼각형의 빗변의 길이가 $\sqrt{3}$이다.
❸ 같은 방법으로 빗변의 길이가 $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, …인 직각삼각형을 작도할 수 있다.

본문 해설

❶ 좌표평면 위의 두 점 A와 B 사이의 거리를 구할 때, 점 A에서는 x축과 평행하게 점 B에서는 y축과 평행하게 선분을 긋거나 점 A에서는 y축과 평행하게 점 B에서는 x축과 평행하게 직선을 그어서 $\overline{AB}$를 빗변으로 하는 직각삼각형을 만든 다음 피타고라스 정리를 이용한다.

교과서 217 쪽

피타고라스 정리를 이용하면 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.

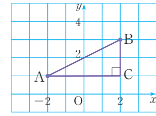
예제 03 좌표평면 위의 두 점 A$(-2, 1)$, B$(2, 3)$ 사이의 거리를 구하여라.

❶ **풀이** 오른쪽 그림과 같이 좌표축에 평행한 선분 AC, BC를 각각 그려서 직각삼각형 ACB를 만들면 점 C의 좌표는 $(2, 1)$이다. 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=4^2+2^2=20$

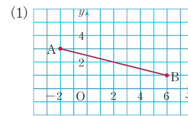
$\overline{AB}>0$이므로

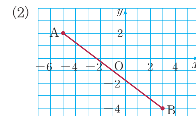
$\overline{AB}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$



답 $2\sqrt{5}$

문제 7 다음 좌표평면 위의 두 점을 잇는 선분을 빗변으로 하는 직각삼각형을 그리고, 두 점 사이의 거리를 구하여라.

(1) 

(2) 

사고력 기르기

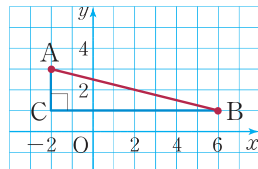
추론
의사소통
▸문제 해결

오른쪽 그림과 같이 가로의 길이가 80 cm이고, 세로의 길이가 2 m인 직사각형 모양의 문으로 정사각형 모양의 얇은 나무 판을 통과시켜 옮기려고 한다. 이때 한 변의 길이가 몇 cm인 나무 판까지 이 문을 통과하여 옮길 수 있는지 구하여 보자. (단, 나무 판의 두께는 생각하지 않는다.)

7

목표| 피타고라스 정리를 활용하여 좌표평면 위의 두 점 사이의 거리를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) 점 A와 점 B에서 각각 y축과 x축에 평행한 선분을 그어 만나는 점을 C라고 하면 △ABC는 직각삼각형이고, 점 C의 좌표는 C$(-2, 1)$이다.

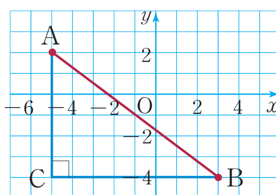


피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=2^2+8^2=68$

$\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=\sqrt{68}=\mathbf{2\sqrt{17}}$

(2) 점 A와 점 B에서 각각 y축과 x축에 평행한 선분을 그어 만나는 점을 C라고 하면 △ABC는 직각삼각형이고, 점 C의 좌표는 C$(-5, -4)$이다.



피타고라스 정리에 의하여

$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=6^2+8^2=100$

$\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=\sqrt{100}=\mathbf{10}$

사고력 기르기 문제 해결

출제 의도| 피타고라스 정리를 활용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있음을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 문을 통과할 수 있는 가장 긴 길이는 문의 대각선의 길이이므로 이 길이를 x cm라고 하면 피타고라스 정리에 의하여

$200^2+80^2=x^2$, $x^2=46400$

$x>0$이므로 $x=\sqrt{46400}=40\sqrt{29}$

따라서 한 변의 길이가 $\mathbf{40\sqrt{29}}$ **cm**인 정사각형 모양의 나무 판까지 문을 통과하여 옮길 수 있다.

교과서 218 쪽

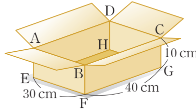
03 입체도형에의 활용

● 피타고라스 정리를 활용하여 여러 가지 문제를 해결할 수 있다.

피타고라스 정리를 입체도형에서 어떻게 활용할 수 있는가?

탐구 활동

오른쪽 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 30 cm, 40 cm, 10 cm인 직육면체 모양의 상자에 막대 모양의 물건을 담으려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. △DFH는 어떤 삼각형인가?
2. $\overline{FH}$의 길이를 구하여 보자.
3. 이 상자에 들어갈 수 있는 가장 긴 막대의 길이를 구하는 방법을 말하여 보자.

● 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서 선분 DF를 직육면체의 대각선이라고 한다.

● $\overline{DH}\perp\overline{EH}$, $\overline{DH}\perp\overline{GH}$이므로 $\overline{DH}$는 평면 EFGH와 수직이다. 따라서 $\overline{DH}\perp\overline{FH}$이므로 △DFH는 직각삼각형이다.

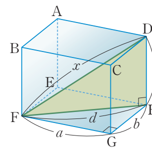
❶ 피타고라스 정리를 이용하여 직육면체의 대각선의 길이를 구하여 보자.

오른쪽 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체에서 직각삼각형 FGH의 빗변 FH의 길이를 d라고 하면 피타고라스 정리에 의하여 $d^2=a^2+b^2$이다.

또 직각삼각형 DFH의 빗변 DF의 길이를 x라고 하면 피타고라스 정리에 의하여 $x^2=d^2+c^2$이다. 따라서 $x^2=a^2+b^2+c^2$이고, $x>0$이므로

$$x=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$

이다.



예제 01 세 모서리의 길이가 각각 4 cm, 3 cm, 2 cm인 직육면체의 대각선의 길이를 구하여라.

풀이 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서 △HFG가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

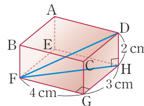
$$\overline{FH}^2=\overline{FG}^2+\overline{GH}^2=25$$

$\overline{FH}>0$이므로 $\overline{FH}=\sqrt{25}=5(\text{cm})$

△DFH가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{DF}^2=\overline{FH}^2+\overline{DH}^2=29$$

$\overline{DF}>0$이므로 $\overline{DF}=\sqrt{29}(\text{cm})$



답 $\sqrt{29}$ cm

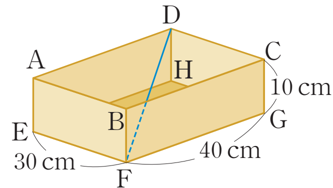
탐구 활동의 이해

활동 목표 • 피타고라스 정리를 활용하여 직육면체의 대각선의 길이를 구하는 방법을 이해하게 하려는 것이다.

1. $\overline{DH}\perp\overline{EH}$, $\overline{DH}\perp\overline{HG}$이므로 $\overline{DH}$는 평면 EFGH 위의 모든 직선과 수직이다. 따라서 $\overline{DH}\perp\overline{HF}$이므로 △DFH는 직각삼각형이다.

2. $\overline{FH}$는 △EFH의 빗변이므로 피타고라스 정리에 의하여
$\overline{FH}^2=30^2+40^2=2500$
따라서 $\overline{FH}=$**50(cm)**이다.

3.



막대의 두께를 무시하면 위의 그림과 같이 막대를 넣을 때 가장 긴 막대를 넣을 수 있다. 따라서 상자에 들어갈 수 있는 가장 긴 막대의 길이는 $\overline{DF}$의 길이와 같다.

03 입체도형에의 활용

소단원 지도 목표

① 피타고라스 정리를 활용하여 직육면체의 대각선의 길이를 구할 수 있게 한다.

② 피타고라스 정리를 활용하여 원뿔의 높이와 부피를 구할 수 있게 한다.

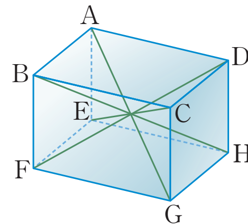
③ 피타고라스 정리를 활용하여 정사각뿔의 높이와 부피를 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 입체도형에서의 선분의 길이, 겉넓이, 부피는 그림을 통해 직각삼각형을 찾아 피타고라스 정리를 이용하여 구할 수 있도록 한다.

본문 해설

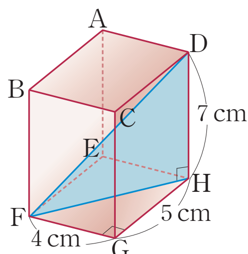
❶ 다음 그림과 같은 직육면체에서 선분 AG, BH, CE, DF를 직육면체의 대각선이라고 한다. 이때 4개의 대각선의 길이는 모두 같다. 즉, $\overline{AG}=\overline{BH}=\overline{CE}=\overline{DF}$이다.



1

목표| 피타고라스 정리를 활용하여 직육면체의 대각선의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1)



위와 같은 직육면체에서 △HFG가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{FH}^2=\overline{FG}^2+\overline{GH}^2=4^2+5^2=41$

△DFH가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{DF}^2=\overline{FH}^2+\overline{DH}^2=41+49=90$

$\overline{DF}>0$이므로 $\overline{DF}=\sqrt{90}=\mathbf{3\sqrt{10}\,(cm)}$

(2) 오른쪽 그림과 같은 직육면체에서 △HFG가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{FH}^2=\overline{FG}^2+\overline{GH}^2$

$=3^2+6^2=45$

△DFH가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

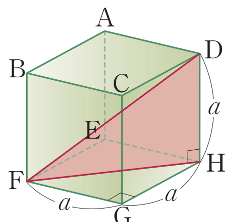
$\overline{DF}^2=\overline{FH}^2+\overline{DH}^2=45+81=126$

$\overline{DF}>0$이므로 $\overline{DF}=\sqrt{126}=\mathbf{3\sqrt{14}\,(cm)}$

2

목표| 피타고라스 정리를 활용하여 정육면체의 대각선의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 a인 정육면체에서 △HFG는 직각삼각형이므로



$\overline{FH}^2=\overline{FG}^2+\overline{GH}^2$

$=a^2+a^2=2a^2$

△DFH는 직각삼각형이므로

$\overline{DF}^2=\overline{FH}^2+\overline{DH}^2=2a^2+a^2=3a^2$

$\overline{DF}>0$이므로 $\overline{DF}=\sqrt{3a^2}=\mathbf{\sqrt{3}a}$

교과서 219 쪽

문제 1 세 모서리의 길이가 각각 다음과 같은 직육면체의 대각선의 길이를 구하여라.

(1) 4 cm, 5 cm, 7 cm (2) 3 cm, 6 cm, 9 cm

문제 2 한 모서리의 길이가 a인 정육면체의 대각선의 길이를 구하여라.

한편 피타고라스 정리를 이용하여 원뿔의 높이와 부피, 각뿔의 높이와 부피도 구할 수 있다.

예제 02 밑면인 원의 반지름의 길이가 5 cm이고, 모선의 길이가 13 cm인 원뿔의 높이와 부피를 각각 구하여라.

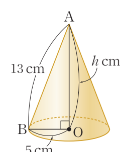
❶ 풀이 오른쪽 그림과 같이 원뿔의 높이를 h cm라고 하면 △ABO는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$h^2+5^2=13^2$, $h^2=13^2-5^2=144$

$h>0$이므로 $h=\sqrt{144}=12$

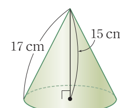
따라서 구하는 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12=100\pi(\text{cm}^3)$



답 높이: 12 cm, 부피: 100π cm³

문제 3 오른쪽 그림과 같이 모선의 길이가 17 cm이고, 높이가 15 cm인 원뿔의 부피를 구하여라.



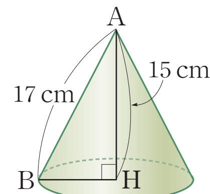
본문 해설

❶ 밑면인 원의 반지름의 길이와 모선의 길이가 주어졌을 때 원뿔의 높이를 구하려면, 원뿔의 꼭짓점과 밑면인 원의 중심을 지나는 평면으로 잘라서 잘린 면인 이등변삼각형의 높이를 구하면 된다.

3

목표| 피타고라스 정리를 활용하여 원뿔의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| 오른쪽 그림과 같은 원뿔의 꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 하면



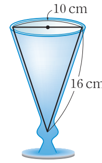
$\overline{BH}^2=17^2-15^2=64$

$\overline{BH}>0$이므로 $\overline{BH}=8(\text{cm})$

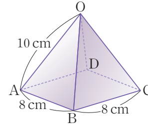
따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times8^2\times15=\mathbf{320\pi(cm^3)}$

문제 4 오른쪽 그림과 같은 유리컵의 안쪽은 밑면인 원의 지름의 길이가 10 cm이고 모선의 길이가 16 cm인 원뿔 모양일 때, 이 컵에 가득 담을 수 있는 물의 부피를 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구하여라. (단, π는 3.14로 계산한다.)



예제 03 오른쪽 그림과 같은 정사각뿔의 높이와 부피를 각각 구하여라.



이등변삼각형 OAC와 OBD의 꼭짓점 O에서 각 밑변에 내린 수선의 발은 각 밑변의 중점이다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 정사각뿔 O–ABCD의 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 하면 점 H는 밑면의 두 대각선의 교점이다. 이때 선분 AC는 한 변의 길이가 8 cm인 정사각형의 대각선이므로

$\overline{AC}=8\sqrt{2}=2\overline{AH}$에서 $\overline{AH}=4\sqrt{2}$(cm)

직각삼각형 OAH에서 피타고라스 정리에 의하여

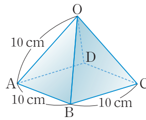
$$\overline{OH}^2=\overline{OA}^2-\overline{AH}^2=10^2-(4\sqrt{2})^2=68$$

$\overline{OH}>0$이므로 $\overline{OH}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$(cm)

따라서 (부피)$=\frac{1}{3}\times8^2\times2\sqrt{17}=\frac{128}{3}\sqrt{17}$(cm^3)이다.

답 높이: $2\sqrt{17}$ cm, 부피: $\frac{128}{3}\sqrt{17}$ cm^3

문제 5 오른쪽 그림과 같은 정사각뿔의 높이와 부피를 각각 구하여라.



4

목표| 피타고라스 정리를 활용하여 컵에 가득 담을 수 있는 물의 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| 원뿔의 높이를 h cm라고 하면 $5^2+h^2=16^2$

$h>0$이므로 $h=\sqrt{231}$(cm)

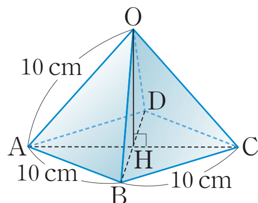
따라서 물의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times\sqrt{231}=397.69\cdots$(cm^3) ➔ **397.7 cm^3**

5

목표| 피타고라스 정리를 활용하여 정사각뿔의 높이와 부피를 구할 수 있게 한다.

풀이| 오른쪽 그림과 같이 주어진 정사각뿔의 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 하면 점 H는 밑면의 두 대각선의 교점이다. 이때



선분 AC는 한 변의 길이가 10 cm인 정사각형의 대각선이므로

$\overline{AC}=10\sqrt{2}=2\overline{AH}$

$\overline{AH}=5\sqrt{2}$(cm)

직각삼각형 OAH에서

$\overline{OH}^2=\overline{OA}^2-\overline{AH}^2=10^2-(5\sqrt{2})^2=50$

$\overline{OH}>0$이므로 $\overline{OH}=\sqrt{50}=$ **$5\sqrt{2}$(cm)**

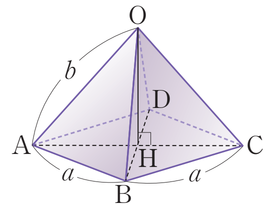
따라서 정사각뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times10^2\times5\sqrt{2}=$ **$\frac{500\sqrt{2}}{3}$(cm^3)**

지/도/자/료

1. 정사각뿔의 높이

오른쪽 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 a인 정사각형이고, 옆면의 모서리의 길이는 모두 b인 정사각뿔 O–ABCD의 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 하면 점 H는 정사각형 ABCD의 대각선의 교점이 되므로



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{\sqrt{2}}{2}a$

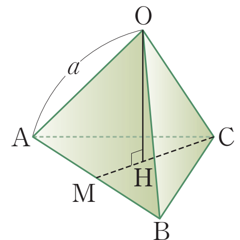
△OAH에서

$\overline{OH}^2=\overline{OA}^2-\overline{AH}^2=b^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2=\frac{2b^2-a^2}{2}$

$\overline{OH}>0$이므로 $\overline{OH}=\sqrt{\frac{2b^2-a^2}{2}}$

2. 정사면체의 높이

오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 a인 정사면체 O–ABC의 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라고 하면 점 H는 정삼각형 ABC의 무게중심이 되므로



$\overline{CH}=\frac{2}{3}\overline{CM}=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{3}a$

△OHC에서

$\overline{OH}^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2=a^2$, $\overline{OH}^2=a^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2=\frac{2}{3}a^2$

$\overline{OH}>0$이므로 $\overline{OH}=\sqrt{\frac{2}{3}a^2}=\sqrt{\frac{2}{3}}a=\frac{\sqrt{6}}{3}a$

정리 확인 학습

1

목표 | 피타고라스 정리를 이해하게 한다.

풀이 | 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$이므로

$\square BDEC=\square AHIB+\square ACFG$

$25=\square AHIB+9$

$\square AHIB=\mathbf{16\ (cm^2)}$

2

목표 | 피타고라스 정리를 활용하여 직사각형과 정사각형의 대각선의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $8^2+6^2=x^2$, $x^2=100$

$x>0$이므로 $x=\mathbf{10}$

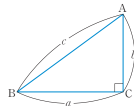
(2) $4^2+4^2=x^2$, $x^2=32$

$x>0$이므로 $x=\sqrt{32}=\mathbf{4\sqrt{2}}$

교과서 221 쪽

정리 확인 학습 1. 피타고라스 정리

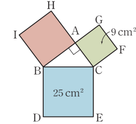
피타고라스 정리



직각삼각형 ABC에서 직각을 낀 두 변의 길이를 각각 a, b라 하고, 빗변의 길이를 c라고 하면

$a^2+b^2=c^2$

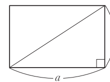
1 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC의 각 변을 한 변으로 하는 세 개의 정사각형이 있다. 정사각형 AHIB의 넓이를 구하여라.



평면도형에의 활용 [1]

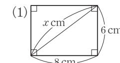
직사각형의 대각선의 길이
가로, 세로의 길이가 각각 a, b인 직사각형의 대각선의 길이는

$\sqrt{a^2+b^2}$

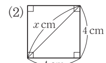


2 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)



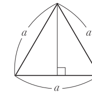
(2)



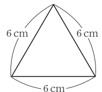
평면도형에의 활용 [2]

정삼각형의 높이
한 변의 길이가 a인 정삼각형의 높이는

$\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$



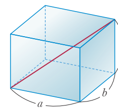
3 오른쪽 그림과 같은 정삼각형의 높이를 구하여라.



입체도형에의 활용

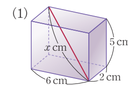
직육면체의 대각선의 길이
세 모서리의 길이가 각각 a, b, c인 직육면체의 대각선의 길이는

$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

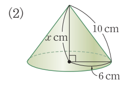


4 다음 그림에서 x의 값을 구하여라.

(1)



(2)



용어와 기호 피타고라스 정리, 두 점 사이의 거리, 중점

3

목표 | 피타고라스 정리를 활용하여 정삼각형의 높이를 구할 수 있게 한다.

풀이 | 정삼각형의 높이를 x cm라고 하면

$x^2+3^2=6^2$, $x^2=27$

$x>0$이므로 $x=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

따라서 구하는 높이는 $\mathbf{3\sqrt{3}}$ **cm**이다.

4

목표 | 피타고라스 정리를 활용하여 직육면체의 대각선의 길이와 원뿔의 높이를 구할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $x=\sqrt{6^2+2^2+5^2}=\mathbf{\sqrt{65}}$

(2) $x^2+6^2=10^2$, $x^2=64$

$x>0$이므로 $x=\sqrt{64}=\mathbf{8}$

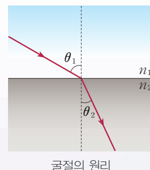
교과서 222 쪽

2 삼각비

굴절

물질에 따라서 파동의 진행 속력이 달라지기 때문에 서로 다른 물질의 경계면을 통과하는 파동의 진행 방향이 바뀌게 되는 현상을 굴절이라고 한다. 굴절 현상은 빛이나 소리 등 파동의 구체적인 종류와 무관하게 나타난다.

굴절의 정도를 나타내는 굴절률은 오른쪽 그림처럼 각각 균일한 두 물질의 경계면에 단일한 파장의 파동이 입사할 때, 입사하는 각도(θ_1)와 굴절되는 각도(θ_2)에 의해서 결정된다.



굴절의 원리

이때 입사각과 굴절각은 경계면에 대한 법선(法線: 수직한 선)을 기준으로 잰다. 굴절률은 경계면을 이루는 두 물질의 조합에 따라서 다른 값을 가지지만 두 물질이 정해지면 경계면에서의 입사 위치, 입사하는 각도에 무관하게 정해진다.

굴절의 예로는 물컵 속의 연필이 굽어보이는 현상, 수조 바닥에 놓인 동전이 실제보다 가깝게 떠보이는 현상 등이 있다. 또 안경이나 망원경에 쓰이는 렌즈나 프리즘도 빛의 굴절을 이용하는 광학 기구이다.

단원 과제

이 단원을 배우면서 다음 과제를 해결하여 보자. 232쪽

물의 굴절률은 어떻게 구할 수 있을까?

들어가면서 섬과 섬 사이의 거리, 먼 거리에 있는 물체까지의 거리는 직접 재기 어려우나 삼각비를 이용하면 쉽게 구할 수 있다. 삼각비에 관한 연구는 이와 같이 실용적인 필요에 의해 시작되었으며 건축학, 공학, 자연 과학, 항해술, 음향학 등의 다양한 분야에 폭넓게 활용되어 왔다.
이 단원에서는 삼각비의 뜻과 성질을 이해하고, 삼각비를 여러 가지로 활용하는 방법을 지도한다.

2 삼각비

중단원을 시작하며

이번 중단원에서는 다음 내용을 지도한다.

① 삼각비의 뜻을 알고 간단한 삼각비의 값을 구할 수 있게 한다.

② 삼각비를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

중단원의 구성

소단원명	지도 내용
01 삼각비의 뜻	삼각비의 뜻
02 삼각비의 값	30°, 45°, 60°의 삼각비의 값
	임의의 예각에 대한 삼각비의 값
03 거리 구하기	거리 구하기
04 넓이 구하기	도형의 넓이 구하기
중단원 마무리	정리 확인 학습

성취 기준과 성취 수준

성취 기준		성취 수준
1. 삼각비의 뜻을 알고, 간단한 삼각비의 값을 구할 수 있다.	상	삼각비를 이용하여 직각삼각형의 변의 길이 또는 각의 크기를 구할 수 있다.
	중	삼각비의 뜻과 0°, 30°, 45°, 60°, 90°에 대한 삼각비의 값을 안다.
	하	세 변의 길이가 주어진 직각삼각형에서 삼각비의 값을 구할 수 있다.
2. 삼각비를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.	상	삼각비를 활용하여 실생활 문제를 해결하고, 그 과정을 설명할 수 있다.
	중	삼각형에 대한 간단한 실생활 문제(문제 안에서 미지수로 놓을 대상이 분명히 드러나고, 식을 세우기 위한 특별한 배경 지식이 필요하지 않으며, 삼각비를 활용한 풀이가 간단한 식인 경우)를 삼각비를 활용하여 해결할 수 있다.
	하	간단한 삼각비 활용 문제(문제 안에서 미지수로 놓을 대상이 분명히 드러나고, 식을 세우기 위한 특별한 배경 지식이 필요하지 않으며, 삼각비를 활용한 풀이가 간단한 식인 경우)에서 구하고자 하는 것을 문자로 나타내고 식을 세울 수 있다.

01 삼각비의 뜻

소단원 지도 목표

① 삼각비의 뜻을 이해하게 한다.
② 변의 길이가 주어진 직각삼각형에서 삼각비의 값을 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 서로 닮음인 두 직각삼각형에서 대응하는 변의 길이의 비는 일정함을 이해하고, 이를 바탕으로 삼각비의 뜻을 알게 한다.

2. 삼각비 사이의 관계는 다루지 않는다.

3. 한 예각의 크기가 같은 직각삼각형은 모두 닮음이므로 직각삼각형에서 한 예각의 크기에 대한 삼각비의 값을 정할 수 있음을 이해하게 한다.

4. $\angle A$의 삼각비는 $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$로 나타냄을 알게 하고, 회전하거나 뒤집힌 형태의 직각삼각형에서도 삼각비를 구할 수 있도록 한다.

교과서 223 쪽

01 **삼각비의 뜻**

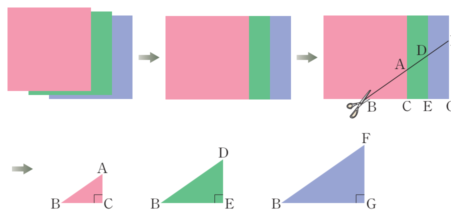
● 삼각비의 뜻을 안다.

삼각비란 무엇인가?

생각 열기 피라미드의 높이

사각뿔 모양의 거대한 건축물인 피라미드는 현대의 최신식 기술과 장비를 가지고도 만들기 힘들 만큼 정교하고 불가사의한 구조물이다. 한편 고대 그리스의 수학자 탈레스(Thales ; ?B.C. 640∼?B.C. 546)는 막대기와 피라미드의 그림자의 길이로 구한 닮음비를 이용하여 피라미드의 높이를 구하였다고 한다.

탐구 활동 정사각형 모양의 색종이 세 장을 나란히 겹친 후 다음 그림과 같이 잘라서 $\angle B$를 공통으로 가지는 직각삼각형을 만든다. 이때 생긴 세 개의 삼각형에 대하여 물음에 답하여 보자.



1. 세 삼각형은 서로 닮은 도형인가?

2. 세 삼각형에 대하여 다음 값이 일정한가?

(1) $\dfrac{(\text{높이})}{(\text{빗변의 길이})}$ (2) $\dfrac{(\text{밑변의 길이})}{(\text{빗변의 길이})}$ (3) $\dfrac{(\text{높이})}{(\text{밑변의 길이})}$

새로 나온 용어와 기호

• 삼각비(三角比, trigonometric ratio)
• 사인(sine)
• 코사인(cosine)
• 탄젠트(tangent)
• $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$

생각 열기 참/고/자/료

탈레스(Thales ; ?B.C. 624∼?B.C. 546)는 소아시아의 그리스 식민지 밀레토스라는 도시에서 태어났으며 철학을 비롯하여 수학, 천문학 등 여러 분야에 학식이 넓었다. 아리스토텔레스(Aristoteles ; B.C. 384∼B.C. 322)의 기록에 의하면 사람들이 철학자인 빈곤한 탈레스를 비난하며 철학을 쓸모없는 학문이라고 하자 그는 겨울에 별을 관찰하여 다음 해 감람나무가 대풍할 것이라는 것을 예측하고 기름을 짜는 기계를 먼저 사용할 권리를 얻어 놓았다고 한다. 다음 해 감람나무가 풍작이 되어 모두 기름을 짜는 기계를 얻으려 했지만 그 권리는 탈레스에게 있었기에 모두 그에게 비싼 값을 치르고 기계를 빌려야 했고, 이를 통하여 탈레스는 세상 사람들에게 철학자는 원하면 언제나 부유해질 수 있지만 그들의 야심은 다른 종류의 것이라는 것을 보여주었다고 한다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 색종이를 이용하여 닮은인 직각삼각형에서 두 변의 길이의 비가 일정함을 알게 하려는 것이다.

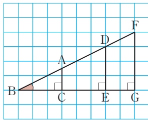
1. $\triangle ABC$, $\triangle DBE$, $\triangle FBG$에서
$\angle C=\angle E=\angle G=90^\circ$, $\angle B$는 공통
이다. 즉, 두 쌍의 대응하는 각의 크기가 각각 같으므로 **세 삼각형은 서로 닮은 도형이다.**

2. 서로 닮은 도형은 대응하는 변의 길이의 비가 일정하므로 주어진 값도 **일정하다.**

직각삼각형에서 두 변의 길이의 비에 대하여 알아보자.

오른쪽 그림에서 직각삼각형 ABC, DBE, FBG는 ∠B를 공통으로 가지므로 서로 닮은 도형이다.

따라서 이들 삼각형에서 대응하는 변의 길이의 비는 각각 같으므로 다음이 성립한다.



$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{DE}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{FG}}{\overline{FB}}$$

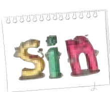
$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BE}}{\overline{DB}}=\frac{\overline{BG}}{\overline{FB}}$$

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{DE}}{\overline{BE}}=\frac{\overline{FG}}{\overline{BG}}$$

일반적으로 ∠C=90°인 직각삼각형 ABC에서 ∠B의 크기가 정해지면 직각삼각형의 크기에 관계없이

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}},\ \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}},\ \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$$

의 값은 일정하다.

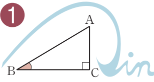


이때 $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{(\text{높이})}{(\text{빗변의 길이})}$ 를 ∠B의 **사인**이라 하고, 이것을 기호로

sin B

와 같이 나타낸다.

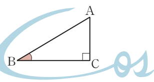
❶



또 $\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{(\text{밑변의 길이})}{(\text{빗변의 길이})}$ 를 ∠B의 **코사인**이라 하고, 이것을 기호로

cos B

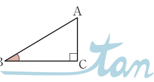
와 같이 나타낸다.



마찬가지로 $\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{(\text{높이})}{(\text{밑변의 길이})}$ 를 ∠B의 **탄젠트**라 하고, 이것을 기호로

tan B

와 같이 나타낸다.



❷ 그리고 sin B, cos B, tan B를 통틀어 ∠B의 **삼각비**라고 한다.

참고 sin, cos, tan는 각각 sine, cosine, tangent의 약자이고, B는 ∠B의 크기를 나타낸다.

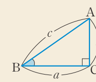
이상을 정리하면 다음과 같다.

sin $A=\frac{a}{c}$
cos $A=\frac{b}{c}$
tan $A=\frac{a}{b}$

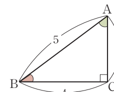
삼각비

∠C=90°인 직각삼각형 ABC에서 ∠A, ∠B, ∠C의 대변의 길이를 각각 a, b, c라고 하면

$$\sin B=\frac{b}{c},\ \cos B=\frac{a}{c},\ \tan B=\frac{b}{a}$$



예제 01 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 ∠A, ∠B의 삼각비의 값을 각각 구하여라.



풀이 직각삼각형 ABC에서 ∠A, ∠B의 삼각비의 값은 각각 다음과 같다.

$$\sin A=\frac{4}{5},\ \cos A=\frac{3}{5},\ \tan A=\frac{4}{3}$$

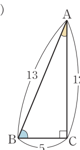
$$\sin B=\frac{3}{5},\ \cos B=\frac{4}{5},\ \tan B=\frac{3}{4}$$

답 $\sin A=\frac{4}{5},\ \cos A=\frac{3}{5},\ \tan A=\frac{4}{3}$

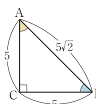
$\sin B=\frac{3}{5},\ \cos B=\frac{4}{5},\ \tan B=\frac{3}{4}$

문제 1 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 ∠A, ∠B의 삼각비의 값을 각각 구하여라.

(1)



(2)



본문 해설

❶ 직각삼각형 ABC에서 ∠B의 삼각비, 즉 sin B, cos B, tan B가 어느 두 변의 길이의 비인지를 쉽게 구별하기 위한 방법으로 본문의 그림과 같이 sin B에서 s를 $\mathcal{s}$, cos B에서 c를 $\mathcal{c}$, tan B에서 t를 $\mathcal{t}$로 연관시켜 생각할 수 있다.

❷ 삼각비에서는 ∠B의 크기를 간단히 B로 나타낸다. 즉, sin∠B, cos∠B, tan∠B로 나타내지 않고 간단히 sin B, cos B, tan B로 나타낸다.

1

목표| 세 변의 길이가 주어진 직각삼각형에서 삼각비의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\sin A=\mathbf{\frac{5}{13}}$, $\cos A=\mathbf{\frac{12}{13}}$, $\tan A=\mathbf{\frac{5}{12}}$

$\sin B=\mathbf{\frac{12}{13}}$, $\cos B=\mathbf{\frac{5}{13}}$, $\tan B=\mathbf{\frac{12}{5}}$

(2) $\sin A=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\cos A=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\tan A=\frac{5}{5}=\mathbf{1}$

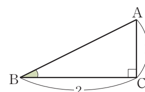
$\sin B=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

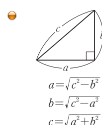
$\cos B=\frac{5}{5\sqrt{2}}=\mathbf{\frac{\sqrt{2}}{2}}$

$\tan B=\frac{5}{5}=\mathbf{1}$

교과서 226 쪽

예제 02 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 ∠B의 삼각비의 값을 구하여라.





$a=\sqrt{c^2-b^2}$
$b=\sqrt{c^2-a^2}$
$c=\sqrt{a^2+b^2}$

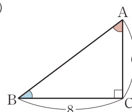
풀이 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{AB}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$이므로

$\sin B=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos B=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\tan B=\frac{1}{2}$

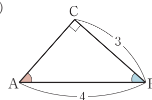
답 $\sin B=\frac{\sqrt{5}}{5}$, $\cos B=\frac{2\sqrt{5}}{5}$, $\tan B=\frac{1}{2}$

문제 2 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 ∠A, ∠B의 삼각비의 값을 각각 구하여라.

(1)



(2)



발전 **문제 3** 오른쪽 그림에서 ∠C=90°이고 $\tan B=\frac{4}{3}$일 때, $\sin B$, $\cos B$의 값을 구하여라.

사고력 기르기

추론
의사소통
▶문제 해결

∠C=90°인 △ABC에서 $\sin A$와 $\cos A$의 값이 같은 경우 △ABC는 어떤 삼각형인지 말하여 보자.

2

목표| 두 변의 길이가 주어진 직각삼각형에서 삼각비의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\overline{AB}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$이므로

$\sin A=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

$\cos A=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\tan A=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$

$\sin B=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\cos B=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

$\tan B=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$

(2) $\overline{AC}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$이므로

$\sin A=\frac{3}{4}$

$\cos A=\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\tan A=\frac{3}{\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$

$\sin B=\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\cos B=\frac{3}{4}$

$\tan B=\frac{\sqrt{7}}{3}$

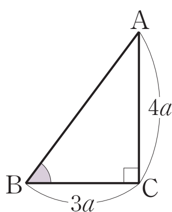
3

목표| 직각삼각형에서 하나의 삼각비의 값을 알 때, 다른 삼각비의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\tan B=\frac{4}{3}$이므로

$\overline{BC}=3a$, $\overline{AC}=4a$ $(a>0)$라고 하면

$\overline{AB}=\sqrt{(3a)^2+(4a)^2}=\sqrt{25a^2}=5a$



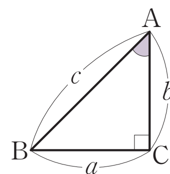
$\sin B=\frac{4a}{5a}=\frac{4}{5}$,

$\cos B=\frac{3a}{5a}=\frac{3}{5}$

사고력 기르기 문제 해결

출제 의도| 직각삼각형에서 사인과 코사인의 값이 같은 경우 세 변의 길이의 관계를 생각해 봄으로써 삼각비의 뜻을 깊게 이해하도록 하기 위한 문제이다.

풀이| 오른쪽 그림에서



$\sin A=\frac{a}{c}$, $\cos A=\frac{b}{c}$이고

$\sin A=\cos A$이므로 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$이다.

즉, $a=b$이므로 △ABC는 **직각이등변삼각형이다.**

교과서 227 쪽

02 삼각비의 값

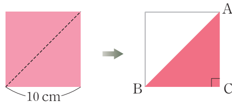
● 간단한 삼각비의 값을 구할 수 있다.

30°, 45°, 60°의 삼각비의 값은 어떻게 구하는가?

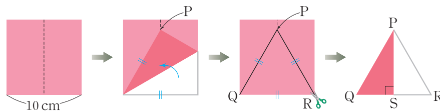
생각 열기 종이접기

종이접기는 종이를 접어서 학, 비행기, 배 등의 여러 가지 모양을 만드는 놀이이다. 종이접기는 손에서 손으로 전승되어 왔기 때문에 정확한 기원은 알 수 없지만, 각 국가에서 다양하게 발전해 오고 있다. 우리나라의 경우에도 장신구와 생활용품 등에 종이접기가 활용되었으며 지금까지 종이접기가 전해져 오고 있다.

탐구 활동 한 변의 길이가 10 cm인 정사각형 모양의 색종이를 대각선을 따라 반으로 접으면 직각삼각형 ABC가 생긴다.



또한 한 변의 길이가 10 cm인 정사각형 모양의 색종이를 접어서 정삼각형 PQR를 만들고 자른 후, 꼭짓점 Q와 R가 겹쳐지도록 접으면 직각삼각형 PQS가 생긴다.



다음 물음에 답하여 보자.

1. 직각삼각형 ABC의 세 내각의 크기를 말하여 보자.
2. 직각삼각형 PQS의 세 내각의 크기를 말하여 보자.
3. 직각삼각형 ABC와 직각삼각형 PQS에서 ∠A, ∠B, ∠P, ∠Q의 삼각비의 값을 어떻게 구할 수 있는지 말하여 보자.

02 삼각비의 값

소단원 지도 목표

① 30°, 45°, 60°의 삼각비의 값을 알게 한다.
② 반지름의 길이가 1인 사분원을 이용하여 임의의 예각에 대한 삼각비의 값을 구할 수 있게 한다.
③ 0°, 90°의 삼각비의 값을 알게 한다.
④ 삼각비의 표를 이용하여 삼각비의 값을 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 삼각비의 값은 0°에서 90°까지의 각도에 대한 것을 다룬다.
2. 좌표평면 위에 그려진 반지름의 길이가 1인 사분원을 이용하여 임의의 예각에 대한 삼각비의 값을 구하는 방법을 이해하게 한다.
3. 0°와 90°의 삼각비의 값을 지도할 때에는 각의 크기가 0°와 90°에 가까워짐에 따라 삼각비의 값이 어떻게 변하는가를 살펴보게 한다.

생각 열기 참/고/자/료

종이접기는 여러 가지 모양을 만드는 과정에서 즐거움을 줄 뿐만 아니라 수학적 사고를 할 수 있게 해 준다. 여러 가지 작품을 만들 때, 쉽게 눈에 띄지 않아도 과정 하나하나를 자세히 들여다보면 종이접기 속에는 수학의 원리가 들어있다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 직각이등변삼각형과 정삼각형을 이용하여 30°, 45°, 60°에 대한 삼각비의 값을 구하는 방법을 이해하게 한다.

1. ∠A=**45°**, ∠B=**45°**, ∠C=**90°**

2. ∠QPS=**30°**, ∠**PQS**=**60°**, ∠PSQ=**90°**

3. 직각삼각형 ABC에서
$\overline{BC}=10$ cm, $\overline{AC}=10$ cm, $\overline{AB}=10\sqrt{2}$ cm
이므로 ∠A와 ∠B의 삼각비의 값은 다음과 같다.

$\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos A=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=1$

$\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$,

$\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=1$

직각삼각형 PQS에서
$\overline{QS}=5$ cm, $\overline{PS}=5\sqrt{3}$ cm, $\overline{PQ}=10$ cm
이므로 ∠P와 ∠Q의 삼각비의 값은 다음과 같다.

$\sin P=\frac{\overline{QS}}{\overline{PQ}}=\frac{1}{2}$, $\cos P=\frac{\overline{PS}}{\overline{PQ}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\tan P=\frac{\overline{QS}}{\overline{PS}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

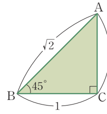
$\sin Q=\frac{\overline{PS}}{\overline{PQ}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos Q=\frac{\overline{QS}}{\overline{PQ}}=\frac{1}{2}$,

$\tan Q=\frac{\overline{PS}}{\overline{QS}}=\sqrt{3}$

교과서 228 쪽

오른쪽 그림과 같이 한 각의 크기가 45°인 직각이등변삼각형 ABC에서 직각을 낀 변의 길이가 1이면 빗변 AB의 길이는 피타고라스 정리에 의하여 $\sqrt{2}$가 된다.

따라서 다음을 알 수 있다.



$$\sin 45^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{1}{1}=1$$

또 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 대변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 하면 세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 직각삼각형 ABD를 얻는다.

이때 $\overline{AB}=2$, $\overline{BD}=1$이므로 피타고라스 정리에 의하여 $\overline{AD}=\sqrt{3}$이 된다.

따라서 다음을 알 수 있다.

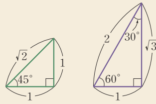
$$\sin 30^\circ=\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}}=\frac{1}{2},\ \cos 30^\circ=\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{3}}{2},\ \tan 30^\circ=\frac{\overline{BD}}{\overline{AD}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\sin 60^\circ=\frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}=\frac{\sqrt{3}}{2},\ \cos 60^\circ=\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}}=\frac{1}{2},\ \tan 60^\circ=\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\frac{\sqrt{3}}{1}=\sqrt{3}$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

❶ **30°, 45°, 60°의 삼각비의 값**

삼각비 \ A	30°	45°	60°
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



교과서 229 쪽

예제 01 다음을 계산하여라.

(1) $\sin 45^\circ+\cos 45^\circ$　　(2) $\tan 30^\circ\times\sin 60^\circ$

풀이 (1) $\sin 45^\circ+\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

(2) $\tan 30^\circ\times\sin 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

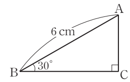
답 (1) $\sqrt{2}$ (2) $\frac{1}{2}$

문제 1 다음을 계산하여라.

(1) $\sin 30^\circ+\cos 30^\circ$　　(2) $\cos 60^\circ-\sin 30^\circ$

(3) $\tan 30^\circ\times\tan 60^\circ$　　(4) $\tan 45^\circ\div\cos 30^\circ$

예제 02 오른쪽 그림과 같이 $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle B=30^\circ$, $\overline{AB}=6$ cm일 때, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.



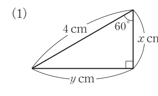
풀이 $\sin 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{6}$이므로 $\overline{AC}=6\sin 30^\circ=6\times\frac{1}{2}=3$(cm)

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{BC}}{6}$이므로 $\overline{BC}=6\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$(cm)

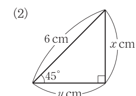
답 $\overline{AC}=3$ cm, $\overline{BC}=3\sqrt{3}$ cm

문제 2 다음 그림과 같은 직각삼각형에서 x, y의 값을 구하여라.

(1)

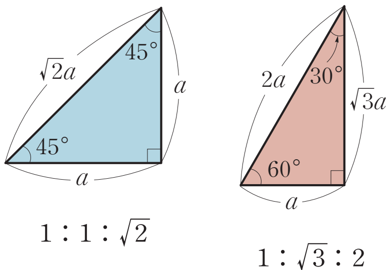


(2)



본문 해설

❶ 직각이등변삼각형과 한 내각의 크기가 30°인 직각삼각형에서는 30°, 45°, 60°의 삼각비의 값뿐만 아니라 세 변의 길이의 비가 많이 이용된다.



1

목표| 삼각비의 값을 이용하여 식의 계산을 할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\sin 30^\circ+\cos 30^\circ=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{\frac{1+\sqrt{3}}{2}}$

(2) $\cos 60^\circ-\sin 30^\circ=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=\mathbf{0}$

(3) $\tan 30^\circ\times\tan 60^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}=\mathbf{1}$

(4) $\tan 45^\circ\div\cos 30^\circ=1\div\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2}{\sqrt{3}}=\mathbf{\frac{2\sqrt{3}}{3}}$

2

목표| 삼각비의 값을 이용하여 직각삼각형의 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

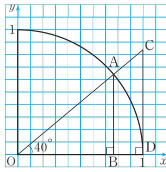
풀이| (1) $\cos 60^\circ=\frac{x}{4}$이므로 $x=4\cos 60^\circ=4\times\frac{1}{2}=\mathbf{2}$

$\sin 60^\circ=\frac{y}{4}$이므로 $y=4\sin 60^\circ=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{2\sqrt{3}}$

교과서 230 쪽

임의의 예각에 대한 삼각비의 값은 어떻게 구하는가?

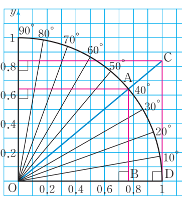
탐구 활동 오른쪽 그림은 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴을 좌표평면 위에 나타낸 것이다. ∠AOB의 크기가 40°일 때, 다음 물음에 답하여 보자.



1. $\overline{OA}$의 길이를 구하여 보자.
2. △AOB의 세 변의 길이 중에서 sin 40°, cos 40°의 값과 같은 것을 각각 찾아보자.
3. △COD의 세 변의 길이 중에서 tan 40°의 값과 같은 것을 찾아보자.

① 탐구 활동의 그림과 같이 좌표평면 위에 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴을 그리면 여러 가지 크기의 예각에 대한 삼각비의 값을 구할 수 있다.

오른쪽 그림과 같이 x축과 40°의 각을 이루는 직선과 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴과의 교점을 A라 하고, 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 B라고 하면 직각삼각형 AOB에서 $\overline{OA}=1$이다.



따라서 sin 40°와 cos 40°의 값은 모눈의 눈금을 읽어 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\sin 40^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.64$$

$$\cos 40^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.77$$

또 이 부채꼴과 x축과의 교점 D에서 x축에 수직인 직선을 그어 $\overline{OA}$의 연장선과 만나는 점을 C라고 하면 직각삼각형 COD에서 $\overline{OD}=1$이다.

따라서 tan 40°의 값은 모눈의 눈금을 읽어 다음과 같음을 알 수 있다.

$$\tan 40^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}=0.84$$

(2) $\sin 45^\circ=\frac{x}{6}$이므로 $x=6\sin 45^\circ=6\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\mathbf{3\sqrt{2}}$

$\cos 45^\circ=\frac{y}{6}$이므로 $y=6\cos 45^\circ=6\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\mathbf{3\sqrt{2}}$

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 임의의 예각에 대한 삼각비의 값을 반지름의 길이가 1인 사분원을 이용하여 구할 수 있게 하려는 것이다.

1. $\overline{OA}=\mathbf{1}$

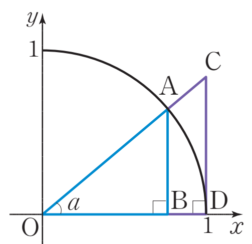
2. $\sin 40^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\mathbf{\overline{AB}}$

$\cos 40^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OB}}{1}=\mathbf{\overline{OB}}$

3. $\tan 40^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\mathbf{\overline{CD}}$

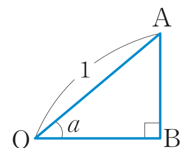
본문 해설

① 반지름의 길이가 1인 사분원을 이용하여 예각에 대한 삼각비의 값을 구할 때, 사인과 코사인은 빗변의 길이가 1인 직각삼각형을, 탄젠트는 밑변의 길이가 1인 직각삼각형을 이용해야 한다.



△AOB에서

$\sin a=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}$이고 $\overline{OA}=1$이므로 사인값을 간단히 한 변 $\overline{AB}$의 길이로 나타낼 수 있다.

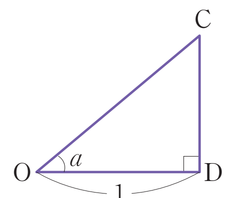


마찬가지로 $\cos a=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}$이고 $\overline{OA}=1$이므로 코사인값을 간단히 한 변 $\overline{OB}$의 길이로 나타낼 수 있다.

한편 사인, 코사인과 같은 방법으로 탄젠트를 구해 보면, $\tan a=\frac{\overline{AB}}{\overline{OB}}$에서 변 $\overline{OB}$와 $\overline{AB}$는 사분원의 반지름을 나타내고 있지 않으므로 이 삼각형에서는 간단히 한 변의 길이로 나타낼 수 없다.

따라서 △COD에서

$\tan a=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}$이고 $\overline{OD}=1$이므로 탄젠트값을 간단히 한 변 $\overline{CD}$의 길이로 나타낼 수 있다.



읽/기/자/료 물매와 삼각비

지붕이나 비탈길 등의 경사진 정도를 물매라고 한다. 예를 들어 어떤 지붕에서 수평 길이 10 cm에 대해 높이 5 cm의 경사를 $\frac{5}{10}$ 물매라고 한다.

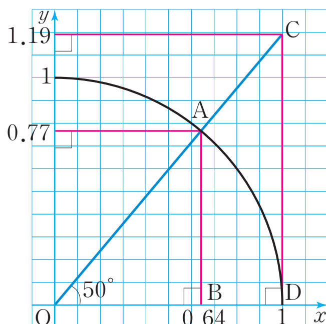
지붕의 물매는 칸 사이의 크기, 건물의 용도, 지붕의 이음 재료, 강수량에 따라 정해진다.

비탈길의 물매는 각도가 θ일 때, $\tan\theta$의 값으로 나타내며, 분자가 1인 분수를 사용해서 $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{100}$ 등으로 쓴다.

3

목표 | 좌표평면을 이용하여 50°에 대한 삼각비의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이 |



$\triangle$AOB에서 $\overline{OA}=1$, $\triangle$COD에서 $\overline{OD}=1$ 이므로

(1) $\sin 50^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=\mathbf{0.77}$

(2) $\cos 50^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=\mathbf{0.64}$

(3) $\tan 50^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\overline{CD}=\mathbf{1.19}$

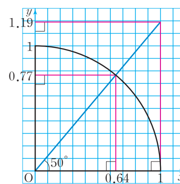
교과서 231 쪽

문제 3 오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴이 있다. 다음 삼각비의 값을 구하여라.

(1) $\sin 50^\circ$

(2) $\cos 50^\circ$

(3) $\tan 50^\circ$



❶ 0°와 90°의 삼각비의 값을 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 안의 직각삼각형 AOB에서 ∠AOB의 사인, 코사인, 탄젠트의 값은 각각

$\overline{AB}$, $\overline{OB}$, $\overline{CD}$

의 길이와 같다.

따라서 ∠AOB의 크기가 0°에 가까워지면 $\overline{AB}$의 길이는 0에, $\overline{OB}$의 길이는 1에, $\overline{CD}$의 길이는 0에 가까워지므로 0°의 삼각비의 값은 다음과 같이 정한다.

$\sin 0^\circ=0,\quad \cos 0^\circ=1,\quad \tan 0^\circ=0$

또 ∠AOB의 크기가 90°에 가까워지면 $\overline{AB}$의 길이는 1에, $\overline{OB}$의 길이는 0에 가까워지므로 90°의 삼각비의 값은 다음과 같이 정한다.

$\sin 90^\circ=1,\quad \cos 90^\circ=0$

그러나 ∠AOB의 크기가 90°에 가까워지면 $\overline{CD}$의 길이는 한없이 길어지므로 tan 90°의 값은 정할 수 없다.

문제 4 다음을 계산하여라.

(1) $\sin 0^\circ\times\cos 90^\circ+\tan 45^\circ\times\cos 0^\circ$

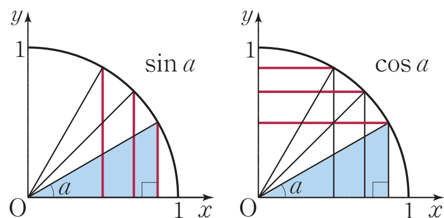
(2) $\sin 90^\circ\times\cos 60^\circ-\tan 30^\circ\times\tan 60^\circ$

❷ P.261 삼각비의 표
삼각비의 표는 삼각비의 값을 반올림하여 소수 넷째 자리까지 나타낸 것이다.

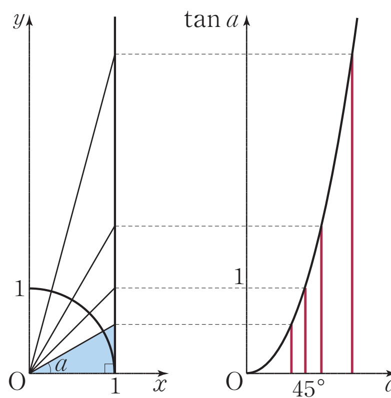
0°에서 90° 사이의 각에 대한 삼각비의 값은 이 책의 부록에 있는 삼각비의 표를 이용하여 구할 수 있다.

본문 해설

❶ 직각삼각형에서 직각이 아닌 내각의 크기가 0°이거나 90°인 것은 존재하지 않으므로 0°나 90°에 대한 삼각비의 값을 구할 때에는 각의 크기를 0°에 가깝게 하거나 90°에 가깝게 할 때 삼각비의 값이 어떻게 변하는가를 조사한다.



단, 각의 크기가 90°에 가까워질 때 탄젠트값은 한없이 커지므로 tan 90°의 값은 정할 수 없음을 그림을 통해 직관적으로 알 수 있다.



4

목표 | 삼각비의 값을 이용하여 식의 계산을 할 수 있게 한다.

풀이 | (1) $\sin 0^\circ\times\cos 90^\circ+\tan 45^\circ\times\cos 0^\circ$

$=0\times 0+1\times 1=\mathbf{1}$

(2) $\sin 90^\circ\times\cos 60^\circ-\tan 30^\circ\times\tan 60^\circ$

$=1\times\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\times\sqrt{3}=\dfrac{1}{2}-1=\mathbf{-\dfrac{1}{2}}$

이를테면 삼각비의 표에서 sin 24˚의 값은 24˚의 가로줄과 사인(sin)의 세로줄이 만나는 곳에 있는 수와 같다.

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
0˚	0.0000	1.0000	0.0000
1˚	0.0175	0.9998	0.0175
⋮	⋮	⋮	⋮
24˚	0.4067	0.9135	0.4452
25˚	0.4226	0.9063	0.4663
⋮	⋮	⋮	⋮

삼각비의 표에 있는 삼각비의 값은 대부분 반올림한 값이지만 이 값을 나타낼 때에는 '='를 사용한다.

즉, sin 24˚=0.4067이고 같은 방법으로 나머지 삼각비의 값을 구하면 cos 24˚=0.9135, tan 24˚=0.4452이다.

문제 5 삼각비의 표를 이용하여 다음 값을 구하여라. 또 계산기를 이용하여 다음 값을 구하고, 그 값을 반올림하여 소수 넷째 자리까지 나타내어라.

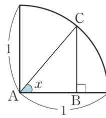
(1) sin 12˚　　(2) cos 47˚　　(3) tan 76˚

사고력 기르기

▸추론
의사소통
문제 해결

오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 90˚인 부채꼴이 있다. 이 그림을 이용하여 다음의 각 경우에 sin x와 cos x의 값의 대소를 비교하여 보자.

(1) x=45˚인 경우
(2) 0˚<x<45˚인 경우
(3) 45˚<x<90˚인 경우



단원 과제

앞의 단원 과제에 대하여 다음을 해결하여 보자.

파동이 어떤 물질을 통과할 때 입사하는 각도(θ_1)와 굴절되는 각도(θ_2)에 대해서 굴절률(C)은 다음과 같다.

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2}=C$$

빛이 공기 중에서 물로 들어갈 때, 입사각과 굴절각이 각각 42˚, 30˚라고 한다. 물의 굴절률을 삼각비의 표를 이용하여 구하여라. (단, 소수 넷째 자리에서 반올림한다.)

사고력 기르기　추론

출제 의도| 반지름의 길이가 1인 사분원을 이용하여 주어진 각에 대한 삼각비의 값을 분석하도록 하려는 문제이다.

풀이| △ABC에서 $\overline{AC}$=1이므로

$\sin x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\overline{BC}$, $\cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\overline{AB}$

0˚<x<90˚일 때, x가 커지면 $\overline{BC}$는 길어지고 $\overline{AB}$는 짧아지므로 sin x의 값은 점차 커지고, cos x의 값은 점차 작아지는 것을 알 수 있다.

한편 x=45˚일 때, $\overline{BC}=\overline{AB}$이므로

sin x=cos x임을 알 수 있다.

따라서 주어진 각 경우에 sin x와 cos x의 값의 대소를 비교하면 다음과 같다.

(1) x=45˚인 경우,　**sin x=cos x**
(2) 0˚<x<45˚인 경우,　**sin x<cos x**
(3) 45˚<x<90˚인 경우,　**sin x>cos x**

단원 과제

목표| 삼각비를 이용하여 실생활 문제를 해결할 수 있게 한다.

본문 해설

❷ 삼각비의 값은 대부분 실제의 값이 아닌 반올림한 값이다. 삼각비의 표의 값도 대부분 반올림하여 소수 넷째 자리까지 나타낸 값이다.

5

목표| 삼각비의 표와 계산기를 이용하여 삼각비의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| 삼각비의 표를 이용하면 다음과 같다.

(1) sin 12˚=**0.2079**
(2) cos 47˚=**0.6820**
(3) tan 76˚=**4.0108**

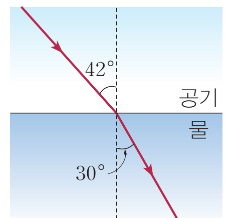
계산기를 이용하면 다음과 같다.

(1) sin 12˚=**0.2079116⋯** ➡ **0.2079**
(2) cos 47˚=**0.6819983⋯** ➡ **0.6820**
(3) tan 76˚=**4.0107809⋯** ➡ **4.0108**

풀이| 입사각이 42˚이고 굴절각이 30˚이므로 물의 굴절률은

$$\frac{\sin 42^\circ}{\sin 30^\circ}=\frac{0.6691}{0.5}=1.3382$$

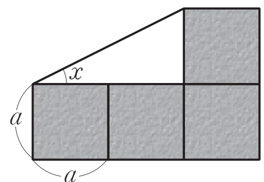
따라서 구하는 물의 굴절률은 **1.338**이다.



읽/기/자/료　피라미드 통로의 비밀

이집트에 있는 가장 큰 피라미드인 쿠푸왕의 피라미드의 내부로 들어가는 통로와 왕의 방으로 올라가는 통로의 경사각은 약 26.5˚라고 한다. 왜 그럴까?

학자들은 오른쪽 그림과 같이 단면이 정사각형인 돌을 쌓아 통로를 만들었기 때문에 $\tan x=\frac{a}{2a}=0.5$이고, 삼각비의 표에서 탄젠트값이 0.5에 가장 가까운 각을 찾으면 26˚와 27˚ 사이에 있기 때문이 아닐까 추측하고 있다.



03 거리 구하기

소단원 지도 목표

① 삼각비를 활용하여 거리를 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

1. 피타고라스 정리는 직각삼각형에서 두 변의 길이가 주어졌을 때 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있고, 삼각비는 직각삼각형에서 한 예각의 크기와 한 변의 길이가 주어졌을 때 다른 한 변의 길이를 구할 수 있음을 비교하여 지도한다.

2. 삼각비의 활용은 단순한 소재를 이용하여 간단히 다루도록 하고, 직접 측정할 수 없는 거리나 높이, 삼각형의 변의 길이 등을 삼각비를 이용하여 구해 봄으로써 삼각비의 유용성을 알게 한다.

교과서 233 쪽

03 거리 구하기

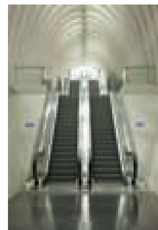
● 삼각비를 활용하여 실생활 문제를 해결할 수 있다.

삼각비를 활용하여 거리를 어떻게 구하는가?

생각 열기

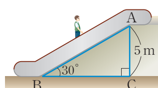
에스컬레이터의 경사

계단이나 에스컬레이터를 설계할 때에는 사람들이 안정감을 가지고 편안하게 이용할 수 있도록 인체 구조를 고려한다. 사람의 발바닥 길이를 220~280 mm라고 하면 발을 들어 올릴 때 부담이 적은 높이는 130~180 mm라고 한다. 이를 바탕으로 계단이나 에스컬레이터의 경사를 30° 내외로 하는 경우가 많다.



탐구 활동

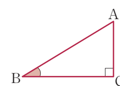
오른쪽 그림과 같이 높이가 5 m이고 경사가 30°인 에스컬레이터를 설치하려고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.



1. $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 길이 사이의 관계를 삼각비를 이용하여 나타내어 보자.
2. 삼각비를 이용하여 $\overline{AB}$의 길이를 구하는 방법을 말하여 보자.

삼각비를 활용하면 직접 잴 수 없는 두 지점 사이의 거리를 구할 수 있다.

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$의 길이와 ∠B의 크기를 알고 있을 때, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 길이는 다음과 같이 구할 수 있다.



$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\sin B \Rightarrow \overline{AC}=\overline{AB}\sin B$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\cos B \Rightarrow \overline{BC}=\overline{AB}\cos B$$

이와 같이 직각삼각형에서 한 변의 길이와 한 예각의 크기를 알 때, 삼각비를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구할 수 있다.

생각 열기 참/고/자/료

에스컬레이터는 1950년 미국 특허국에 의하여 이동 계단을 뜻하는 공공 영어로 지정될 때까지 오티스사의 등록 상품명이었다. 한국에서는 1941년 서울 화신백화점에 최초로 설치되었다.

탐구 활동의 이해

활동 목표 • 삼각비를 이용하여 에스컬레이터의 길이를 구하는 방법을 생각해 봄으로써 삼각비를 활용하여 거리를 구하는 방법을 이해하게 하려는 것이다.

1. $\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$이므로 $\mathbf{\overline{AB}=\dfrac{\overline{AC}}{\sin 30^\circ}}$

2. $\overline{AB}=\dfrac{\overline{AC}}{\sin 30^\circ}$이므로

$\overline{AB}=5\div\dfrac{1}{2}=\mathbf{10(m)}$

지/도/자/료 직각삼각형의 변의 길이

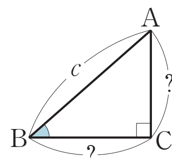
직각삼각형에서 한 예각의 크기와 한 변의 길이를 알면 삼각비를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구할 수 있다.

즉, ∠C=90°인 직각삼각형 ABC에서

(1) ∠B의 크기와 변 AB의 길이 c를 알 때

$\sin B=\dfrac{\overline{AC}}{c}$에서 $\overline{AC}=c\sin B$

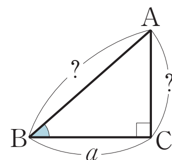
$\cos B=\dfrac{\overline{BC}}{c}$에서 $\overline{BC}=c\cos B$



(2) ∠B의 크기와 변 BC의 길이 a를 알 때

$\cos B=\dfrac{a}{\overline{AB}}$에서 $\overline{AB}=\dfrac{a}{\cos B}$

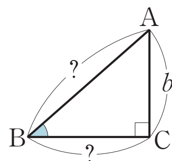
$\tan B=\dfrac{\overline{AC}}{a}$에서 $\overline{AC}=a\tan B$



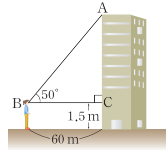
(3) ∠B의 크기와 변 AC의 길이 b를 알 때

$\sin B=\dfrac{b}{\overline{AB}}$에서 $\overline{AB}=\dfrac{b}{\sin B}$

$\tan B=\dfrac{b}{\overline{BC}}$에서 $\overline{BC}=\dfrac{b}{\tan B}$



예제 01 현진이가 어떤 건물로부터 60 m 떨어진 곳에서 건물의 꼭대기를 올려다본 각도가 50°이었다. 현진이의 눈높이가 1.5 m일 때, 건물의 높이를 구하여라.



풀이 △ABC는 직각삼각형이므로

$$\tan 50^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AC}}{60}$$

$$\overline{AC} = 60 \tan 50^\circ$$

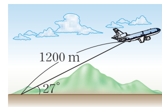
삼각비의 표에서 $\tan 50^\circ = 1.1918$이므로

$$\overline{AC} = 60 \times 1.1918 = 71.508(\mathrm{m})$$

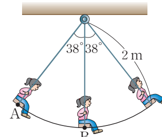
따라서 건물의 높이는 $71.508 + 1.5 = 73.008(\mathrm{m})$이다.

답 73.008 m

문제 1 오른쪽 그림과 같이 비행기가 이륙한 후 27°의 각도로 1200 m의 거리를 비행하였다. 이때 비행기는 지상으로부터 몇 m의 높이에 있겠는지 구하여라.



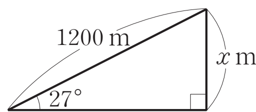
발전 문제 2 오른쪽 그림과 같이 줄의 길이가 2 m인 그네가 앞뒤로 38°씩 흔들렸을 때, A 지점은 B 지점보다 몇 m 더 높은지 반올림하여 소수 둘째 자리까지 구하여라.



1

목표 | 삼각비를 활용하여 비행기의 높이를 구할 수 있게 한다.

풀이 | 비행기의 높이를 x m라고 하면



$$\sin 27^\circ = \frac{x}{1200}$$

이므로 $x = 1200 \times \sin 27^\circ$

삼각비의 표에서 $\sin 27^\circ = 0.4540$이므로

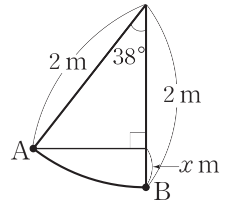
$x = 1200 \times 0.4540 = 544.8$

따라서 비행기는 지상으로부터 **544.8 m**의 높이에 있다.

2

목표 | 삼각비를 활용하여 문제를 해결할 수 있게 한다.

풀이 | A 지점이 B 지점보다 x m 더 높다고 하면



$$\cos 38^\circ = \frac{2-x}{2}$$

삼각비의 표에서 $\cos 38^\circ = 0.7880$이므로

$$\frac{2-x}{2} = 0.7880,\ 2-x = 2 \times 0.7880 = 1.576$$

$x = 2 - 1.576 = 0.424$

따라서 A 지점은 B 지점보다 **0.42 m** 더 높다.

읽/기/자/료

1. 삼각 측량

삼각 측량은 어떤 한 점의 좌표와 거리를 삼각형의 성질을 이용하여 알아내는 측량 방법의 하나로 측량, 항해, 천체 측량학, 로켓 공학, 토목 공학 등에 쓰인다.

삼각형의 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 알면 그 삼각형의 나머지 두 변의 길이를 알 수 있다는 원리를 이용하여 지형을 측량하는데, 정밀하게 길이를 잰 기선과 몇 개의 기준점을 설정하고 그것들을 이어 많은 삼각형의 그물을 만든 후 삼각법을 이용하여 계산한다.

2. 사인, 코사인, 탄젠트의 유래

사인, 코사인, 탄젠트를 나타내는 sin, cos, tan는 각각 sine, cosine, tangent의 줄임말이다.

sine은 sinus라는 라틴어에서 나온 말로 '현의 절반'을 뜻한다. 여기서 현의 절반이란 직각삼각형에서 주어진 각의 맞은편 변의 길이를 지칭하는 말이다. 즉, 중심각이 θ인 부채꼴의 현의 길이를 구할 때 한 각이 $\frac{\theta}{2}$인 직각삼각형을 이용한 것이다.

cosine은 complementary sine을 줄인 말로 '여각의 사인'을 뜻한다. 이는 complementum sinus에서 나온 말이며, 여각은 두 각의 크기의 합이 90°일 때 그 한 각에 대한 다른 각을 일컫는 말이다. 즉, △ABC에서 $\angle A + \angle B = 90^\circ$일 때 ∠A와 ∠B는 서로의 여각이다. 실제로 $\angle C = 90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 ∠A와 ∠B의 삼각비의 값을 구해 보면 $\sin A = \cos B$, $\cos A = \sin B$임을 확인할 수 있다.

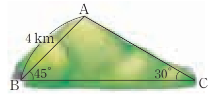
tangent는 tangens라는 라틴어에서 나온 말로 '접촉하고 있다.'를 뜻한다.

교과서 235 쪽

예제 02 오른쪽 그림과 같이 산을 통과하는 터널을 만들려고 한다. 산꼭대기를 A라 하고, 터널의 양쪽 끝을 B, C라고 할 때,

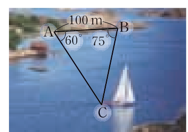
$\overline{AB}=4\text{ km},\ \angle B=45^\circ,\ \angle C=30^\circ$

이다. 이 터널의 길이를 구하여라.



직각삼각형이 아닌 삼각형에서 한 변의 길이와 두 각의 크기를 알면 삼각비를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구할 수 있다.

풀이 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 직각삼각형 ABH에서



$$\cos 45^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BH}}{4}$$

이므로 $\overline{BH}=4\cos 45^\circ=4\times\frac{\sqrt{2}}{2}=2\sqrt{2}\,(\text{km})$

$\triangle$ABH는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{AH}=\overline{BH}=2\sqrt{2}\,(\text{km})$

직각삼각형 ACH에서 $\tan 30^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{CH}}=\frac{2\sqrt{2}}{\overline{CH}}$이므로

$$\overline{CH}=\frac{2\sqrt{2}}{\tan 30^\circ}=2\sqrt{2}\div\frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{6}\,(\text{km})$$

따라서 터널의 길이는 $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=2\sqrt{2}+2\sqrt{6}\,(\text{km})$

답 $(2\sqrt{2}+2\sqrt{6})\text{km}$

문제 3 오른쪽 그림과 같이 바닷가의 두 지점 A, B 사이의 거리는 100 m이다. 두 지점 A, B에서 바다에 있는 배를 바라본 각도가 각각 60°, 75°일 때, 각 지점에서 배까지의 거리를 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구하여라.

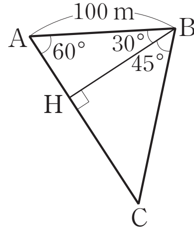
창의 up

현우는 지상으로부터 3 km 높이에서 일직선으로 다가오고 있는 경비행기의 평균 속력을 구하려고 올려다본 각도를 재어 보았다. 처음 올려다본 각도는 40°이고 20초 후에 올려다본 각도는 50°이었다. 이 상황을 그림으로 그려 보고, 경비행기의 평균 속력(km/s)을 구하는 방법을 설명하여라. (단, $\tan 40^\circ=0.8$, $\tan 50^\circ=1.2$이고, 현우의 키는 생각하지 않는다.)

3

목표| 삼각비를 활용하여 각 지점에서 배까지의 거리를 구할 수 있게 한다.

풀이| 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면 직각삼각형 BAH에서



$$\cos 60^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{AH}}{100}$$

$$\overline{AH}=100\times\cos 60^\circ=100\times\frac{1}{2}=50(\text{m})$$

$$\sin 60^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BH}}{100}$$

$$\overline{BH}=100\times\sin 60^\circ=100\times\frac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}(\text{m})$$

$\triangle$BCH는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{CH}=\overline{BH}=50\sqrt{3}(\text{m})$

$\overline{AC}=50+50\sqrt{3}$

$=136.60\cdots(\text{m})$ ➡ **136.6 m**

직각삼각형 BCH에서

$$\cos 45^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{BC}}=\frac{50\sqrt{3}}{\overline{BC}}$$

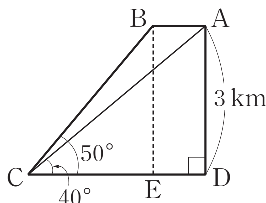
$$\overline{BC}=\frac{50\sqrt{3}}{\cos 45^\circ}=50\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$=50\sqrt{6}=122.47\cdots(\text{m})$ ➡ **122.5 m**

창의 UP

출제 의도| 삼각비를 활용하여 평균 속력을 구하는 방법을 생각해 봄으로써 삼각비를 실생활 문제에 활용할 수 있게 하기 위한 문제이다.

풀이| 오른쪽 그림과 같이 처음 경비행기의 위치를 A, 20초 후의 경비행기의 위치를 B, 현우가 있는 지점을 C라고 하자.



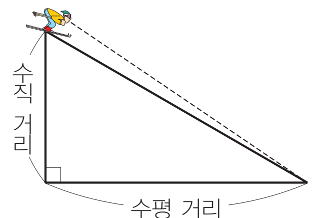
$$\tan 40^\circ=\frac{\overline{AD}}{\overline{CD}}=\frac{3}{\overline{CD}}=0.8,\ \overline{CD}=\frac{3}{0.8}=3.75(\text{km})$$

$$\tan 50^\circ=\frac{\overline{BE}}{\overline{CE}}=\frac{3}{\overline{CE}}=1.2,\ \overline{CE}=\frac{3}{1.2}=2.5(\text{km})$$

따라서 $\overline{AB}=\overline{DE}=\overline{CD}-\overline{CE}=3.75-2.5=1.25(\text{km})$이고, $\overline{AB}$를 지나가는 데 걸린 시간이 20초이므로 경비행기의 평균 속력은 $\frac{1.25}{20}=$**0.0625(km/s)**이다.

읽/기/자/료 스키장의 경사도

스키를 탈 때 느끼는 슬로프의 경사 각도는 상당히 큰 것 같은데 실제로는 더 작다. 사람의 눈이 느끼는 경사 각도는 실제 설면의 경사 각도보다 크기 때문이다.



스키장의 경사도는 $\frac{(\text{수직 거리})}{(\text{수평 거리})}\times 100(\%)$으로 나타내고, 경사도가 100 %라는 것은 경사 각도가 45°라는 것을 의미한다.

교과서 236 쪽

04 넓이 구하기

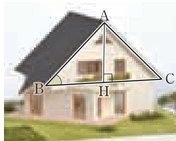
● 삼각비를 활용하여 도형의 넓이를 구할 수 있다.

삼각비를 활용하여 도형의 넓이를 어떻게 구하는가?

탐구 활동

오른쪽 그림과 같은 △ABC에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1. △ABC의 높이 $\overline{AH}$를 $\sin B$를 이용하여 나타내어 보자.
2. 삼각비를 이용하여 △ABC의 넓이를 어떻게 구하는지 말하여 보자.



△ABC에서 두 변의 길이 a, c와 그 끼인각 ∠B의 크기를 알 때, △ABC의 넓이 S를 구하여 보자.

● 직각보다 작은 각을 예각이라 하고, 직각보다 크고 평각보다 작은 각을 둔각이라고 한다.

(1) ∠B가 예각인 경우

오른쪽 그림과 같이 △ABC의 꼭짓점 A에서 밑변 BC에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{AH}$의 길이를 h라고 하자.

△ABH에서 $\sin B=\frac{h}{c}$이므로

$$h=c\sin B$$

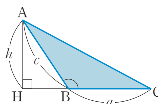
이다.

따라서 △ABC의 넓이 S는 다음과 같다.

$$S=\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}ac\sin B$$

(2) ∠B가 둔각인 경우

오른쪽 그림과 같이 △ABC의 꼭짓점 A에서 밑변 BC의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{AH}$의 길이를 h라고 하자.



탐구 활동의 이해

활동 목표 • 삼각비를 활용하여 삼각형의 넓이를 구하는 방법을 생각해 봄으로써 삼각형의 넓이를 구하는 공식을 이해하게 하려는 것이다.

1. △ABH에서 $\sin B=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}$

$\overline{AH}=\overline{AB}\times\sin B$

2. $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

$=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AB}\times\sin B$

04 넓이 구하기

소단원 지도 목표

① 삼각비를 활용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.
② 삼각비를 활용하여 사각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

교수 · 학습상의 유의점

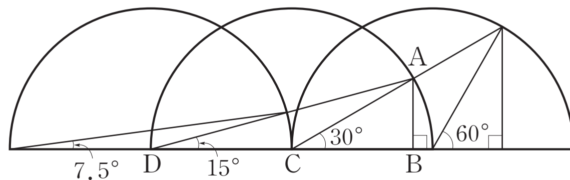
1. 0°에서 90°까지의 각도에 대한 삼각비만 다루었으므로, 둔각삼각형의 넓이를 구할 때 둔각을 예각으로 바꾸는 과정은 그림을 통하여 이해하게 한다.

2. 삼각비를 활용하여 직접 측정할 수 없는 삼각형의 넓이, 삼각형을 이용한 사각형의 넓이 등을 구해 봄으로써 삼각비의 유용성을 알게 한다.

읽/기/자/료 삼각법의 아버지

그리스 최고의 천문학자라고 불리는 히파르코스(Hipparchos ; ?B.C. 190~?B.C. 125)는 각에 대한 현의 길이를 나타낸 표, 즉 현의 표를 만드는 내용을 담은 12권의 논문을 썼다고 해서 '삼각법의 아버지'로 일컬어진다.

히파르코스는 천문학을 연구하면서 지구와 달 사이의 거리를 계산하게 되었고 이 과정에서 구면 위의 두 점 사이의 거리와 각의 크기를 측정할 필요를 느끼게 되었다. 이로 인해 삼각법을 연구하기 시작하였고, 그 결과로 각에 대한 현의 길이의 비율에 대한 표가 만들어졌는데, 이는 곧 사인값과 원의 현의 길이에 대한 삼각비의 표의 시초가 되었다. 그는 서로 닮음인 두 직각삼각형에서 대응하는 변의 길이의 비가 같음을 알고 다음과 같이 이미 아는 값에서 그 반각의 사인값을 구하여 사인에 대한 삼각비의 표를 만들었다. 그 방법은 다음과 같다.



위의 그림의 △ACB에서 $\sin 30°=\frac{\overline{AB}}{\overline{CA}}$이고,

△ADB에서 $\sin 15°=\frac{\overline{AB}}{\overline{DA}}$이므로 $\frac{\sin 15°}{\sin 30°}=\frac{\overline{CA}}{\overline{DA}}$,

$\sin 15°=\sin 30°\times\frac{\overline{CA}}{\overline{DA}}$이다.

이때 $\sin 30°=0.5$이므로 $\overline{DA}$와 $\overline{CA}$의 길이를 재어 $\sin 15°$의 값을 알 수 있다.

교과서 237 쪽

$\triangle$ABH에서 $\sin(180^\circ-B)=\dfrac{h}{c}$ 이므로

$$h=c\sin(180^\circ-B)$$

이다.

따라서 $\triangle$ABC의 넓이 S는 다음과 같다.

$$S=\frac{1}{2}ah=\frac{1}{2}ac\sin(180^\circ-B)$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

∠B가 직각이면 $S=\frac{1}{2}\times$(밑변의 길이)$\times$(높이) $=\frac{1}{2}ac$

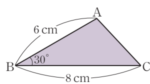
삼각형의 넓이

$\triangle$ABC에서 두 변의 길이 a, c와 그 끼인각 ∠B의 크기를 알 때, 이 삼각형의 넓이 S는

(1) ∠B가 예각이면 $S=\frac{1}{2}ac\sin B$

(2) ∠B가 둔각이면 $S=\frac{1}{2}ac\sin(180^\circ-B)$

예제 01 오른쪽 그림과 같이 두 변의 길이가 각각 6 cm, 8 cm이고, 그 끼인각의 크기가 30°인 $\triangle$ABC의 넓이를 구하여라.



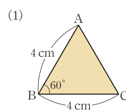
풀이 ∠B는 예각이므로 $\triangle$ABC의 넓이 S는

$$S=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin 30^\circ=\frac{1}{2}\times6\times8\times\sin30^\circ=24\times\frac{1}{2}=12(\text{cm}^2)$$

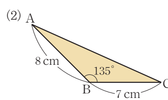
답 12 cm²

문제 1 다음 그림과 같은 $\triangle$ABC의 넓이를 구하여라.

(1)

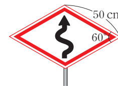


(2)



교과서 238 쪽

예제 02 오른쪽 그림의 표지판이 마름모 모양이라고 할 때, 그 넓이를 구하여라.



풀이 마름모는 두 개의 합동인 삼각형으로 이루어져 있으므로

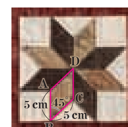
$$(\text{넓이})=2\times\left(\frac{1}{2}\times50\times50\times\sin60^\circ\right)$$
$$=2\times\left(\frac{1}{2}\times50\times50\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$=2\times625\sqrt{3}$$
$$=1250\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

답 $1250\sqrt{3}$ cm²

실생활

문제 2 오른쪽 그림에서 평행사변형 ABCD의 넓이를 구하여라.

평행사변형은 대각선을 그어 넓이가 같은 두 개의 삼각형으로 나눌 수 있다.



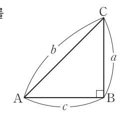
사고력 기르기

추론
▶의사소통
문제 해결

직각삼각형 ABC에서 ∠B=90°인 경우에도 삼각형의 넓이 S를

$$S=\frac{1}{2}ac\sin B$$

로 나타낼 수 있는지 토의하여 보자.



1

목표| 삼각비를 활용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) ∠B는 예각이므로 $\triangle$ABC의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin60^\circ=\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\mathbf{4\sqrt{3}(cm^2)}$$

(2) ∠B는 둔각이므로 $\triangle$ABC의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times8\times7\times\sin(180^\circ-135^\circ)=\frac{1}{2}\times8\times7\times\sin45^\circ$$
$$=\frac{1}{2}\times8\times7\times\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$=\mathbf{14\sqrt{2}(cm^2)}$$

2

목표| 삼각비를 활용하여 사각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| 평행사변형 ABCD에서 대각선 AC를 그으면 두 개의 합동인 삼각형으로 나누어지므로

$$\square ABCD=2\triangle ABC$$
$$=2\times\left(\frac{1}{2}\times5\times5\times\sin45^\circ\right)$$
$$=2\times\left(\frac{1}{2}\times5\times5\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\mathbf{\frac{25\sqrt{2}}{2}(cm^2)}$$

사고력 기르기 의사소통

출제 의도| 삼각형의 넓이를 구할 때, 주어진 각이 직각일 때에도 삼각비를 이용할 수 있다는 것을 알게 하기 위한 문제이다.

풀이| 직각삼각형 ABC의 넓이는

$$\frac{1}{2}\times(\text{밑변의 길이})\times(\text{높이})=\frac{1}{2}ac$$

한편 ∠B=90°이고 $\sin 90^\circ=1$이므로

$$S=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}ac\sin90^\circ=\frac{1}{2}ac$$

따라서 ∠B=90°인 경우에도 삼각형의 넓이 S를 $S=\frac{1}{2}ac\sin B$로 나타낼 수 있다.

교과서 239 쪽

정리 확인 학습

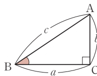
2. 삼각비

삼각비의 뜻

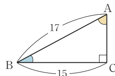
(1) $\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$의 대변의 길이를 각각 a, b, c라고 하면

$\sin B=\frac{b}{c}$, $\cos B=\frac{a}{c}$, $\tan B=\frac{b}{a}$

(2) $\sin B$, $\cos B$, $\tan B$를 통틀어 $\angle B$의 삼각비라고 한다.



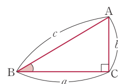
❶ 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에 대하여 물음에 답하여라.



(1) $\overline{AC}$의 길이를 구하여라.
(2) $\angle A$, $\angle B$의 삼각비의 값을 각각 구하여라.

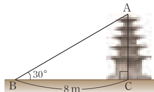
거리 구하기

$\angle C=90^\circ$인 직각삼각형 ABC에서



$b=c\sin B$, $a=c\cos B$, $b=a\tan B$

❷ 다음 그림은 탑의 높이를 구하기 위하여 측량한 결과를 나타낸 것이다. 이 탑의 높이를 구하여라.

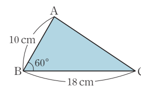


넓이 구하기[1]

$\triangle ABC$에서 두 변의 길이 a, c와 그 끼인각 $\angle B$의 크기를 알 때, 이 삼각형의 넓이 S는 $\angle B$가 예각이면

$S=\frac{1}{2}ac\sin B$

❸ 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.

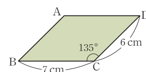


넓이 구하기[2]

$\triangle ABC$에서 두 변의 길이 a, c와 그 끼인각 $\angle B$의 크기를 알 때, 이 삼각형의 넓이 S는 $\angle B$가 둔각이면

$S=\frac{1}{2}ac\sin(180^\circ-B)$

❹ 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 넓이를 구하여라.



| 용어와 기호 | 삼각비, 사인, 코사인, 탄젠트, $\sin A$, $\cos A$, $\tan A$

정리 확인 학습

1

목표| 직각삼각형에서 피타고라스 정리를 활용하여 변의 길이를 구할 수 있게 하고, 삼각비의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| (1) $\overline{AC}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8$

(2) $\sin A=\mathbf{\frac{15}{17}}$, $\cos A=\mathbf{\frac{8}{17}}$, $\tan A=\mathbf{\frac{15}{8}}$

$\sin B=\mathbf{\frac{8}{17}}$, $\cos B=\mathbf{\frac{15}{17}}$, $\tan B=\mathbf{\frac{8}{15}}$

2

목표| 삼각비를 활용하여 탑의 높이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\tan 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{AC}}{8}$이므로

$\overline{AC}=8\tan 30^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\mathbf{\frac{8\sqrt{3}}{3}(m)}$

3

목표| 삼각비를 활용하여 삼각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle B$는 예각이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times18\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times10\times18\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\mathbf{45\sqrt{3}(cm^2)}$

4

목표| 삼각비를 활용하여 사각형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\angle C$는 둔각이므로

$\square ABCD=2\times\triangle BCD$

$=2\times\left\{\frac{1}{2}\times7\times6\times\sin(180^\circ-135^\circ)\right\}$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times7\times6\times\sin 45^\circ\right)$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times7\times6\times\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=2\times\frac{21\sqrt{2}}{2}$

$=\mathbf{21\sqrt{2}(cm^2)}$

대/단/원 평가 문제

1

목표| 피타고라스 정리를 활용할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{AB}=\sqrt{4^2+5^2}=\sqrt{41}$ **답** ①

2

목표| 삼각형의 세 변의 길이를 이용하여 직각삼각형임을 판별할 수 있게 한다.

풀이| ① $5^2+5^2=50=(5\sqrt{2})^2$

③ $5^2+12^2=169=13^2$ **답** ①, ③

3

목표| 피타고라스 정리를 활용할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{BD}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10(\text{cm})$

$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times6\times8=24(\text{cm}^2)$

한편 $\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times\overline{BD}\times\overline{AH}$이므로

$24=\dfrac{1}{2}\times10\times\overline{AH}$에서 $\overline{AH}=\dfrac{24}{5}(\text{cm})$

답 ⑤

4

목표| 피타고라스 정리를 활용할 수 있게 한다.

풀이| 원뿔대의 높이를 x cm라고 하면

$x=\sqrt{12^2-5^2}=\sqrt{119}(\text{cm})$ **답** ③

5

목표| 피타고라스 정리를 활용할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{EM}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}(\text{cm})$

$\overline{AM}=\sqrt{2^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{9}=3(\text{cm})$ **답** ②

6

목표| 두 변의 길이가 주어진 직각삼각형에서 삼각비의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{AB}=3$이므로 $\cos B\times\tan B=\dfrac{\sqrt{5}}{3}\times\dfrac{2}{\sqrt{5}}=\dfrac{2}{3}$

답 ②

7

목표| 특수각의 삼각비의 값을 알게 한다.

풀이| ② $\sin 90^\circ+\tan 45^\circ=1+1=2$ **답** ②

교과서 240 쪽

대/단/원 평가 문제

Ⅲ. 피타고라스 정리와 삼각비

선택형

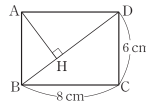
1 좌표평면 위의 두 점 A(1, 2), B(5, −3) 사이의 거리는?

① $\sqrt{41}$ ② $\sqrt{42}$ ③ $\sqrt{43}$
④ $2\sqrt{11}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

2 △ABC의 세 변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 직각삼각형인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

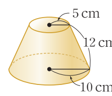
① 5, 5, $5\sqrt{2}$ ② 6, 8, 11
③ 5, 12, 13 ④ 7, 8, 9
⑤ 10, 10, $10\sqrt{3}$

3 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 8 cm, 6 cm인 직사각형 ABCD의 꼭짓점 A에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{AH}$의 길이는?



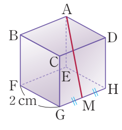
① $\dfrac{23}{10}$ cm ② $\dfrac{12}{5}$ cm ③ $\dfrac{27}{10}$ cm
④ $\dfrac{43}{15}$ cm ⑤ $\dfrac{24}{5}$ cm

4 오른쪽 그림과 같은 원뿔대의 높이는?



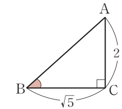
① 7 cm ② 8 cm
③ $\sqrt{119}$ cm ④ $2\sqrt{30}$ cm
⑤ $3\sqrt{17}$ cm

5 오른쪽 그림과 같이 한 모서리의 길이가 2 cm인 정육면체에서 $\overline{GH}$의 중점을 M이라고 할 때, $\overline{AM}$의 길이는?



① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm
④ 5 cm ⑤ 6 cm

6 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\cos B\times\tan B$의 값은?

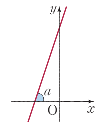


① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{2}{3}$
③ $\dfrac{5}{6}$ ④ $\dfrac{3}{2}$
⑤ $\sqrt{5}$

7 다음 중에서 계산이 옳은 것은?

① $\sin 0^\circ+\cos 90^\circ=1$
② $\sin 90^\circ+\tan 45^\circ=2$
③ $\sin 45^\circ+\cos 45^\circ=2\sqrt{2}$
④ $\tan 30^\circ-\tan 60^\circ=\sqrt{3}$
⑤ $\sin 30^\circ+\cos 30^\circ=1+\sqrt{3}$

8 오른쪽 그림과 같이 일차함수 $y=3x+6$의 그래프가 x축과 만나서 생기는 예각의 크기를 a라고 할 때, $\tan a$의 값은?



① $\sqrt{3}$ ② 2
③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$
⑤ 3

8

목표| 탄젠트값과 직선의 기울기의 관계를 알게 한다.

풀이| $y=3x+6$의 그래프의 x절편은 -2, y절편은 6이므로 $\tan a=\dfrac{6}{2}=3$ **답** ⑤

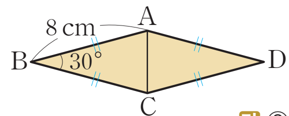
9

목표| 삼각비를 활용하여 도형의 넓이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\square ABCD=2\times\triangle ABC$

$=2\times\left(\dfrac{1}{2}\times8\times8\times\sin 30^\circ\right)$

$=32(\text{cm}^2)$



답 ③

10

목표| 삼각비를 활용하여 거리를 구할 수 있게 한다.

풀이| 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라고 하면

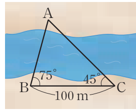
$\cos 45^\circ=\dfrac{\overline{BH}}{100}$, $\overline{BH}=50\sqrt{2}(\text{m})$

[해답 p.256]

9 한 변의 길이가 8 cm인 마름모 ABCD에서 $\angle B=30^\circ$일 때, 마름모의 넓이는?

① 16 cm^2　② 24 cm^2　③ 32 cm^2
④ 36 cm^2　⑤ 48 cm^2

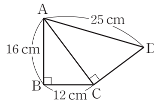
10 오른쪽 그림은 강의 양쪽에 있는 두 지점 A, B 사이의 거리를 알아보기 위하여 측량한 것이다. 두 지점 A, B 사이의 거리는?



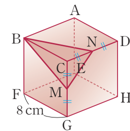
① $50\sqrt{2}$ m　② $\frac{100\sqrt{3}}{3}$ m
③ $\frac{100\sqrt{6}}{3}$ m　④ $100\sqrt{2}$ m
⑤ $100\sqrt{6}$ m

서답형

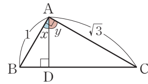
11 다음 그림에서 $\overline{CD}$의 길이를 구하여라.



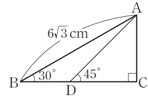
12 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 cm인 정육면체에서 $\overline{CG}$, $\overline{CD}$의 중점을 각각 M, N이라고 할 때, △BMN의 넓이를 구하여라.



13 다음 그림에서 $\cos x+\sin y$의 값을 구하여라.

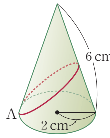


14 다음 그림에서 $\overline{BD}$의 길이를 구하여라.



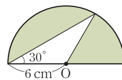
서술형

15 오른쪽 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 2 cm이고, 모선의 길이가 6 cm인 원뿔이 있다. 이 밑면의 원주 위의 한 점 A에서 옆면을 한 바퀴 돌아 다시 점 A로 오는 최단 거리를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



서술형

16 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm인 반원에서 색칠한 부분의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 서술하여라.



$\cos 30^\circ=\frac{50\sqrt{2}}{\overline{AB}}$, $\overline{AB}=\frac{100\sqrt{6}}{3}$(m)　답 ③

11

목표| 직각삼각형에서 두 변의 길이를 알 때 나머지 한 변의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{AC}=\sqrt{16^2+12^2}=\sqrt{400}=20$(cm)

$\overline{CD}=\sqrt{25^2-20^2}=\sqrt{225}=15$(cm)　답 15 cm

12

목표| 피타고라스 정리를 활용할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{CM}=\overline{CN}=4$(cm)

$\overline{BM}=\overline{BN}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$(cm)

$\overline{MN}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$(cm)

△BMN은 이등변삼각형이므로 이 삼각형의 높이는

$\sqrt{(4\sqrt{5})^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$(cm)

$\triangle BMN=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times6\sqrt{2}=24(\text{cm}^2)$　답 24 cm^2

13

목표| 크기가 같은 각을 이용하여 삼각비의 값을 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{BC}=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=2$

$\cos x+\sin y=\cos C+\sin B$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$　답 $\sqrt{3}$

14

목표| 삼각비를 활용하여 선분의 길이를 구할 수 있게 한다.

풀이| $\overline{AC}=\overline{DC}=3\sqrt{3}$(cm), $\overline{BC}=9$(cm)

$\overline{BD}=9-3\sqrt{3}$(cm)　답 $(9-3\sqrt{3})$ cm

15

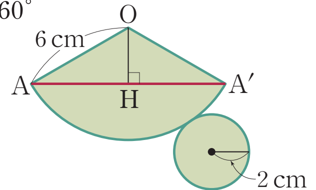
목표| 피타고라스 정리를 활용할 수 있게 한다.

풀이| $\angle AOH=60^\circ$

$\overline{AH}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6$

$=3\sqrt{3}$(cm)

$\overline{AA'}=6\sqrt{3}$(cm)



답 $6\sqrt{3}$ cm

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소	배점
해결 과정	∠AOH의 크기 구하기	40%
	$\overline{AH}$의 길이 구하기	40%
답 구하기	최단 거리 구하기	20%

16

목표| 삼각비를 활용할 수 있게 한다.

풀이| 반원의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\pi\times6^2=18\pi(\text{cm}^2)$

색칠한 부분을 제외한 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)=9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$(18\pi-9\sqrt{3})\ \text{cm}^2$　답 $(18\pi-9\sqrt{3})\ \text{cm}^2$

채점 기준

영역 \ 요소	채점 요소	배점
해결 과정	반원의 넓이 구하기	40%
	둔각삼각형의 넓이 구하기	40%
답 구하기	색칠한 부분의 넓이 구하기	20%

제곱근표(1)

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	1.020	1.025	1.030	1.034	1.039	1.044
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	1.068	1.072	1.077	1.082	1.086	1.091
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	1.114	1.118	1.122	1.127	1.131	1.136
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	1.158	1.162	1.166	1.170	1.175	1.179
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	1.200	1.204	1.208	1.212	1.217	1.221
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237	1.241	1.245	1.249	1.253	1.257	1.261
1.6	1.265	1.269	1.273	1.277	1.281	1.285	1.288	1.292	1.296	1.300
1.7	1.304	1.308	1.311	1.315	1.319	1.323	1.327	1.330	1.334	1.338
1.8	1.342	1.345	1.349	1.353	1.356	1.360	1.364	1.367	1.371	1.375
1.9	1.378	1.382	1.386	1.389	1.393	1.396	1.400	1.404	1.407	1.411
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	1.428	1.432	1.435	1.439	1.442	1.446
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	1.463	1.466	1.470	1.473	1.476	1.480
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	1.497	1.500	1.503	1.507	1.510	1.513
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	1.530	1.533	1.536	1.539	1.543	1.546
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	1.562	1.565	1.568	1.572	1.575	1.578
2.5	1.581	1.584	1.587	1.591	1.594	1.597	1.600	1.603	1.606	1.609
2.6	1.612	1.616	1.619	1.622	1.625	1.628	1.631	1.634	1.637	1.640
2.7	1.643	1.646	1.649	1.652	1.655	1.658	1.661	1.664	1.667	1.670
2.8	1.673	1.676	1.679	1.682	1.685	1.688	1.691	1.694	1.697	1.700
2.9	1.703	1.706	1.709	1.712	1.715	1.718	1.720	1.723	1.726	1.729
3.0	1.732	1.735	1.738	1.741	1.744	1.746	1.749	1.752	1.755	1.758
3.1	1.761	1.764	1.766	1.769	1.772	1.775	1.778	1.780	1.783	1.786
3.2	1.789	1.792	1.794	1.797	1.800	1.803	1.806	1.808	1.811	1.814
3.3	1.817	1.819	1.822	1.825	1.828	1.830	1.833	1.836	1.838	1.841
3.4	1.844	1.847	1.849	1.852	1.855	1.857	1.860	1.863	1.865	1.868
3.5	1.871	1.873	1.876	1.879	1.881	1.884	1.887	1.889	1.892	1.895
3.6	1.897	1.900	1.903	1.905	1.908	1.910	1.913	1.916	1.918	1.921
3.7	1.924	1.926	1.929	1.931	1.934	1.936	1.939	1.942	1.944	1.947
3.8	1.949	1.952	1.954	1.957	1.960	1.962	1.965	1.967	1.970	1.972
3.9	1.975	1.977	1.980	1.982	1.985	1.987	1.990	1.992	1.995	1.997
4.0	2.000	2.002	2.005	2.007	2.010	2.012	2.015	2.017	2.020	2.022
4.1	2.025	2.027	2.030	2.032	2.035	2.037	2.040	2.042	2.045	2.047
4.2	2.049	2.052	2.054	2.057	2.059	2.062	2.064	2.066	2.069	2.071
4.3	2.074	2.076	2.078	2.081	2.083	2.086	2.088	2.090	2.093	2.095
4.4	2.098	2.100	2.102	2.105	2.107	2.110	2.112	2.114	2.117	2.119
4.5	2.121	2.124	2.126	2.128	2.131	2.133	2.135	2.138	2.140	2.142
4.6	2.145	2.147	2.149	2.152	2.154	2.156	2.159	2.161	2.163	2.166
4.7	2.168	2.170	2.173	2.175	2.177	2.179	2.182	2.184	2.186	2.189
4.8	2.191	2.193	2.195	2.198	2.200	2.202	2.205	2.207	2.209	2.211
4.9	2.214	2.216	2.218	2.220	2.223	2.225	2.227	2.229	2.232	2.234
5.0	2.236	2.238	2.241	2.243	2.245	2.247	2.249	2.252	2.254	2.256
5.1	2.258	2.261	2.263	2.265	2.267	2.269	2.272	2.274	2.276	2.278
5.2	2.280	2.283	2.285	2.287	2.289	2.291	2.293	2.296	2.298	2.300
5.3	2.302	2.304	2.307	2.309	2.311	2.313	2.315	2.317	2.319	2.322
5.4	2.324	2.326	2.328	2.330	2.332	2.335	2.337	2.339	2.341	2.343

제곱근표(2)

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	2.345	2.347	2.349	2.352	2.354	2.356	2.358	2.360	2.362	2.364
5.6	2.366	2.369	2.371	2.373	2.375	2.377	2.379	2.381	2.383	2.385
5.7	2.387	2.390	2.392	2.394	2.396	2.398	2.400	2.402	2.404	2.406
5.8	2.408	2.410	2.412	2.415	2.417	2.419	2.421	2.423	2.425	2.427
5.9	2.429	2.431	2.433	2.435	2.437	2.439	2.441	2.443	2.445	2.447
6.0	2.449	2.452	2.454	2.456	2.458	2.460	2.462	2.464	2.466	2.468
6.1	2.470	2.472	2.474	2.476	2.478	2.480	2.482	2.484	2.486	2.488
6.2	2.490	2.492	2.494	2.496	2.498	2.500	2.502	2.504	2.506	2.508
6.3	2.510	2.512	2.514	2.516	2.518	2.520	2.522	2.524	2.526	2.528
6.4	2.530	2.532	2.534	2.536	2.538	2.540	2.542	2.544	2.546	2.548
6.5	2.550	2.551	2.553	2.555	2.557	2.559	2.561	2.563	2.565	2.567
6.6	2.569	2.571	2.573	2.575	2.577	2.579	2.581	2.583	2.585	2.587
6.7	2.588	2.590	2.592	2.594	2.596	2.598	2.600	2.602	2.604	2.606
6.8	2.608	2.610	2.612	2.613	2.615	2.617	2.619	2.621	2.623	2.625
6.9	2.627	2.629	2.631	2.632	2.634	2.636	2.638	2.640	2.642	2.644
7.0	2.646	2.648	2.650	2.651	2.653	2.655	2.657	2.659	2.661	2.663
7.1	2.665	2.666	2.668	2.670	2.672	2.674	2.676	2.678	2.680	2.681
7.2	2.683	2.685	2.687	2.689	2.691	2.693	2.694	2.696	2.698	2.700
7.3	2.702	2.704	2.706	2.707	2.709	2.711	2.713	2.715	2.717	2.718
7.4	2.720	2.722	2.724	2.726	2.728	2.729	2.731	2.733	2.735	2.737
7.5	2.739	2.740	2.742	2.744	2.746	2.748	2.750	2.751	2.753	2.755
7.6	2.757	2.759	2.760	2.762	2.764	2.766	2.768	2.769	2.771	2.773
7.7	2.775	2.777	2.778	2.780	2.782	2.784	2.786	2.787	2.789	2.791
7.8	2.793	2.795	2.796	2.798	2.800	2.802	2.804	2.805	2.807	2.809
7.9	2.811	2.812	2.814	2.816	2.818	2.820	2.821	2.823	2.825	2.827
8.0	2.828	2.830	2.832	2.834	2.835	2.837	2.839	2.841	2.843	2.844
8.1	2.846	2.848	2.850	2.851	2.853	2.855	2.857	2.858	2.860	2.862
8.2	2.864	2.865	2.867	2.869	2.871	2.872	2.874	2.876	2.877	2.879
8.3	2.881	2.883	2.884	2.886	2.888	2.890	2.891	2.893	2.895	2.897
8.4	2.898	2.900	2.902	2.903	2.905	2.907	2.909	2.910	2.912	2.914
8.5	2.915	2.917	2.919	2.921	2.922	2.924	2.926	2.927	2.929	2.931
8.6	2.933	2.934	2.936	2.938	2.939	2.941	2.943	2.944	2.946	2.948
8.7	2.950	2.951	2.953	2.955	2.956	2.958	2.960	2.961	2.963	2.965
8.8	2.966	2.968	2.970	2.972	2.973	2.975	2.977	2.978	2.980	2.982
8.9	2.983	2.985	2.987	2.988	2.990	2.992	2.993	2.995	2.997	2.998
9.0	3.000	3.002	3.003	3.005	3.007	3.008	3.010	3.012	3.013	3.015
9.1	3.017	3.018	3.020	3.022	3.023	3.025	3.027	3.028	3.030	3.032
9.2	3.033	3.035	3.036	3.038	3.040	3.041	3.043	3.045	3.046	3.048
9.3	3.050	3.051	3.053	3.055	3.056	3.058	3.059	3.061	3.063	3.064
9.4	3.066	3.068	3.069	3.071	3.072	3.074	3.076	3.077	3.079	3.081
9.5	3.082	3.084	3.085	3.087	3.089	3.090	3.092	3.094	3.095	3.097
9.6	3.098	3.100	3.102	3.103	3.105	3.106	3.108	3.110	3.111	3.113
9.7	3.114	3.116	3.118	3.119	3.121	3.122	3.124	3.126	3.127	3.129
9.8	3.130	3.132	3.134	3.135	3.137	3.138	3.140	3.142	3.143	3.145
9.9	3.146	3.148	3.150	3.151	3.153	3.154	3.156	3.158	3.159	3.161

제곱근표(3)

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	3.162	3.178	3.194	3.209	3.225	3.240	3.256	3.271	3.286	3.302
11	3.317	3.332	3.347	3.362	3.376	3.391	3.406	3.421	3.435	3.450
12	3.464	3.479	3.493	3.507	3.521	3.536	3.550	3.564	3.578	3.592
13	3.606	3.619	3.633	3.647	3.661	3.674	3.688	3.701	3.715	3.728
14	3.742	3.755	3.768	3.782	3.795	3.808	3.821	3.834	3.847	3.860
15	3.873	3.886	3.899	3.912	3.924	3.937	3.950	3.962	3.975	3.987
16	4.000	4.012	4.025	4.037	4.050	4.062	4.074	4.087	4.099	4.111
17	4.123	4.135	4.147	4.159	4.171	4.183	4.195	4.207	4.219	4.231
18	4.243	4.254	4.266	4.278	4.290	4.301	4.313	4.324	4.336	4.347
19	4.359	4.370	4.382	4.393	4.405	4.416	4.427	4.438	4.450	4.461
20	4.472	4.483	4.494	4.506	4.517	4.528	4.539	4.550	4.561	4.572
21	4.583	4.593	4.604	4.615	4.626	4.637	4.648	4.658	4.669	4.680
22	4.690	4.701	4.712	4.722	4.733	4.743	4.754	4.764	4.775	4.785
23	4.796	4.806	4.817	4.827	4.837	4.848	4.858	4.868	4.879	4.889
24	4.899	4.909	4.919	4.930	4.940	4.950	4.960	4.970	4.980	4.990
25	5.000	5.010	5.020	5.030	5.040	5.050	5.060	5.070	5.079	5.089
26	5.099	5.109	5.119	5.128	5.138	5.148	5.158	5.167	5.177	5.187
27	5.196	5.206	5.215	5.225	5.235	5.244	5.254	5.263	5.273	5.282
28	5.292	5.301	5.310	5.320	5.329	5.339	5.348	5.357	5.367	5.376
29	5.385	5.394	5.404	5.413	5.422	5.431	5.441	5.450	5.459	5.468
30	5.477	5.486	5.495	5.505	5.514	5.523	5.532	5.541	5.550	5.559
31	5.568	5.577	5.586	5.595	5.604	5.612	5.621	5.630	5.639	5.648
32	5.657	5.666	5.675	5.683	5.692	5.701	5.710	5.718	5.727	5.736
33	5.745	5.753	5.762	5.771	5.779	5.788	5.797	5.805	5.814	5.822
34	5.831	5.840	5.848	5.857	5.865	5.874	5.882	5.891	5.899	5.908
35	5.916	5.925	5.933	5.941	5.950	5.958	5.967	5.975	5.983	5.992
36	6.000	6.008	6.017	6.025	6.033	6.042	6.050	6.058	6.066	6.075
37	6.083	6.091	6.099	6.107	6.116	6.124	6.132	6.140	6.148	6.156
38	6.164	6.173	6.181	6.189	6.197	6.205	6.213	6.221	6.229	6.237
39	6.245	6.253	6.261	6.269	6.277	6.285	6.293	6.301	6.309	6.317
40	6.325	6.332	6.340	6.348	6.356	6.364	6.372	6.380	6.387	6.395
41	6.403	6.411	6.419	6.427	6.434	6.442	6.450	6.458	6.465	6.473
42	6.481	6.488	6.496	6.504	6.512	6.519	6.527	6.535	6.542	6.550
43	6.557	6.565	6.573	6.580	6.588	6.595	6.603	6.611	6.618	6.626
44	6.633	6.641	6.648	6.656	6.663	6.671	6.678	6.686	6.693	6.701
45	6.708	6.716	6.723	6.731	6.738	6.745	6.753	6.760	6.768	6.775
46	6.782	6.790	6.797	6.804	6.812	6.819	6.826	6.834	6.841	6.848
47	6.856	6.863	6.870	6.877	6.885	6.892	6.899	6.907	6.914	6.921
48	6.928	6.935	6.943	6.950	6.957	6.964	6.971	6.979	6.986	6.993
49	7.000	7.007	7.014	7.021	7.029	7.036	7.043	7.050	7.057	7.064
50	7.071	7.078	7.085	7.092	7.099	7.106	7.113	7.120	7.127	7.134
51	7.141	7.148	7.155	7.162	7.169	7.176	7.183	7.190	7.197	7.204
52	7.211	7.218	7.225	7.232	7.239	7.246	7.253	7.259	7.266	7.273
53	7.280	7.287	7.294	7.301	7.308	7.314	7.321	7.328	7.335	7.342
54	7.348	7.355	7.362	7.369	7.376	7.382	7.389	7.396	7.403	7.409

제곱근표(4)

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
55	7.416	7.423	7.430	7.436	7.443	7.450	7.457	7.463	7.470	7.477
56	7.483	7.490	7.497	7.503	7.510	7.517	7.523	7.530	7.537	7.543
57	7.550	7.556	7.563	7.570	7.576	7.583	7.589	7.596	7.603	7.609
58	7.616	7.622	7.629	7.635	7.642	7.649	7.655	7.662	7.668	7.675
59	7.681	7.688	7.694	7.701	7.707	7.714	7.720	7.727	7.733	7.740
60	7.746	7.752	7.759	7.765	7.772	7.778	7.785	7.791	7.797	7.804
61	7.810	7.817	7.823	7.829	7.836	7.842	7.849	7.855	7.861	7.868
62	7.874	7.880	7.887	7.893	7.899	7.906	7.912	7.918	7.925	7.931
63	7.937	7.944	7.950	7.956	7.962	7.969	7.975	7.981	7.987	7.994
64	8.000	8.006	8.012	8.019	8.025	8.031	8.037	8.044	8.050	8.056
65	8.062	8.068	8.075	8.081	8.087	8.093	8.099	8.106	8.112	8.118
66	8.124	8.130	8.136	8.142	8.149	8.155	8.161	8.167	8.173	8.179
67	8.185	8.191	8.198	8.204	8.210	8.216	8.222	8.228	8.234	8.240
68	8.246	8.252	8.258	8.264	8.270	8.276	8.283	8.289	8.295	8.301
69	8.307	8.313	8.319	8.325	8.331	8.337	8.343	8.349	8.355	8.361
70	8.367	8.373	8.379	8.385	8.390	8.396	8.402	8.408	8.414	8.420
71	8.426	8.432	8.438	8.444	8.450	8.456	8.462	8.468	8.473	8.479
72	8.485	8.491	8.497	8.503	8.509	8.515	8.521	8.526	8.532	8.538
73	8.544	8.550	8.556	8.562	8.567	8.573	8.579	8.585	8.591	8.597
74	8.602	8.608	8.614	8.620	8.626	8.631	8.637	8.643	8.649	8.654
75	8.660	8.666	8.672	8.678	8.683	8.689	8.695	8.701	8.706	8.712
76	8.718	8.724	8.729	8.735	8.741	8.746	8.752	8.758	8.764	8.769
77	8.775	8.781	8.786	8.792	8.798	8.803	8.809	8.815	8.820	8.826
78	8.832	8.837	8.843	8.849	8.854	8.860	8.866	8.871	8.877	8.883
79	8.888	8.894	8.899	8.905	8.911	8.916	8.922	8.927	8.933	8.939
80	8.944	8.950	8.955	8.961	8.967	8.972	8.978	8.983	8.989	8.994
81	9.000	9.006	9.011	9.017	9.022	9.028	9.033	9.039	9.044	9.050
82	9.055	9.061	9.066	9.072	9.077	9.083	9.088	9.094	9.099	9.105
83	9.110	9.116	9.121	9.127	9.132	9.138	9.143	9.149	9.154	9.160
84	9.165	9.171	9.176	9.182	9.187	9.192	9.198	9.203	9.209	9.214
85	9.220	9.225	9.230	9.236	9.241	9.247	9.252	9.257	9.263	9.268
86	9.274	9.279	9.284	9.290	9.295	9.301	9.306	9.311	9.317	9.322
87	9.327	9.333	9.338	9.343	9.349	9.354	9.359	9.365	9.370	9.375
88	9.381	9.386	9.391	9.397	9.402	9.407	9.413	9.418	9.423	9.429
89	9.434	9.439	9.445	9.450	9.455	9.460	9.466	9.471	9.476	9.482
90	9.487	9.492	9.497	9.503	9.508	9.513	9.518	9.524	9.529	9.534
91	9.539	9.545	9.550	9.555	9.560	9.566	9.571	9.576	9.581	9.586
92	9.592	9.597	9.602	9.607	9.612	9.618	9.623	9.628	9.633	9.638
93	9.644	9.649	9.654	9.659	9.664	9.670	9.675	9.680	9.685	9.690
94	9.695	9.701	9.706	9.711	9.716	9.721	9.726	9.731	9.737	9.742
95	9.747	9.752	9.757	9.762	9.767	9.772	9.778	9.783	9.788	9.793
96	9.798	9.803	9.808	9.813	9.818	9.823	9.829	9.834	9.839	9.844
97	9.849	9.854	9.859	9.864	9.869	9.874	9.879	9.884	9.889	9.894
98	9.899	9.905	9.910	9.915	9.920	9.925	9.930	9.935	9.940	9.945
99	9.950	9.955	9.960	9.965	9.970	9.975	9.980	9.985	9.990	9.995

삼각비의 표

각도	사인(sin)	코사인(cos)	탄젠트(tan)	각도	사인(sin)	코사인(cos)	탄젠트(tan)
0°	0.0000	1.0000	0.0000	45°	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	46°	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	47°	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	48°	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	49°	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	50°	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	51°	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	52°	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	53°	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	54°	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	55°	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	56°	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	57°	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	58°	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	59°	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	60°	0.8660	0.5000	1.7321
16°	0.2756	0.9613	0.2867	61°	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	62°	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	63°	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	64°	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	65°	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	66°	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	67°	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	68°	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	69°	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	70°	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	71°	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	72°	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	73°	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	74°	0.9613	0.2756	3.4874
30°	0.5000	0.8660	0.5774	75°	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	76°	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	77°	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	78°	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	79°	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	80°	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	81°	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	82°	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	83°	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	84°	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	85°	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	86°	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	87°	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	88°	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	89°	0.9998	0.0175	57.2900
45°	0.7071	0.7071	1.0000	90°	1.0000	0.0000	

● 수학 용어

용어	외국어	한자
가정	hypothesis	假定
감소	decreasing	減少
거듭제곱근	radical root	
결론	conclusion	結論
(집합의) 결합법칙	associative law	結合法則
계수	coefficient	係數
계승	factorial	階乘
곱의 법칙	multiplication principle	
공간벡터	space vector	
공간좌표	coordinates in space	空間座標
공비	common ratio	公比
공역	codomain	共域
공집합	empty set	空集合
공차	common difference	公差
교선	line of intersection	交線
교집합	intersection	交集合
(집합의) 교환법칙	commutative law	交換法則
구간	interval	區間
구분구적법	quadrature by parts	區分求積法
귀납적 정의	inductive definition	歸納的定義
귀류법	reduction to absurdity	歸謬法
극값	extreme values	
극대	local maximum	極大
극댓값	local maximum	
극소	local minimum	極小
극솟값	local minimum	
극한(값)	limit (value)	極限
근	root	根
근의 공식	quadratic formula	根 — 公式
근호	radical sign	根號
급수	series	級數
급수의 합	sum of series	級數 — 合
기댓값	expected value	
기울기	slope	
나머지정리	remainder theorem	
내분	internal division	內分
내적	inner product	內積
다항식	polynomial	多項式
다항함수	polynomial function	多項函數
단위벡터	unit vector	
단항식	monomial	單項式
닫힌 구간	closed interval	
대우	contraposition	對偶
대응	correspondence	對應
대입	substitution	代入
대칭이동	reflection	對稱移動
덧셈정리	addition theorem	
도함수	derivatives	導函數

용어	외국어	한자
독립	independence	獨立
독립시행	independent trials	獨立試行
동경	radius	動徑
동류항	similar term	同類項
두 점 사이의 거리	distance between two points	
드모르간의 법칙	De Morgan's law	
등비급수	geometric series	等比級數
등비수열	geometric sequence	等比數列
등비중항	geometric means	等比中項
등차수열	arithmetic sequence	等差數列
등차중항	arithmetic means	等差中項
라디안	radian	
로그	logarithm	
로그함수	logarithmic function	
롤의 정리	Rolle's theorem	
매개변수	parameter	媒介變數
명제	proposition	命題
모분산	population variance	母分散
모비율	population ratio	母比率
모집단	population	母集團
모평균	population mean	母平均
모표준편차	population standard deviation	母標準偏差
무리수	irrational number	無理數
무리식	irrational expression	無理式
무리함수	irrational function	無理函數
무한대	infinity	無限大
미분가능	differentiable	微分可能
미분계수	derivative	微分係數
미적분의 기본 정리	fundamental theorem of calculus	微積分－基本定理
미정계수법	method of undetermined coefficients	未定係數法
미지수	unknown	未知數
(로그의) 밑	base	
반닫힌(반열린) 구간	half closed(open) interval	
발산	divergence	發散
방향벡터	direction vector	
배반사건	exclusive events	排反事件
법선벡터	normal vector	
벡터	vector	
벡터의 성분	component of vector	
벡터의 크기	norm of vector	
벤 다이어그램	Venn diagram	
변곡점	point of inflection	變曲點
복소수	complex number	複素數
부등식	inequality	不等式
부분적분법	integration by parts	部分積分法
부분집합	subset	部分集合
부분합	partial sum	部分合
부정	negation	否定

용어	외국어	한자
부정적분	indefinite integral	不定積分
분모의 유리화	rationalization of denominator	分母— 有理化
(집합의) 분배법칙	distributive law	分配法則
불연속	discontinuous	不連續
사이값 정리	intermediate value theorem	
사인	sine	
사인함수	sine function	
삼각비	trigonometric ratio	三角比
삼각함수	trigonometric function	三角函數
삼수선의 정리	theorem of three perpendiculars	三垂線— 定理
상수함수	constant function	常數函數
상수항	constant term	常數項
상용로그	common logarithm	
(집합의) 서로소	disjoint	
수렴	convergence	收斂
수열	sequence	數列
수학적 귀납법	mathematical induction	數學的歸納法
수학적 확률	mathematical probability	數學的確率
순간변화율	instantaneous rate of change	瞬間變化率
순서쌍	ordered pair	順序雙
순열	permutation	順列
시점	initial point	始點
시초선	ray	始初線
시행	trial	試行
식의 값	numerical value of expression	
신뢰구간	confidence interval	信賴區間
신뢰도	confidence coefficient	信賴度
실근	real root	實根
실수	real number	實數
실수배	real number multiple	實數倍
실수부분	real part	實數部分
쌍곡선	hyperbola	雙曲線
쌍곡선의 꼭짓점	vertex of hyperbola	
쌍곡선의 점근선	asymptotic line of hyperbola	雙曲線— 漸近線
쌍곡선의 주축	principal axis of hyperbola	雙曲線— 主軸
쌍곡선의 중심	center of hyperbola	雙曲線— 中心
쌍곡선의 초점	focus of hyperbola	雙曲線— 焦點
x절편	x-intercept	
x좌표	x-coordinate	
x축	x-axis	
여사건	complementary event	餘事件
여집합	complement	餘集合
역	converse	逆
역함수	inverse function	逆函數
연립일차방정식	simultaneous linear equations	聯立一次方程式
연립일차부등식	simultaneous linear inequalities	聯立一次不等式
연속	continuous	連續
연속함수	continuous function	連續函數

용어	외국어	한자
연속확률변수	continuous random variable	連續確率變數
열린 구간	open interval	
영벡터	zero vector	
y절편	y-intercept	
y좌표	y-coordinate	
y축	y-axis	
완전제곱식	perfect square(expression)	
외분	external division	外分
우극한	right-handed limit	右極限
원소	element	元素
원순열	circular permutation	圓順列
원점	origin	原點
위치벡터	position vector	
유리식	rational expression	有理式
유리함수	rational function	有理函數
음함수	implicit function	陰函數
이계도함수	second order derivatives	二階導函數
이면각	dihedral angle	二面角
이면각의 면	faces of a dihedral angle	二面角— 面
이면각의 변	edge of dihedral angle	二面角— 邊
이면각의 크기	measure of a dihedral angle	
이산확률변수	discrete random variable	離散確率變數
이차곡선	quadratic curve	二次曲線
이차방정식	quadratic equation	二次方程式
이차함수	quadratic function	二次函數
이항	transposition	移項
이항계수	binomial coefficient	二項係數
이항분포	binomial distribution	二項分布
이항정리	binomial theorem	二項定理
인수	factor	因數
인수분해	factorization	因數分解
인수정리	factor theorem	因數定理
일대일 대응	one to one correspondence	一對一對應
일대일함수	one to one function	一對一函數
일반각	general angle	一般角
일반항	general term	一般項
일차방정식	linear equation	一次方程式
일차부등식	linear inequality	一次不等式
일차함수	linear function	一次函數
임의추출	random sampling	任意抽出
자연로그	natural logarithm	
자연수의 분할	partitions of natural number	自然數— 分割
적분상수	integral constant	積分常數
전개	expansion	展開
전개식	expansion	展開式
전수조사	total inspection	全數調査
전체집합	universal set	全體集合
절대부등식	absolute inequality	絕對不等式

용어	외국어	한자
정규분포	normal distribution	正規分布
정리	theorem	定理
정사영	orthogonal projection	正射影
정의	definition	定義
정의역	domain	定義域
정적분	definite integral	定積分
제곱근	square root	
조건	condition	條件
조건부확률	conditional probability	條件附確率
조립제법	synthetic division	組立除法
조합	combination	組合
종속	dependence	從屬
종점	terminal point	終點
좌극한	left−handed limit	左極限
좌표	coordinate	座標
좌표공간	coordinate space	座標空間
좌표축	coordinate axis	座標軸
좌표평면	coordinate plane	座標平面
주기	period	週期
주기함수	periodic function	週期函數
중근	multiple root	重根
중복순열	repeated permutation	重複順列
중복조합	repeated combination	重複組合
중점	midpoint	中點
증가	increasing	增加
증명	proof	證明
증분	increment	增分
지수함수	exponential function	指數函數
진리집합	truth set	眞理集合
진부분집합	proper subset	眞部分集合
진수	antilogarithm	眞數
집합	set	集合
집합의 분할	partition of a set	集合 — 分割
차수	degree	次數
차집합	difference set	差集合
최대 · 최소 정리	maximum−minimum theorem	最大最小定理
최댓값	absolute maximum	最大
최솟값	absolute minimum	最小
추정	estimation	推定
충분조건	sufficient condition	充分條件
치역	range	値域
치환적분법	integration by substitution	置換積分法
켤레복소수	complex conjugates	
코사인	cosine	
코사인함수	cosine function	
큰 수의 법칙	law of large numbers	
타원	ellipse	楕圓
타원의 꼭짓점	vertex of ellipse	

용어	외국어	한자
타원의 단축	minor axis of ellipse	楕圓— 短軸
타원의 장축	major axis of ellipse	楕圓— 長軸
타원의 중심	center axis of ellipse	楕圓— 中心
타원의 초점	focal point axis of ellipse	楕圓— 焦點
탄젠트	tangent	
탄젠트함수	tangent function	
통계적 확률	statistical probability	統計的 確率
파스칼의 삼각형	Pascal's triangle	
판별식	discriminant	判別式
평균값 정리	mean value theorem	
평균변화율	mean rate of change	平均變化率
평면벡터	plane vector	
평행이동	translation	平行移動
포물선	parabola	抛物線
포물선의 꼭짓점	vertex of parabola	
포물선의 준선	diretrlx of parabola	抛物線— 準線
포물선의 초점	focal point of parabola	抛物線— 焦點
포물선의 축	axis of parabola	抛物線— 軸
표본	sample	標本
표본분산	sample variance	標本分散
표본비율	sample rate	標本比率
표본조사	sample survey	標本調査
표본평균	sample mean	標本平均
표본표준편차	sample standard deviation	標本標準偏差
표준정규분포	standard normal distribution	標準正規分布
표준화	standardization	標準化
피타고라스 정리	Pythagorean theorem	
필요조건	necessary condition	必要條件
필요충분조건	necessary and sufficient condition	必要充分條件
함수의 그래프	graph of a function	
합성함수	composite function	合成函數
합의 법칙	addition principle	
합집합	union	合集合
항	term	項
항등식	identity	恒等式
항등함수	identity function	恒等函數
해	root	解
허근	imaginary root	虛根
허수	imaginary number	虛數
허수단위	imaginary unit	虛數單位
허수부분	imaginary part	虛數部分
호도법	circular measure	弧度法
확률밀도함수	probability density function	確率密度函數
확률변수	random variable	確率變數
확률분포	probability distribution	確率分布
확률질량함수	probability mass function	確率質量函數

집필진 소개

신항균
현 서울교육대학교 총장

이광연
현 한서대학교 교수

조준모
현 선일여자중학교 교사

윤기원
현 용문고등학교 교사

만든 사람들
개발 책임 김경수
편집 윤준원, 김은빛
아트 디렉터 허영인
표지 디자인 김의수
본문 디자인 유지인
컷 김상준, 이도훈
조제판 벽호미디어

고등학교 기초 수학 교사용 지도서

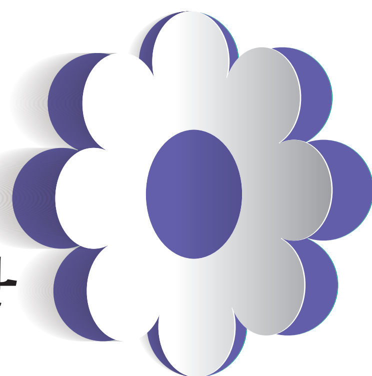
2014. 3. 1. 초판 발행 정가 원

지은이 신항균 외 3인
발행인 (주)지학사 서울시 마포구 신촌로 6길 5
인쇄인 (주)벽호 경기도 파주시 한빛로 43
내용 관련 문의 (주)지학사 콘텐츠본부 수학팀 전화 02-330-5440 전송 02-325-8009
구입 관련 문의 (주)지학사 영업본부 영업관리팀 전화 02-330-5302 전송 02-325-8010
공급 업무 대행 사단법인 한국검인정교과서 경기도 파주시 조리읍 당재봉로 29-28

ISBN 978-89-05-04101-4 53410

이 교사용 지도서의 본문 용지는 우수 재활용 제품 인증을 받은 재활용 종이를 사용했습니다.
교사용 지도서에 대한 문의 사항이나 의견이 있는 분은 교육부와 한국교과서연구재단이 운영하는 **교과서민원바로처리센터**(전화 1566-8572, 누리집 주소 http://www.textbook114.com 또는 http://www.교과서114.com)에 문의하여 주시기 바랍니다.

고|등|학|교 기초 수학



53410
9 788905 041014
ISBN 978-89-05-04101-4